



Relações entre Função Afim e Progressão Aritmética: concepção e planificação de um Objeto de Aprendizagem digital

Thiago Fragoso Gonçalves¹, Arilise Moraes de Almeida Lopes¹, Alessandro Azeredo de Souza¹

¹Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense - IFFluminense
Campos dos Goytacazes – RJ – Brazil

thiagobarramares@gmail.com, arilise@iff.edu.br, extrostudio@yahoo.com.br

Abstract. *This article describes the research developed for the conception and planification of a Learning Object in HTML5, addressing the mathematical content Arithmetic Progression and Function and its relations. Seeks to approach these contents by a digital resource enhancing the learn and teaching process. In the methodological proceeds it's presented the stages of conception and planifications and the resources contained in the object. The object is in final phase of implementation and insertion of accessibility requirements. It's application will be in the computerized classroom, in a public high school in Campos dos Goytacazes city.*

Resumo. *Este artigo apresenta a pesquisa desenvolvida nas etapas concepção e planificação de um Objeto de Aprendizagem, em HTML5, abordando o conteúdo de Progressão Aritmética e Função Afim e a relação entre eles. Busca-se abordar esses conteúdos por meio de um recurso digital potencializando o processo de ensino e aprendizagem. Nos procedimentos metodológicos, apresenta-se a etapa de concepção e planificação e os recursos contidos no objeto. O objeto encontra-se em fase final de implementação e inserção de requisitos de acessibilidade. Sua aplicação será na sala de aula informatizada, em uma escola pública de Ensino Médio da cidade de Campos dos Goytacazes.*

1. Introdução

O conhecimento das dificuldades que os alunos se deparam em todos os níveis de ensino, no campo da Matemática, apresenta-se como um grande desafio para a construção de estratégias por parte dos professores, na busca de melhorar os processos de ensino e aprendizagem.

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais de Ciências da Natureza e suas Tecnologias para o Ensino Médio [Brasil 2008], o estudo de funções admite que o aluno faça uso da linguagem algébrica, bem como da linguagem das ciências, importante para relacionar grandezas, permitindo conexões dentro e fora da Matemática.

No estudo de Progressão Aritmética (PA), se faz necessário uma abordagem conectada a ideia de função, construindo uma visão sistematizada das diferentes linguagens e campos de estudo da Matemática, estabelecendo conexões entre seus diferentes temas e conteúdos, para fazer uso do conhecimento de forma integrada e articulada [Brasil 2008].

Pereira (2010) defende que ao associar os problemas de Função Afim com os de PA, promove-se a construção de conceitos algébricos de forma contextualizada e significativa para o aluno, permitindo que estes estabeleçam as devidas conexões entre os conceitos matemáticos e aproveitando ao máximo as relações existentes entre eles. Relata ainda que essas explorações devem estar centradas em dados, organização de tabelas, gráficos e em outras representações, fazendo com que os alunos reconheçam as funções já estudadas e evitando as exaustivas coletâneas de cálculos que fazem uso de fórmulas.

No uso das Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC) enquanto recursos pedagógicos, estas devem ser instrumentos para promoção do conhecimento. Os alunos de hoje vivem em uma sociedade tecnológica e são nativos digitais. A construção de Objetos de Aprendizagem (OA) para facilitar e auxiliar este processo pode possibilitar uma boa alternativa de colocar as tecnologias disponíveis a serviço da Educação [Souza, Gonçalves e Lopes 2014].

Na literatura pesquisada, várias definições para OA são encontradas, sendo que a proposta por [Willey 2000] é a mais citada. Define OA como qualquer recurso digital que pode ser reutilizado para assistir à aprendizagem.

Embora algumas definições sobre OA tenham um enfoque mais operacional, Lopes (2012) utiliza o termo, OA no sentido de objeto do conhecimento. Argumenta que a visão de um objeto, como objeto do conhecimento, é consistente com os objetivos que um objeto de aprendizagem se propõe a ser, quando inserido em um contexto de práticas de ensino e aprendizagem. Assim, considera OA como um recurso digital ou não digital, a ser usado em ações de ensino e aprendizagem, composto por processos de mediação do conhecimento entre sujeito-sujeito, na utilização do objeto, de forma a permitir novos conhecimentos.

