PRÁTICAS DE PROFESSORES DO ENSINO FUNDAMENTAL NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE CONTAGEM

Paulo Jorge Magalhães Teixeira – IME-UFF/Colégio Pedro II (pjuff@yahoo.com.br)

Resumo: Este trabalho é recorte de pesquisa que envolveu formação continuada de 20 professores que ensinam Matemática na Educação Básica, apresentando resultados após reflexões e discussões do grupo acerca da prática docente relativa à introdução de conceitos de combinatória no Ensino Fundamental, priorizando não usar fórmulas. O propósito foi redefinir práticas relativas ao ensino e aprendizagem desses conceitos valendo-se do desenvolvimento do raciocínio combinatório para a construção e exploração de diferentes representações para obter o quantitativo e todas as possibilidades que atendem à solução de um problema de contagem. A metodologia Design Experiments, segundo Cobb et al (2003), norteou a fase de intervenção de nossa pesquisa.Na fundamentação teórica, relativamente aos conhecimentos de domínio do professor consideramos as categorias estabelecidas por Shulman (1986) quanto aos conhecimentos de conteúdo específico, pedagógico e curricular, em um ambiente de estudo de inovações curriculares.

Palavras-chave: Educação Matemática. Problemas de Contagem. Formação de Professores de Matemática. Conhecimento Matemático para o Ensino. Currículos de Matemática.

PRACTICES OF TEACHERS OF ELEMENTARY EDUCATION IN SOLVING PROBLEMS OF COUNTING

Abstract: *This work is a research involving continuous training of 20 teachers of Mathematics in Primary Education, presenting results after reflections and group discussions about the teaching practice on introducing concepts of combinatorics in Elementary Education, having as priority not to use formulas. The purpose was to redefine practices related to the teaching and learning of these concepts taking advantage of the development of logical thinking to the construction and operation of different representations to obtain quantitative and all the possibilities that cater to the solution of a counting problem. The methodology of Design Experiments according to Cobb et al (2003) guided the intervention phase of our research. In theory, as for the knowledge of the teacher, we considered the categories established by Shulman (1986) as to the specific knowledge, pedagogical and curricular contents, in a study environment of curricular innovations.*

Word-key: *Mathematics Education. Counting problems. Training of Teachers of Mathematics. Mathematical Knowledge for Teaching. Mathematics curriculum.*

1 - Introdução

De modo geral, quando um aluno resolve situações as quais envolvem a soma de parcelas iguais, o professor objetiva que ele se aproprie de um dos quatro significados do conceito de multiplicação segundo a abordagem de um registro multiplicativo que enfatiza o número de repetições e da parcela que se repete. Embora essa maneira de conceituar seja relevante como ponto de partida para a compreensão do conceito de multiplicação esta não deve ser a única com a qual o professor deva basear-se para dar sentido uma vez que "[...] essa abordagem não é suficiente para que os alunos compreendam e resolvam outras situações relacionadas à multiplicação, mas apenas aquelas que são essencialmente situações aditivas" (BRASIL, 1997, p.109), principalmente nos casos em que a comutatividade se apresenta com ambiguidade. Segundo os autores dos PCN – Parâmetros Curriculares Nacionais, Brasil (1997), para a compreensão efetiva da multiplicação é preciso explorar quatro diferentes grupos de atividades, dentre os quais o relativo à *ideia de combinatória.*

2 - Referencial Teórico

O foco da pesquisa foi o conhecimento profissional docente com apoio nas ideias de Shulman (1986) que chama atenção para o conhecimento de conteúdo ao identificá-lo como "paradigma perdido", e salientar que o domínio de um conteúdo é imprescindível para o ensino de qualquer disciplina. O autor busca discutir os conhecimentos que servem de base para a formação e a atuação docente.

Para a análise das respostas às situações-problema, reporta-se a Tall, D.;Vinner, S. (1981), que definem *imagem conceitual* como a estrutura cognitiva total construída na mente de uma pessoa a respeito de determinado conceito matemático, abrangendo todas as ideias, imagens mentais, impressões, representações visuais e descrições verbais relativas a propriedades e processos que envolvem aquele conceito. Segundo os autores, "como resultado e por meio de experiência de todos os tipos que uma pessoa se vê envolvida ao longo do tempo, a imagem de um conceito vai se constituindo e se transformando continuamente quando ela passa pelo enfrentamento de novos estímulos" (TALL, D.;VINNER,S., 1981, p.2).

Reporta-se à perspectiva de Fischbein (1994) segundo os aspectos *intuitivo* - associado à compreensão que uma pessoa considera como autoevidente, que intuitivamente ela seja capaz de compreender e quer que os outros também a aceitem, sem que disponha de argumentos convincentes para provar sua validade -; *algorítmico* - associado à aplicação e funcionamento de técnicas, habilidades e procedimentos padronizados de resolução cuja apropriação não dispensa uma formação meticulosa requerida para o seu desenvolvimento - e *formal* - diz respeito aos conhecimentos que estão relacionados com definições, axiomas, teoremas e provas de resultados, que devem ser aprendidos, organizados e aplicados pelos alunos com o propósito de justificar e provar que as técnicas funcionam - da atividade matemática.

