

Sistemas de Inequações do Primeiro Grau com Duas Variáveis: Interpretação Geométrica Usando Aplicativo para Tablet

Clarisse P. J. Degel¹, Daniella S. N. Ribeiro¹, Deborah A. Horta¹, Jéssica B. da Silva¹, Nathália da S. M. Vieira¹.

¹Instituto Federal Fluminense campus Campos Centro (IFF campus Campos Centro) – CEP 28080-565 – Campos dos Goytacazes – RJ – Brasil

clarissepaes@hotmail.com, nogueira_dany@yahoo.com.br,
dhorta@iff.edu.br, j.bhonifacio@gmail.com,
nathaliadasilva12@gmail.com.

Abstract. *This paper reports the development and application of a didactic sequence that aims to work the geometric interpretation of the algebraic solutions of systems of inequalities of the first degree with two variables through the use of applications for tablets. It was verified that some students presented difficulties in differentiating functions of equations and inequalities, as well as in solving inequalities and systems of inequalities. However, the application took place satisfactorily, because once the doubts were solved, the students were able to correctly develop each of the proposed questions. It was also verified that the use of technology facilitated the teaching-learning process and aroused students' interest.*

Resumo. *O presente trabalho relata o desenvolvimento e aplicação de uma sequência didática que objetiva trabalhar a interpretação geométrica das soluções algébricas de sistemas de inequações do primeiro grau com duas variáveis por meio da utilização de aplicativos para tablets. Verificou-se que alguns alunos apresentaram dificuldades em diferenciar funções de equações e inequações, bem como em resolver inequações e sistemas de inequações. Contudo, a aplicação se deu de forma satisfatória, pois, depois de sanadas as dúvidas, os alunos conseguiam desenvolver corretamente cada uma das questões propostas. Verificou-se, ainda, que o uso de tecnologia facilitou o processo de ensino-aprendizagem e despertou o interesse dos alunos.*

1. INTRODUÇÃO

O presente trabalho foi desenvolvido como requisito parcial para conclusão da disciplina de Laboratório de Ensino e Aprendizagem em Matemática (LEAMAT) do Curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense campus Campos-Centro.

A disciplina LEAMAT é composta por quatro eixos temáticos: i) ensino e aprendizagem de Álgebra; ii) ensino e aprendizagem de Geometria; iii) ensino e aprendizagem de Aritmética e iv) Educação Matemática Inclusiva. Tal disciplina se propõe a possibilitar aos licenciandos a discussão de questões ligadas ao ensino da matemática e à forma de atuação dos docentes no contexto educacional, permitindo a

análise das práticas de ensino existentes e a proposição de melhorias para esse processo, por meio do contato com o ambiente real de trabalho e do desenvolvimento e aplicação de sequências didáticas de temas específicos. Em cada um dos eixos, os licenciandos devem definir em que ciclo dos níveis de ensino pretendem aplicar o trabalho e, posteriormente, devem definir um tema para ser trabalhado em uma turma regular de ensino.

A disciplina é desenvolvida ao longo de três semestres letivos em que no primeiro semestre as atividades são voltadas à prospecção do tema e busca de referencial teórico. No segundo semestre, as atividades estão ligadas à pesquisa de materiais e métodos de trabalho com o consequente desenvolvimento de uma sequência didática de ensino. Por fim, no semestre final, o trabalho desenvolvido é aplicado a uma turma regular para posterior análise e elaboração do relatório final.

A escolha do tema deste trabalho teve como fundamentação a preocupação com as dificuldades enfrentadas pelos alunos em relação ao ensino de Álgebra tradicional que, de acordo com Magalhães (2013), é altamente marcado por “manipulações de símbolos, simplificação de expressões e procedimentos algorítmicos” e que conduz os estudantes à “mecanização dos procedimentos e memorização das regras”, sem a efetiva compreensão e apreensão dos elementos conceituais envolvidos.