Os OA digitais têm recebido a atenção de muitos pesquisadores, não exclusivamente pela facilidade de acesso que a Internet possibilita nos dias atuais, mas pela necessidade de buscar sanar problemas de aprendizagem de Matemática que, muitas vezes, tem sua origem na educação básica [Muller, Lima e Cury 2013]. Realizou-se uma pesquisa em periódicos e anais de congressos e não foram encontrados artigos que abordassem a concepção de um OA descrevendo a relação entre Função Afim e PA.

Assim, esse trabalho tem como proposta apresentar uma pesquisa desenvolvida em que se descreve a concepção e planificação de um OA abordando os conteúdos de Função Afim e PA e a vinculação entre esses dois conteúdos.

A proposta de concepção deste OA decorre do fato que estes dois conteúdos suscitam dúvidas dos alunos, que muitas vezes não percebem a relação existente entre eles. Segundo Fonsêca (2013), a maioria dos professores de matemática

trabalha o conteúdo de PA de forma tradicional e exclusivamente por meio de fórmulas que são entregues aos alunos sem a sua aplicabilidade com o cotidiano, explorando somente exercícios tradicionais em sala de aula.

Segundo Magarinus (2010) a maioria dos alunos apresenta dificuldade em expressar suas ideias sobre o que representa uma função e qual o seu significado. Relata ainda que o estudo de funções não proporcionou o desenvolvimento cognitivo dos alunos e a construção do conhecimento, além de ser realizado de maneira descontextualizada e pouco significativa. As representações são a chave para a aprendizagem conceptual e determinam muitas vezes o que é aprendido.

Logo, o uso dos OA como reforço ou elemento auxiliar ao estudo de um conceito matemático previamente abordado, surge como uma alternativa pedagógica e estratégica para contornar as dificuldades apresentadas pelos alunos durante o processo de construção do conhecimento. Justifica-se, portanto, a concepção do OA, na necessidade de se ampliar os recursos pedagógicos que o professor traz para a sala de aula quando faz seu plano de ação de maneira a favorecer o processo de ensino e aprendizagem.

A concepção e planificação do OA a ser apresentado neste trabalho pretende ser um elo entre o que o aluno já traz como conhecimento do conteúdo a ser abordado e o que se pretende que saiba quando estes conteúdos se apresentem de forma vinculada.

2. Metodologia

A metodologia para a construção do OA pautou-se em [Amante e Morgado 2001] & [Polsani 2003] que definem quatro etapas: concepção, planificação, implementação e validação. Este trabalho descreve os procedimentos metodológicos das etapas de concepção e planificação do OA concebido em HTML5 nos Núcleos de Tecnologias Educacionais e Educação a Distância (NTEAD) e de Informática na Educação (NIE) do Instituto Federal Fluminense que, possui uma equipe de bolsistas da área de Matemática, Desenvolvimento de Softwares e Designer Gráfico.

A primeira etapa é da concepção do OA e foi cuidadosamente planejada por bolsistas da área de Matemática e coordenadora do NTEAD, sendo necessários quatro aspectos: (i) conhecer o tema que se desejava trabalhar, os objetivos e o público-alvo; (ii) definir que abordagem pedagógica nortearia sua concepção; (iii) avaliar quais recursos tecnológicos seriam utilizados na construção e (iv) conceber de forma coerente com a proposta do projeto pedagógico.

Tendo em vista a aprendizagem, enquanto processo de construção do conhecimento diante de fatos reais, a equipe reuniu-se e definiu o tema a ser abordado: “Relações entre Progressão Aritmética e Função Afim”.

A proposta foi elaborar um OA a ser aplicado com alunos do 1º ano do Ensino Médio, que explorasse inicialmente PA e em seguida, a relação entre Função Afim e PA para que o aluno pudesse refletir sobre esta relação, com a possibilidade de uma aprendizagem com a vinculação entre os mesmos. Iniciaram-se pesquisas em livros

didáticos, anais de congressos e revistas científicas, que abordassem a relação entre estes dois conteúdos. Percebeu-se nesta pesquisa que esses conteúdos, em sua maioria, são apresentados nos livros didáticos, bem como nos artigos científicos, de forma separada.

Uma monografia foi utilizada para complementar o material já selecionado, uma vez, que o material da monografia abordava essa relação.

