



7, 8 e 9 de novembro de 2013

TEORIA DOS GRAFOS: HISTÓRIA, PROBLEMAS E APLICAÇÕES

Lauro Chagas e Sá – Instituto Federal do Espírito Santo (proflaurosa@gmail.com)
Sandra Aparecida Fraga da Silva – Instituto Federal do Espírito Santo (sandrafraga7@gmail.com)

Resumo: Nas últimas décadas, pesquisas da área de Educação Matemática têm sugerido a abordagem da Teoria dos Grafos no Ensino Fundamental e Médio, vislumbrando a ampliação da presença da matemática discreta na Educação Básica. Nesse cenário, desde 2009 o Currículo Básico do Espírito Santo passou a prever o ensino de Grafos para os dois últimos anos do Ensino Médio. Face à inclusão curricular, emerge a necessidade de se discutir este tópico com alunos de licenciatura e docentes da Educação Básica. Este minicurso apresenta e discute propostas para inserção desse tópico na educação básica. As discussões serão orientadas à luz da História da Matemática, da Resolução de Problemas e da Modelagem Matemática com atividades pertencentes a cada uma destas metodologias. Verifica-se que o desenvolvimento da Teoria dos Grafos nos remete a problemas que são simples em sua compreensão, e, portanto, acessíveis e oportunos para o Ensino Médio.

Palavras-chave: Teoria dos Grafos. Ensino Médio. História da Matemática. Resolução de Problemas. Modelagem Matemática.

GRAPH THEORY: HISTORY, PROBLEMS AND APPLICATIONS

Abstract: In recent decades, researches in the area of Mathematics Education have suggested the approach of Graph Theory in Elementary and Secondary Education, glimpsing the enhanced presence of discrete mathematics in Basic Education. In this scene, since 2009 the Basic Curriculum of the state of Espírito Santo began to provide the teaching of Graphs for the last two years of High School. Given the curricular inclusion, the need to discuss this topic with students and teachers of Basic Education emerges. This short course presents and discusses proposals for inclusion of this topic in Basic Education. The discussions will be guided in the light of the History of Mathematics, Problem Solving and Mathematical Modeling in activities pertaining to each of these methodologies. We find that the development of graph theory leads us to problems that are simple in their understanding, and therefore accessible and timely for High School.

Word-key: Graph Theory. High School. History of Mathematics. Problem Solving. Mathematical Modeling.

Introdução

O desenvolvimento de teorias matemáticas que relacionam elementos de conjuntos discretos é bastante recente se comparado à história da “matemática contínua”. Exemplo disso é a Teoria dos Grafos, formulada já no século XVIII e que ainda assim foi “redescoberta muitas vezes” (HARARY, 1973, apud BOAVENURA NETTO, 2006, p. 2). Além disso, o desenvolvimento dessa teoria foi impulsionado somente no século XX,





7, 8 e 9 de novembro de 2013

pelos problemas de otimização no campo da pesquisa operacional, já que, até então, suas aplicações eram realizadas em áreas disjuntas, como circuitos elétricos e química orgânica.

Nas últimas décadas, pesquisas da área de Educação e Educação Matemática (BRIA, 2001; MUNIZ JUNIOR, 2007; MALTA, 2008; DEGGERONI, 2010; GUALANDI, 2012) têm sugerido a abordagem da Teoria dos Grafos no Ensino Fundamental e no Médio, como viés para discussão de problemas de matemática aplicada ao cotidiano escolar. Nesse cenário, desde o ano de 2009, o Currículo Básico da Escola Estadual do Espírito Santo (ESPÍRITO SANTO, 2009) sugere o ensino da Teoria dos Grafos nos dois últimos anos do Ensino Médio: na forma de introdução conceitual para o segundo ano e como ferramenta para resolução de problemas no terceiro ano. Pode-se dizer, como Malta (2008, p.11), que “a Teoria dos Grafos apresenta aspectos pertinentes que merecem espaço no currículo da Escola Básica”. Contudo, para que essa abordagem possa ser efetivada de forma adequada, é importante que os professores tenham conhecimento específico e pedagógico acerca do tema em questão.

Por meio de questionário exploratório aplicado com 94 professores de Ensino Médio da rede estadual do Espírito Santo, em agosto de 2012, constatou-se que aproximadamente 77% dos professores presentes não estudaram Grafos durante sua formação inicial e aproximadamente 87% nunca abordaram esse conteúdo durante suas aulas de matemática. Nessa oportunidade, verificou-se também que o desconhecimento da teoria e de atividades que contemplem esse conteúdo são os principais argumentos utilizados pelos professores que não abordam Grafos em suas aulas de matemática.