Partindo desse pressuposto, foram utilizados textos de diferentes autores para justificar a abordagem do tema. Assim, pode-se citar os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Fundamental (BRASIL, 1998), que indicam como objetivos da Matemática para o quarto ciclo “o desenvolvimento [...]”:

Do pensamento algébrico, por meio da exploração de situações de aprendizagem que levem o aluno a: produzir e interpretar diferentes escritas algébricas, expressões, igualdades e desigualdades, identificando as equações, inequações e sistemas; resolver situações-problema por meio de equações e inequações do primeiro grau, compreendendo os procedimentos envolvidos; observar regularidades e estabelecer leis matemáticas que expressem a relação de dependência entre variáveis (BRASIL, 1998, p. 81).

Também nos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio - PCNEM - (BRASIL, 2002), identifica-se a necessidade de se trabalhar de forma mais aprofundada os conhecimentos algébricos obtidos ao longo do Ensino Fundamental: O currículo do Ensino Médio deve garantir também espaço para que os alunos possam estender e aprofundar seus conhecimentos sobre números e Álgebra, mas não isoladamente de outros conceitos, nem em separado dos problemas e da perspectiva sócio-histórica que está na origem desses temas. Estes conteúdos estão diretamente relacionados ao desenvolvimento de habilidades que dizem respeito à resolução de problemas, à apropriação da linguagem simbólica, à validação de argumentos, à descrição de modelos e à capacidade de utilizar a Matemática na interpretação e intervenção no real (BRASIL, 2002, p. 44).

Segundo Magalhães (2013), um estudo realizado por Marinho (1999) sobre as “possibilidades de abordagem das inequações de primeiro e segundo graus em turmas do Ensino Médio da rede estadual do Rio de Janeiro [...]”, mostrou que:

[...] a representação gráfica da inequação e a visualização proporcionada por esse tipo de representação permitem que

os alunos apreendam o sentido fundamental da relação de ordem numa inequação, percebendo melhor a variação de sinal de uma função, e que, portanto, a representação gráfica auxilia na aprendizagem e na resolução das inequações trabalhadas (MAGALHÃES, 2013, p. 23).

De acordo com Rech (2008) problemas “oriundos da programação linear podem ser utilizados no estudo das inequações lineares [...]”. Bertoloto Jr. (2014) afirma que dos diferentes métodos de solução de problemas de programação linear, o Método Gráfico é o mais recomendado - “[...] podemos aplicar o Método Gráfico para uma solução de um Problema de Programação Linear, no segundo ano do ensino médio.”, afirma o autor.

No caso de um Problema de Programação Linear, é possível resolvê-lo pelo método conhecido como “Método Gráfico”, se o número de variáveis for menor ou igual a três, possibilitando sua visualização no plano ou no espaço (BERTOLOTO Jr., 2014).

Assim, a solução de problemas de programação linear pode ser obtida pela resolução de sistemas de inequações de primeiro grau por meio da análise da área de interseção dos gráficos. Entende-se que essa abordagem pode auxiliar professores e facilitar aos estudantes a compreensão da linguagem e dos conceitos relacionados ao estudo de inequações de primeiro grau.

A escolha do tema está norteada, ainda, pela teoria de Raymond Duval sobre a teoria de representações semióticas. A representação de um objeto nas atividades matemáticas pode ser realizada por meio da utilização de diferentes registros e, “segundo a teoria de Duval, é a conversão das várias representações manifestadas sobre um objeto de estudo que possibilita a construção do conhecimento.” (PANTOJA; CAMPOS; SALCEDOS, 2013). Na realidade, a mudança de registro no processo de representação de um objeto é condição necessária ao processo de aprendizagem.

Segundo Duval (2003) “a originalidade da atividade matemática está na mobilização simultânea de ao menos dois registros de representação ao mesmo tempo, ou na possibilidade de trocar a todo o momento de registro de representação”. Assim, entende-se que o aprendizado de matemática difere da aprendizagem de outras disciplinas porque demanda uma dinâmica cognitiva peculiar.