A próxima etapa foi discutir com a equipe que fez parte dessa pesquisa, uma situação contextualizada e introduzir o conteúdo matemático pesquisado e desenvolvido neste contexto. Foi definido que a situação contextualizada abordaria um adolescente fazendo uma pesquisa sobre a compra de equipamentos eletrônicos em um site. O bolsista de Designer Gráfico nesta etapa do projeto apresentou algumas sugestões de criação da interface para a tela inicial do OA e também da tela do site de compras dos equipamentos eletrônicos. Discutiu-se que, sendo o público alvo alunos do Ensino Médio, a criação de um quarto de adolescente em que o mesmo estaria à frente de um computador, pesquisando sobre a compra de eletrônicos, traria para o aluno, uma identidade de sua realidade.

Assim, a abordagem pedagógica busca que o aluno construa sua aprendizagem por meio de interações em seu ambiente social. O aluno irá interagir com o objeto proposto, refletindo sobre problemas reais, construindo assim, seu conhecimento e o professor irá atuar como mediador desse processo de ensino e aprendizagem.

Na situação contextualizada três equipamentos poderiam ser adquiridos: smartphone, videogame e notebook. Foi definido também que o OA teria um link para uma tela de Teoria, e um link para Atividades Algébricas.

A tela da Teoria possibilita apoiar a situação contextualizada e as atividades algébricas propostas. Na teoria de Função Afim foi apresentada a definição, o conceito de coeficiente angular e linear e exemplificado pares ordenados em uma tabela. Também foi elaborado um conteúdo abordando a relação entre elementos da Função Afim e PA. A teoria fundamenta a exploração destes conteúdos na situação contextualizada elaborada. Ressalta-se que a situação contextualizada não explora representação gráfica em virtude do AO ter requisitos de acessibilidade, sendo inviável tal representação no OA digital.

Em cada uma das três situações de possibilidades de equipamentos a serem adquiridos, buscou-se que o aluno fosse capaz de definir os termos de uma PA, a razão e a sequência formada pela mesma. Definiu-se nesta etapa que a relação entre uma PA, formada pelas prestações da compra do equipamento, e uma Função Afim, dar-se-á substituindo cada elemento (a_1, a_2, a_3) da PA, na Fórmula do Termo Geral, para descobrir o valor de a_n . Identifica-se assim, a PA com a lei da Função Afim $F(a_n)$.

A seguinte etapa foi de planificação, em que consistiu na elaboração de um storyboard¹, projetando como os conteúdos e as mídias deveriam ser apresentados

¹ Storyboard pode representar um esboço do modelo de uma aplicação e mostra como seus elementos estão organizados. Possibilita um planejamento do conteúdo de cada unidade e a disposição das mídias.

para os alunos em cada tela do OA. Nesta etapa final, antes de encaminhar para o bolsista da área de designer gráfico, buscou-se refletir, observando as interfaces, como este conteúdo poderia ser oferecido também para alunos com deficiência visual. Assim, criou-se nas interfaces de cada tela, onde o aluno responde as questões propostas, campos de digitação, de maneira que fosse a mesma para alunos com visão funcional e com deficiência visual.

3. Resultados

Descrevem-se os resultados da concepção e planificação do OA “Relações entre Progressão Aritmética e Função Afim” já ilustrado e em fase final de implementação pelos integrantes da equipe. Na tela de apresentação (Figura 1) há um título sobre o conteúdo que será abordado. Na parte inferior da tela, quatro botões remetem ao objetivo do estudo, a metodologia, o público alvo e os créditos da concepção do OA. Para iniciar o estudo, o aluno acessa o link denominado “clique aqui para iniciar”.



Figura 1. Tela de apresentação.

Ao avançar, um cenário na tela do computador apresenta um site de compras, com possibilidades de aquisição de equipamentos eletrônicos que são oferecidos ao aluno (Figura 2). O aluno ao escolher entre os produtos: smartphone, videogame e notebook, tem como sugestão fazer sua compra em três prestações. A proposta de efetuar a compra em três prestações remete ao estudo de uma sequência de PA com três termos.



Figura 2. Tela de opção de equipamento a ser adquirido.

Na situação descrita (Figura 3), o aluno, por exemplo, escolheu o produto smartphone. São oferecidas três especificações, e cada especificação, com duas possibilidades diferentes de modelos e preços, a serem escolhidas pelo aluno. O aluno pode escolher uma possibilidade em cada especificação. Ao marcar suas escolhas, o site apresenta os itens selecionados, valor de cada item e o valor total da compra, sendo que um botão “Clique para comprar” fica destacado na tela indicando a necessidade de confirmação da aquisição para o término da operação.