Face às informações apresentadas, iniciaram-se, no ano de 2012, duas pesquisas de Iniciação Científica que vislumbram a inserção da Teoria dos Grafos nas aulas de matemática do Ensino Médio e na formação inicial do professor de Matemática. Este minicurso apresenta reflexões realizadas e conclusões obtidas em relação à inserção da Teoria dos Grafos no Ensino Médio. Neste minicurso, será apresentada a definição de grafos e de seus principais elementos, como vértices e arestas. Também será enunciado o Teorema do Caminho Euleriano juntamente com as principais aplicações dessa teoria na computação, por meio do sistema de pesquisa Google. As discussões serão orientadas à luz da História da Matemática, da Resolução de Problemas e da Modelagem Matemática com atividades pertencentes a cada uma destas metodologias.

Metodologia

A primeira metodologia a ser utilizada no minicurso será a História da Matemática, visto que esta contribui para que o participante perceba a matemática como uma produção humana e histórica acessível a todos (MIGUEL, 1997). Será apresentada uma releitura do Problema das Sete Pontes de Königsberg já aplicado em um estudo piloto (SÁ; SILVA, 2012). De forma análoga ao problema da cidade russa, será discutida a possibilidade de se percorrer seis pontes de Vitória uma única vez e retornando ao ponto de partida. Em seguida, o problema histórico de Königsberg será apresentado para que haja uma contraposição entre as estratégias dos participantes com a do matemático suíço Leonard Euler, que solucionou o problema inaugurando a Teoria dos Grafos. O uso de problemas históricos adaptados também é defendido por Brito e Carvalho (2009), quando afirmam que a discussão de procedimentos também pode ser finalidade do uso da história. Ainda que o problema não fosse o mesmo, optamos por abordá-lo de forma



análoga ao que realmente aconteceu na história da Teoria dos Grafos. Neste minicurso, um dos tópicos a ser discutido é a resolução do Problema das Sete Pontes de Konisberg e do Problema das Seis Pontes de Vitória, apresentado a seguir.

Figura 1 - Problema das Seis Pontes de Vitória (SÁ, PALMEIRA, 2012)

Vitória é a capital do estado do Espírito Santo, e uma das três ilhas-capitais do Brasil (as outras são Florianópolis e São Luís). [...] Sendo uma ilha com uma geografia recortada, a cidade possui oito pontes, dentre as quais se destacam a Darcy Castelo de Medonça (mais conhecida como Terceira Ponte), a Desembargador Paes Barreto, a Florentino Avidos e a Ponte do Príncipe.

Fonte: [http://pt.wikipedia.org/wiki/Vit%C3%B3ria_\(Esp%C3%A9rito_Santo\)](http://pt.wikipedia.org/wiki/Vit%C3%B3ria_(Esp%C3%A9rito_Santo)).

Os alunos do curso de Arquitetura e Urbanismo da Universidade Federal do Espírito Santo estão realizando um trabalho sobre as pontes de Vitória. Para isso, elas precisam atravessar as seis pontes que dão acesso à parte insular da capital capixaba. Observe o mapa abaixo e verifique se é possível que o grupo de estudantes realize algum trajeto que contemple todas as pontes que serão estudadas de forma que não repita a travessia de alguma ponte. Considere que os alunos partem da Ufes.



A história da Teoria dos Grafos evidencia que os conceitos e definições foram estabelecidos durante a resolução de problemas, como o Problema das Pontes de Konisberg, o Problema do tour dos Cavaleiros e o Icosain Game. Dessa forma, a metodologia de Resolução de Problemas também se apresenta como uma alternativa para o ensino de Grafos no Ensino Médio. Reafirmando a escolha dessa metodologia, as Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais enfatizam que “a resolução de problemas é peça central para o ensino de Matemática, pois o pensar e o fazer se mobilizam e se desenvolvem quando o indivíduo está engajado ativamente no enfrentamento de desafios” (BRASIL, 2002, p. 112). Durante o minicurso, serão apresentados problemas aplicados em turma de segundo ano de Ensino Médio e já analisados em outra oportunidade (SÁ; PALMEIRA, 2012).

Figura 2 - exemplo de problema a ser discutido no minicurso (SÁ, PALMEIRA, 2012)

Você seria capaz de desenhar as figuras abaixo sem tirar o lápis do papel?
Tem que ir de ponto a ponto e não pode passar pela mesma linha duas vezes.

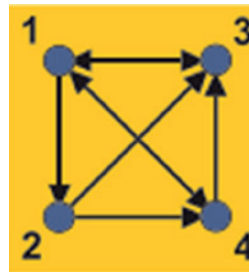
É possível partir qualquer ponto? Como podemos identificar qual é o ponto inicial?



De forma mais ampla, defini-se um modelo matemático como “um conjunto de símbolos e relações matemáticas que representam de alguma forma o objeto estudado” (BASSANEZI, 2004, p. 20). Dessa forma, pode-se considerar que todo grafo é um modelo posto que algumas definições de grafos, como a de Barbosa (1974, p. 204), partem de “um conjunto X finito e uma relação R em X ”. Assim, a última metodologia discutida é a Modelagem Matemática. Em trabalho anterior (SÁ, 2013), foram apresentadas atividades que usam modelos discretos e atividades de modelagem. Enquanto estas requerem interpretação, formulação e análise de um problema, aquelas já apresentam modelos prontos a serem analisados pelos alunos.