Dessa forma, compreende-se que no processo de construção do conhecimento “[...] é essencial, na atividade matemática, poder mobilizar muitos registros de representação semiótica (figuras, gráficos, escrituras simbólicas, língua natural, etc.) no decorrer de um mesmo passo, poder escolher um registro no lugar de outro”. (DUVAL, 1993, tradução de MORETTI, 2012, p. 270) .

Considerando, ainda, que o pensamento algébrico deve ser desenvolvido no ambiente escolar, uma vez que não surge naturalmente no cotidiano do educando, a intervenção do professor é fundamental na criação de condições pedagógicas que possibilitem ao educando a construção desse pensamento. Nesse contexto, o uso de recursos tecnológicos, principalmente de dispositivos móveis como tablets, pode auxiliar a condução das atividades facilitando a abordagem dos conteúdos por meio dos diferentes registros.

De acordo com Clarke; Svanaes; Zimmermann (2013) apud Moreira (2016), no contexto educacional os tablets são como “caixas portáteis de ferramentas pedagógicas” que permitem o registro de informações e que podem contribuir para o desenvolvimento do pensamento crítico e da autoconfiança do educando.

Em Klopfer et al. (2002) são identificadas cinco características das tecnologias móveis que possuem um potencial único para os objetivos educacionais: portabilidade, interactividade, sensibilidade de contexto, conectividade e individualidade [...] (GÖTTSCHE, 2012, p. 64).

Pode-se dizer, então, que o uso das tecnologias móveis possibilita a aprendizagem em contextos variados e, se aplicada de forma determinada, pode proporcionar ao educando experiências de aprendizagem completamente novas.

Nessa direção, entendemos que a utilização das atividades instigadoras (MARQUES; BAIRRAL, 2014), cujas principais características são [...] estimular e despertar o interesse para aprender, possibilitar a construção do conhecimento a partir de descobertas e despertar reflexão sobre a relativização de verdades matemáticas, associada à perspectiva construcionista, através de uma prática intervencionista, pode sugerir uma apropriação do *tablet* dentro do cenário educativo (MARQUES, 2015, p. 2).

Em suma, o desenvolvimento do pensamento algébrico se apresenta como um dos grandes objetivos do trabalho com a Álgebra, o que implica trabalhar a linguagem de forma mais ampla por meio de diferentes possibilidades de representações, indo além da simples manipulação mecânica. E, diante desse quadro teórico, evidencia-se a necessidade de se aliar recursos tecnológicos aos diferentes registros de representação semiótica na interpretação da solução dos sistemas de inequações do primeiro grau.

Por fim, considerando-se os pré-requisitos necessários à abordagem do tema, quais sejam: conceito de igualdade/desigualdade e noções de equações de primeiro grau propõe-se a aplicação deste trabalho a uma turma regular de 1º ano de Ensino Médio, no segundo semestre letivo. A proposta consiste na resolução de sistemas de inequações de primeiro grau de duas variáveis, pelo método gráfico, com a utilização de aplicativos para tablets e tem como objetivo principal levar o aluno a interpretar geometricamente as soluções algébricas dos sistemas de inequações do primeiro grau com duas variáveis; e como objetivos secundários: i) reconhecer uma inequação; ii) reconhecer um sistema de inequações; iii) resolver inequações algebricamente e geometricamente; iv) resolver geometricamente sistemas de inequações; v) identificar graficamente o conjunto solução; vi) expressar a solução algébrica a partir da solução geométrica; vii) utilizar recursos tecnológicos (tablet) para a visualização gráfica e interpretação geométrica das soluções de cada problema apresentado.

2. RELATO DE EXPERIÊNCIA

2.1. Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática I (LEAMAT I)

No primeiro encontro da linha de pesquisa “Ensino e Aprendizagem de Álgebra”, realizado no dia 19 de janeiro de 2016, foram apresentados os objetivos e a metodologia de ensino da disciplina de Laboratório de Ensino e aprendizagem de Matemática I (LEAMAT I), bem como as professoras de cada um dos quatro eixos que compõem a disciplina: Aritmética, Geometria, Álgebra e Educação Matemática Inclusiva.