As especificações do produto foram pesquisadas, apresentando o valor real do produto.



Figura 3. Compra de equipamento smartphone.

Uma segunda possibilidade de compra é oferecida (Figura 4) com a aquisição de um videogame.



Figura 4. Compra de equipamento videogame.

Apresenta-se a opção de compra do notebook (Figura 5), e exemplifica-se o passo a passo do conteúdo explorado.

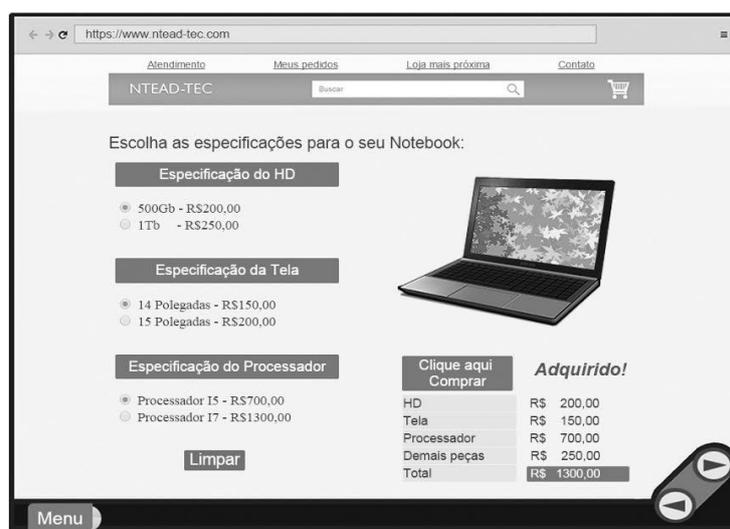


Figura 5. Compra de equipamento computador.

Ao escolher adquirir um notebook, a tela seguinte apresenta o valor da compra à vista e explora o conteúdo de propriedades de uma PA, quando oferece como forma de pagamento, três prestações (Figura 6). Busca-se que o aluno complete os campos com os três termos da PA explorada e identifique, através da manipulação algébrica, a razão. O mesmo conteúdo é abordado ao escolher smartphone ou videogame.

Nestas atividades, preocupou-se em não apresentar uma única situação de escolha, mas sim, seis possibilidades diferentes de compras para cada equipamento. O professor tem a possibilidade de explorar seis soluções diferentes de PA para cada equipamento adquirido. Essas soluções buscam promover um debate entre os alunos diante de suas opções e a exploração do conteúdo.

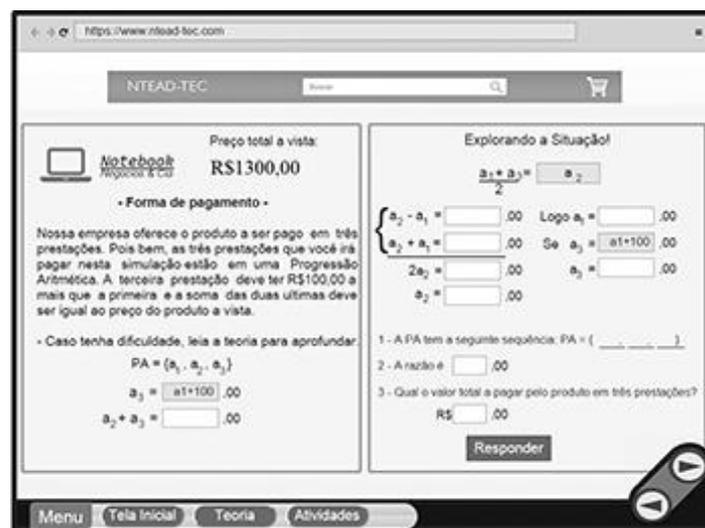


Figura 6. Explorando PA.

A relação entre PA e Função Afim é apresentada na tela seguinte, em que a partir da sequência formada pelo valor das três parcelas do bem adquirido, o aluno faz a relação entre os conteúdos (Figura 7). A partir da sequência que o aluno digita, bem como, a razão, é solicitado que escreva o termo geral da PA e interprete a relação que se pode fazer com a lei da Função Afim.