Além disso, será abordada a contribuição da Matemática para o sucesso do buscador Google. Neste minicurso serão abordados os critérios utilizados pelo algoritmo PageRank, empregado na ordenação dos sites (ou ranqueamento) quando realizada uma busca. Por exemplo, suponha que quatro páginas da internet estão relacionadas como o grafo a seguir, onde cada ponto indica uma página e cada seta indica uma página que é usada como referência. Neste minicurso, será apresentado o algoritmo que o Google utiliza para identificar qual é a melhor página para o usuário.

Figura 3 - Grafo que representa a rede de internet na busca de um determinado termo.



Algumas Considerações

As propostas apresentadas neste trabalho, juntamente com as experiências vivenciadas em sala de aula, apontam para uma oportunidade de se trabalhar a Teoria dos Grafos no Ensino Médio. Verifica-se que a História da Matemática, a Resolução de Problemas e a Modelagem Matemática podem ser metodologias utilizadas.

Acredita-se que momentos como os de minicurso são importantes para que os participantes tenham oportunidade de vivenciar atividades matemáticas que promovam o diálogo entre diferentes tópicos da matemática, como a relação entre sistemas lineares e teoria dos grafos, discutida no contexto da Modelagem Matemática.

Espera-se contribuir para a divulgação de metodologias que auxiliem o professor na inserção da matemática discreta na Educação Básica. Em especial, espera-se que os resultados das atividades aqui realizadas apontem para a possibilidade, relevância e potencialidade da Teoria dos Grafos nas aulas de matemática do Ensino Básico.

Referências

BARBOSA, R. M. *Combinatória e Grafos*. São Paulo: Nobel, 1974.





7, 8 e 9 de novembro de 2013

BASSANEZI, R. C.. *Ensino-aprendizagem com modelagem matemática*. São Paulo: Editora Contexto, 2004.

BOAVENTURA NETTO, P. O.. *Grafos: Teoria, Modelos e Algoritmos*. 4.ed. São Paulo: E. Blücher, 2006.

BRASIL.. *Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias*. MEC-SEMTEC: Brasília, 2002.

BRIA, J.. *Grafos no Ensino Fundamental e Médio: Matemática, Interdisciplinaridade e Realidade*. Tese (Doutorado em Engenharia de Produção) – Universidade Federal do Rio de Janeiro, Instituto Alberto Luiz Coimbra de Pós-Graduação e Pesquisa de Engenharia (COPPE), Rio de Janeiro, 2001.

BRITO, A. J.; CARVALHO, D. L.. Utilizando a história da no ensino de Geometria. In: MIGUEL, A. et al. *História da Matemática em atividades didáticas*. São Paulo: Editora da Física, 2009.

DEGGERONI, R. *Uma introdução à teoria dos Grafos no Ensino Médio*. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2010.

ESPÍRITO SANTO (ESTADO). Secretaria da Educação. *Currículo Básico Escola Estadual – Ensino Médio: área de Ciências da Natureza*. Vitória: SEDU, 2009.

GUALANDI, J; H. *Investigações matemáticas com grafos para o ensino*. Dissertação (Mestrado) – Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais. Programa de Pós-Graduação em Ciências e Matemática. Belo Horizonte, 2012.

MALTA, G. H. S. *Grafos no ensino médio: uma inserção possível*. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática, Porto Alegre, 2008.

MUNIZ JUNIOR, I. *Encontrando, minimizando e planejando percursos: uma introdução à teoria dos grafos no ensino médio*. 134f. Dissertação (Mestrado) – Centro Federal de Educação Tecnológica Celso Suckow, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Rio de Janeiro, 2007.

MIGUEL, A.. As potencialidades pedagógicas da história da matemática em questão: argumentos reforçadores e questionadores. *ZETETIKÉ*, Campinas/SP, v. 5, n. 8, Jul./Dez. 1997. p.73-105.

SÁ, L. C.; PALMEIRA, C. A.. Primeiras atividades didáticas para o ensino de Grafos no Ensino Médio. In: Jornada de Iniciação à Docência, III, 2012, Vitória. *Anais*. 2012.

SÁ, L. C.; SILVA, S. A. F.. De Konisberg a Vitória: o problema das pontes da capital capixaba em uma atividade didática sobre grafos. In: Bial da Sociedade Brasileira de Matemática, VI, 2012, Campinas. *Caderno de resumos*. 2012.





SÁ, L. C. Teoria dos Grafos na Licenciatura em Matemática do Ifes: análise da disciplina “Modelagem na Educação Básica”. In: Encontro Nacional de Educação Matemática, XI, Curitiba, 2013. *Anais*. 2013.

7, 8 e 9 de novembro de 2013