O segundo encontro, ocorrido no dia 02 de fevereiro de 2016, se deu com base na apresentação dos tópicos relacionados ao ensino da Álgebra e suas perspectivas de acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN).

O terceiro encontro ocorreu no dia 23 de fevereiro de 2016 e teve início com a discussão dos sistemas nacionais de avaliação do Ensino Básico no Brasil, que adotam como ferramentas de diagnóstico a prova Brasil e a prova SAEB (Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica), avaliações que têm o objetivo de verificar a qualidade do ensino oferecida pelo sistema educacional brasileiro. O encontro foi encerrado com a discussão do texto “Números e Álgebra no Currículo Escolar”¹, de autoria de João Pedro da Ponte.

Do quarto ao sétimo encontro, discutimos os seis primeiros capítulos do livro “Álgebra: pensar, calcular, comunicar”², fruto de um projeto da Universidade Federal do Rio de Janeiro que buscou analisar como se dá o desenvolvimento do pensamento algébrico e da linguagem algébrica no Ensino Básico.

As discussões feitas possibilitaram o entendimento das particularidades envolvidas no processo de ensino e aprendizagem da Álgebra, bem como a importância da abordagem adequada de seus conceitos e propriedades, uma vez que servirão de base para o desenvolvimento de operações mais complexas nos demais anos da Educação Básica e até do Ensino Superior.

2.2. Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática II (LEAMAT II)

No LEAMAT II o trabalho foi aplicado à própria turma do LEAMAT para que fossem sugeridas melhorias no que se refere às questões propostas, bem como à forma com que estas foram apresentadas.

O primeiro encontro, realizado no dia 14 de junho de 2016, se deu com a apresentação dos objetivos e metodologia de ensino da disciplina de Laboratório de Ensino e aprendizagem de Matemática II (LEAMAT II), pela professora da disciplina, com o intuito de nos mostrar a grande importância do nosso trabalho nessa nova etapa

¹ PONTE, João Pedro. **Números e Álgebra no currículo Escolar**. Disponível em: <[https://www.educ.fc.pt/docentes/jponte/DADA-TEXTOS/Ponte\(caminha\).rtfmf](https://www.educ.fc.pt/docentes/jponte/DADA-TEXTOS/Ponte(caminha).rtfmf)>.

² TINOCO, L.A.A. (Coord.) **Álgebra: Pensar, Calcular, Comunicar...** Rio de Janeiro: Instituto de Matemática da UFRJ, 2008.

dentre os eixos que compõem a disciplina: Aritmética, Geometria, Álgebra e Educação Matemática Inclusiva.

Os encontros seguintes foram de extrema importância para o aprofundamento do aporte teórico e para a elaboração da sequência didática. Com isso, foram elaboradas apostilas e exercícios, os quais passaram por várias observações e orientações para alcançar o objetivo do trabalho.

No dia 27 de setembro de 2016, ocorreu a aplicação na turma do LEAMAT II, e foram levadas em consideração as observações para o prosseguimento da finalização da sequência didática.

2.3. Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática III (LEAMAT III)

O LEAMAT III teve início com a aplicação da sequência didática, na turma regular, no dia 7 de novembro de 2016 entre 09:40h e 11:20h, perfazendo duas horas-aula e com um total de 24 alunos, do Ensino Médio Integrado ao curso Técnico de Informática de uma Escola Federal da cidade de Campos dos Goytacazes.

Inicialmente uma Licencianda fez a apresentação do tema a ser trabalhado e das componentes do grupo. Em seguida, as apostilas foram distribuídas aos alunos e a Licencianda explicou que a atividade seria trabalhada em dupla com o auxílio de um *tablet* e do *software* Desmos³, fazendo uma rápida explanação sobre o *software*.

No momento seguinte a Licencianda pediu aos alunos que dessem exemplos de equações e inequações de primeiro e segundo grau, de forma a verificar o nível de entendimento dos alunos sobre o assunto. Assim, os alunos tiveram alguns minutos para responder à questão de número 1, que foi corrigida em seguida.