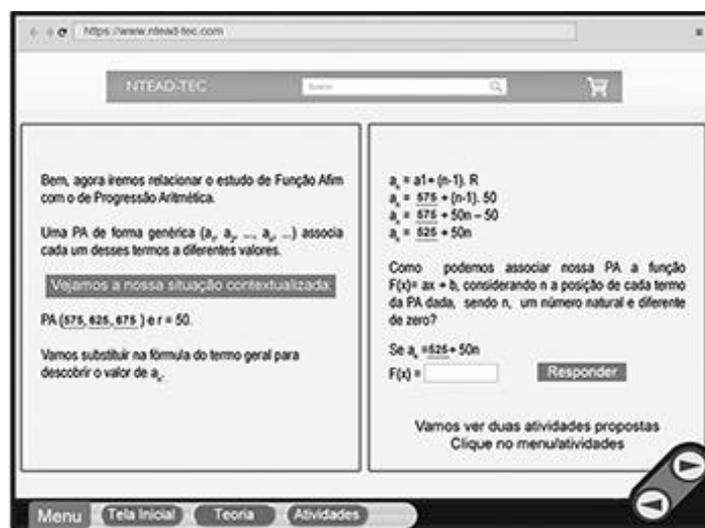


Figura 7. Relação entre Função Afim e PA.

Se o aluno apresentar dificuldades no conteúdo de PA, ele tem a possibilidade de acessar o link "Teoria" que apresenta o conteúdo matemático a ser explorado, caso necessitem de aprofundamento para resolução das atividades propostas. Da mesma forma, entendendo que o aluno poderia apresentar dificuldades no conteúdo de Função Afim, elaborou-se também um texto abordando o assunto.

Finalizando a teoria, formulou-se um exemplo da relação entre PA e Função Afim apresentado na Figura 8. O professor tem a possibilidade de explorar seis soluções diferentes de PA para cada equipamento adquirido. Essas soluções buscam

promover um debate entre os alunos diante de suas opções e a exploração do conteúdo.

RELAÇÃO ENTRE PA E FUNÇÃO AFIM

É possível estabelecer um paralelo entre os elementos de uma Função Afim (F.A.) e os elementos de uma Progressão Aritmética (P.A.)

FA	$f(x) = ax + b$	PA	$a_n = a_1 + (n-1)r$
	$f(x)$		a_n
	a		a_1
	x		$n-1$
	b		r

Considere a função afim F definida por $f(x) = 2x - 1$.
Encontre $F(1), F(2), F(3), F(4), F(5), F(9), F(13)$.
O que você observa:

$f(1) = 2 \cdot 1 - 1 = 1$	$f(4) = 2 \cdot 4 - 1 = 7$
$f(2) = 2 \cdot 2 - 1 = 3$	$f(5) = 2 \cdot 5 - 1 = 9$
$f(3) = 2 \cdot 3 - 1 = 5$	$f(9) = 2 \cdot 9 - 1 = 17$
	$f(13) = 2 \cdot 13 - 1 = 25$

Os resultados encontrados formam a sequência:
(1,3,5,7,9,11...) que é uma P.A. de $r = 2$ e $a_1 = 1$.

Podemos utilizar a fórmula do termo geral de uma P.A. para descobrirmos estes elementos;
(1,3,5,7,9,11,13...)

$a_n = a_1 + (n-1)r$
 $a_2 = 1 + (2-1) \cdot 2$
 $a_2 = 1 + (1) \cdot 2$
 $a_2 = 1 + 2$
 $a_2 = 3$

Figura 8. Relação entre PA e Função Afim.

Também foram elaboradas duas atividades algébricas com o objetivo de aprofundar o conhecimento dos alunos durante sua exploração da relação entre os dois conteúdos. Nestas atividades os alunos, ao preencherem corretamente os espaços destinados as respostas, podem avançar para outras questões. Ao passo que se houver algum erro uma mensagem de alerta é gerada, para que o aluno refaça a atividade (Figura 9).

Atividades

1) A quantidade de bactérias de uma cultura, a cada minuto, pode ser modelada por meio de uma função Afim da forma $f(n) = 2n + 1, N \in \mathbb{N}$.

a) Faça uma relação entre o tempo(n) em minutos e a quantidade de bactérias no intervalo de tempo de [0,3].

n(min)	F(n) - bactérias

b) O resultado encontrado pode ser discutido como uma sequência. Qual a sequência? Qual a expressão da PA que caracteriza a relação encontrada?

- Sequência:
- Expressão da PA: $a_n =$

r	+	1
5	n-1	7
3		a_1

c) Se a Função Afim é definida por $f(n) = 2n + 1$ e há uma relação entre Função Afim e PA, qual o termo geral da PA e a razão?