Na sequência a Licencianda explicou aos alunos como deveriam responder à segunda questão, dando-lhes alguns minutos para respondê-la e corrigindo-a posteriormente.

A aula seguiu com outra Licencianda, que resolveu um item da questão 3 de forma a dar subsídios aos alunos para a resolução dos demais itens. Os alunos tiveram alguns minutos para resolver a questão 3, que foi corrigida posteriormente pela Licencianda. Ao fim da resolução do primeiro item os alunos levantaram dúvidas no que se refere ao método algébrico de resolução, tendo a Licencianda esclarecido tais dúvidas no decorrer da correção dos demais itens. No momento seguinte a Licencianda explicou como deveriam responder à questão 4, corrigindo-a logo em seguida.

Na sequência uma Licencianda fez um exemplo de forma a mostrar como resolver uma inequação pelo método gráfico, visando oferecer embasamento para a resolução da questão 5. Foram dados alguns minutos para que os alunos pudessem responder à referida questão. Nesse momento foi possível notar que alguns alunos demonstraram dificuldade

³ *Desmos* é um *software on-line* e gratuito que se assemelha a uma calculadora gráfica. Ele é capaz de construir pontos, gráficos de funções (com ou sem restrições de domínio), cônicas e regiões do plano através de equações cartesianas, paramétricas ou polares, além de calcular expressões numéricas, resolver equações de primeiro e segundo grau com uma incógnita. As construções podem ser salvas e compartilhadas usando o *Google Drive* ou uma conta gratuita que pode ser no próprio servidor do *software*. Disponível em: <<http://somaesta.blogspot.com.br/2013/01/desmos.html>>.

em diferenciar o método gráfico do método algébrico, interpretando, inicialmente, o “estudo do sinal” como resolução do problema.

Antes do sexto exercício, outra Licencianda fez a apresentação da interface do *software* Desmos, explicando como o recurso seria utilizado para a resolução da questão e auxiliando os alunos na solução do primeiro item. Assim, os alunos tiveram alguns minutos para fazer cada um dos demais itens, que foram sendo corrigidos gradativamente pela Licencianda. Durante a resolução as Licenciandas foram auxiliando os alunos com o uso do *tablet* e do *software*.

A resolução da questão 6 dependia da resposta da questão 4, assim, na questão 6, os alunos deveriam resolver os itens b e c da questão 4 com o auxílio do *software*.

Nesse momento uma das Licenciandas fez uma observação quanto às sentenças de restrição do domínio $x \geq 0$ e $y \geq 0$, explicando aos alunos que deveriam considerar na resposta apenas a área em comum às quatro curvas traçadas pelo software.

Por fim, outra Licencianda explicou que ao pensar na elaboração da sequência didática, o grupo quis propor uma atividade contextualizada, de forma que os alunos pudessem perceber em que situações as inequações e sistemas de inequações de primeiro grau com duas variáveis poderiam ser utilizados. Para isso, fez um breve comentário sobre a Pesquisa Operacional e o uso de modelagem matemática em busca de soluções de problemas reais. A Licencianda explicou que existem várias técnicas para encontrar essas soluções e que a Programação Linear (P.L.), técnica que visa a otimização de recursos, é uma delas.

Assim, a Licencianda explicou que os problemas de P.L. podem ser facilmente resolvidos com o uso de um sistema de inequações de primeiro grau com duas variáveis e, a partir daí, resolveu, em conjunto com os alunos, a questão de número 7 utilizando, para isso, o método gráfico e dando por encerrada a aula.

3. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Considerando os objetivos propostos, considera-se que os alunos conseguiram interpretar geometricamente as soluções algébricas dos sistemas propostos, bem como reconhecer uma inequação e um sistema de inequações, resolver inequações algebricamente e geometricamente, resolver geometricamente sistemas de inequações, identificar graficamente o conjunto solução, expressar a solução algébrica a partir da solução geométrica e utilizar o *tablet* para a visualização gráfica e interpretação geométrica das soluções.

Pode-se dizer ainda, que a aplicação da atividade permitiu o desenvolvimento do senso de trabalho em equipe e possibilitou a identificação das dificuldades de cada Licencianda ao estar em um ambiente real de trabalho, oportunizando o aprimoramento das habilidades inerentes à formação acadêmica.

Entre os benefícios proporcionados aos alunos, estão: i) a possibilidade da interação com os colegas, visto que o trabalho foi desenvolvido em duplas; ii) a melhor visualização dos conceitos trabalhados devido à utilização de um *software* e iii) uma aula dinâmica devido ao uso do *tablet* e de cartazes para traçagem dos gráficos.

Durante a aplicação os alunos apresentaram dificuldades em diferenciar funções de equações e inequações, bem como em resolver inequações e sistemas de inequações, o que tornou o processo mais trabalhoso e demorado. Contudo, foi possível perceber, que apesar de as dificuldades apresentadas por alguns alunos, a aplicação se deu de forma satisfatória, pois, depois de sanadas as dúvidas em cada uma das questões propostas, os alunos conseguiam desenvolver corretamente as atividades.

A abordagem do tema com o uso de tecnologia foi o ponto positivo do trabalho, visto que facilitou o processo de ensino-aprendizagem e despertou o interesse dos alunos, tornando a visualização das soluções e a compreensão do conteúdo mais fácil.

Possibilidades de temas futuros incluem: i) uma abordagem aprofundada dos conceitos de programação linear e o uso de sistemas de inequações; ii) análise geométrica de sistemas de inequações; iii) sistema de inequações aplicados à Engenharia de Produção.

REFERÊNCIAS

- Bertoloto Jr., J. (2014) “Ensinando e aprendendo através de experiências de aprendizagem mediada, modelagem e resolução de problemas com ênfase em Programação Linear”, <http://repositorio.cbc.ufms.br:8080/jspui/bitstream/123456789/2337/1/Jos%C3%A9%20Bertoloto%20J%C3%BAnior.pdf>, Abril.
- Brasil, (2002) “Parâmetros Curriculares Nacionais Para o Ensino Médio”, Brasília.
- Brasil. (1998) “Parâmetros Curriculares Nacionais: terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental”, portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf, Abril.
- Duval, R. (2003) “Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática”, In: MACHADO, S. D.A. (Org.), <https://goo.gl/ayJRz5>, Abril.
- Duval, R. (2012) “Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento”, <https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322.2012v7n2p266>, Abril.
- Göttsche, K. (2012) “Tecnologias Móveis: uma mais valia em contextos educacionais? Revista Linhas”, <http://goo.gl/ob718V>, Abril.
- GUEZ, Priscilla. Softwares de Matemática e Estatística para Tablets. Disponível em: <http://somaesta.blogspot.com.br/2013/01/desmos.html>.
- Magalhães, A. F. (2013) “Estudos das inequações: contribuições para a formação do professor de matemática na licenciatura”, <http://www.repositorio.ufop.br/handle/123456789/3382>, Abril.
- Marinho, A. F. (1999) “Inequações: a construção do seu significado”, Rio de Janeiro.
- Marques, W. (2015) “Introduzindo o tablet mediante atividades instigadoras em busca de uma matemática mais prazerosa”, In: Encontro Brasileiro de Estudantes

de Pós-Graduação em Educação Matemática,
http://www.ufjf.br/ebiapem2015/files/2015/10/gd6_wagner_marques1.pdf, Maio.

Moreira, L. de S. (2015) “Avaliação da eficácia de applets geogebra no auxílio à aprendizagem de matemática”, Campos dos Goytacazes, RJ,.

Pantoja, L. F. Lemos, Campos, N. F. da S. Cutrim and Salcedos, R. R. Calla. (2013) “A teoria dos registros de representações semióticas e o estudo de sistemas de equações algébricas lineares”, <http://www.conferencias.ulbra.br/index.php/ciem/vi/paper/viewFile/1423/528>, Abril.

Rech, R. (2007) “Resolvendo problemas de otimização no ensino médio”, http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2007_unicentro_mat_artigo_roberto_rech.pdf, Maio.