PA: $a_n =$

$r =$

Obs: Ao digitar não coloque espaços.

2) Calcule o montante no terceiro mês de uma aplicação de R\$ 100,00 à taxa de 10% a.m. de juros simples.

$M_0 = 100$
 $M_1 = 100 + 100 \cdot 0,1 = 110$
 $M_2 = 100 + 100 \cdot 0,1 \cdot 2 = 120$
 $M_3 = 100 + 100 \cdot 0,1 \cdot 3 = 130$

Qual será o montante para a aplicação de n meses (Mn)?

$M_n =$

Na PA, qual o primeiro termo?

E a razão?

Se representarmos o tempo por x, teremos:

$M(x) =$

Podemos trocar M(x) por F(x) e teremos como Função Afim:

$F(x) =$

Figura 9. Tela de Atividade explorando a relação entre PA e Função Afim.

4. Conclusão

Com a elaboração do OA “Relação entre Progressão Aritmética e Função Afim”, conclui-se que a abordagem desses conteúdos pode ser de grande utilização no Ensino Médio. Espera-se que professores de Matemática possam aplicar e explorar esse OA

digital, buscando que os alunos aprofundem seus conhecimentos sobre PA e a vinculação entre esses dois conteúdos.

As próximas etapas consistem na implementação de algumas telas que necessitam de ajustes nos campos de digitação, a inserção de requisitos de acessibilidade e a validação do objeto com licenciandos do curso de Matemática do Instituto Federal Fluminense. Após o término do OA, estes materiais estarão disponíveis em <http://ntead.iff.edu.br>

5. Referências

- Amante, L.; Morgado, L. (2001). Metodologia de concepção e desenvolvimento de aplicações educativas: o caso dos materiais hipermídia. Revista Discursos: Língua, cultura e sociedade, Portugal, v. 3, n. especial, p. 27-44.
- BRASIL (2008). Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN +) Ensino Médio: Ciências da Natureza, Matemática e suas tecnologias. Brasília: MEC/SEF.
- Falkenbach, G.M. (2005). Concepção e Desenvolvimento de Material Educativo Digital. RENTE – Revista de Novas Tecnologias na Educação, Porto Alegre, v.3 n.1, maio.
- Fonsêca, N.P.D. (2013). Uma proposta alternativa para o Ensino de Progressões Relacionadas a Funções. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) 220f. Universidade Federal do Rio Grande do Norte - Centro de Ciências Exatas e da Terra, Fortaleza.
- Lopes, A.M.A. (2012). Estratégias de mediação para o ensino de matemática com objetos de aprendizagem acessíveis: um estudo de caso com alunos com deficiência visual. 2012. 290f. Tese (Doutorado em Informática na Educação)-Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre.
- Magarinus, R.; Buligon, L.; Martins, M.M. (2015). Uma proposta para a introdução do ensino de Funções através da utilização do programa Tracker. In Ciência e Natura, Santa Maria, RS, v. 37 Ed. Especial PROFMAT, 2015, p. 481-498 Revista do Centro de Ciências Naturais e Exatas – UFSM.
- Muller, T.J; Lima, J.V.; Cury, H.N. (2013). Construção de Objetos de Aprendizagem sobre números reais, adaptado aos estilos de aprendizagem dos alunos. In Revista VIDYA, Santa Maria , RS, v.33, n.2, p.9-19, jul./dez.
- Pereira, G.S. (2010). Função Afim e Progressões Aritméticas: explorando suas conexões em sala de aula. Monografia. IFFluminense, Campos dos Goytacazes, RJ.

Polsani, P. (2003). Use and abuse of reusable learning objects. In: Journal of digital information, v.3, n.4, Canadá, <http://www.info2.uqam.ca/~nkambou/dic9340/seances/seance10et12/standards%20e>, 13 jun. 2015.

Souza, P.A.; Gonçalves, T.F.; Lopes, A.M.A. (2014). “Um estudo da construção e validação do objeto de aprendizagem Multiplicação de Matrizes”. In: Congresso Internacional de Informática Educativa, XIV, Fortaleza, CE, TISE.

Willey, D.A. (2000).” Connecting learning objects to instructional design theory: A definition a metaphor, and a taxonomy”, <http://reusability.org/read/chapters/willey.doc>, 09 jul. 2015.