Segundo o autor, o *componente intuitivo* ou simplesmente *compreensão intuitiva*, *cognição intuitiva* ou *solução intuitiva* diz respeito a uma compreensão que uma pessoa considera autoevidente. Essa compreensão é de tal maneira aceita pela pessoa que ela é capaz de aceitar uma ideia ou um conhecimento sem sequer questionar de que é preciso que haja necessidade de encontrar um tipo de justificativa que venha a legitimá-la. Ainda segundo Fischbein (1994), é indispensável que se ofereça aos alunos um processo educativo que valorize a apropriação do componente formal, considerando que compreender o que seja rigor e coerência em Matemática não é uma tarefa que o aluno adquira de maneira espontânea, sem prescindir do professor (FISCHBEIN, 1994, p. 232).

O autor, quando se refere aos aspectos formais e algorítmicos, pontua que conhecer e explorar a íntima relação que há entre os dois se constitui em condições básicas para o desenvolvimento de um raciocínio matemático eficiente, não prescindindo do aspecto intuitivo (TEIXEIRA, 2012). Mais ainda, argumenta que o conhecimento de componentes formais não garante o necessário para o enfrentamento de quaisquer problemas, pois "o domínio de técnicas e procedimentos isento do conhecimento de argumentos que justificam a utilização dessas técnicas pode não ser suficiente para a resolução de problemas que fogem ao padrão" (FISCHBEIN, 1994, p. 232).

Resultados de Fischbein (1975) mostram que a "capacidade de resolver situações-problemas que envolvam o raciocínio combinatório (problemas combinatórios)" nem sempre se alcança no nível das operações formais se um ensino específico do assunto não for oferecido (NAVARRO-PELAYO, V.; BATANERO, C.; GODINO, J. D., 1996, p. 2).

Em problemas de contagem, saber que a ordem entre os objetos é relevante para considerar agrupamentos como distintos e que um agrupamento tem rótulo A e não B não é garantia de obtenção da solução correta. Conhecer qual fórmula é a adequada para um tipo de agrupamento não assegura que, ao utilizá-la, haverá contagem correta desses e não favorece a enumeração de todos ou parte deles. Segundo os autores, quando alunos e professores se debruçam para resolver um problema de contagem em que é preciso a utilização de mais de uma operação combinatória, de imediato eles lançam mão de procedimentos que não foram por eles, facilmente, compreendidos e o fazem inadequadamente na busca de uma solução.

Concepções dos sujeitos de pesquisa, relativamente ao uso desses componentes, foram identificadas, relatadas e analisadas, enquanto dados mostraram que o grupo empregou, majoritariamente, o componente algorítmico, fazendo menção formal sempre necessitava ou precisava justificar o uso de uma fórmula para obter a solução e utilizou pouco o aspecto intuitivo (TEIXEIRA, 2013).

3 - Objetivos

Este trabalho apresenta recortes de resultados de pesquisa que envolveu a formação continuada de 20 professores que ensinam Matemática na Educação Básica, pertencentes a uma rede estadual de ensino. A pesquisa objetivou identificar, conhecer e relatar práticas pedagógicas desses profissionais acerca das experiências vivenciadas durante a resolução de problemas de contagem para alunos do Ensino Fundamental, visando avaliar possibilidades de ressignificar procedimentos e estratégias relativas à ampliação do campo conceitual destes conteúdos; não fazer uso de fórmulas, priorizar o desenvolvimento do raciocínio combinatório, aplicar os Princípios Aditivo (PA) e Multiplicativo (PM) enquanto na construção e exploração de representações gráficas.

4. Metodologia de pesquisa

Utilizou-se a metodologia Design Experiments, segundo Cobb et al (2003), para atender a propósitos relacionados a responder à questão de pesquisa, quais sejam: definição dos documentos diagnósticos e elaboração de questões para compor atividades de modo a conhecer aspectos da experiência docente, conhecimentos de conteúdo e pedagógicos de conteúdo; elaboração e aplicação de sequência didática, desenvolvida durante oito encontros de ensino, de 5 horas cada, com professores divididos em grupos de até 4 membros para reflexões e discussões de todo o grupo e a elaboração de questionário para identificar concepções e crenças dos professores em relação à ressignificação dos conhecimentos, defendidos por Shulman (1986), quanto às atividades docentes relacionadas à apropriação de conceitos próprios de contagem.

5 - Conclusões

No Ensino Fundamental chamam-se *Problemas de Contagem (PC)*, pois o desenvolvimento desse conteúdo envolve a utilização de metodologia apropriada que deve explorar diferentes representações gráficas para explorar todos os agrupamentos envolvidos e o total de soluções via contagem direta, ou aplicando diretamente os Princípios Aditivos e Multiplicativos. Também é preciso mostrar como o PM é aplicado durante a construção de uma árvore de possibilidades, por exemplo. O trabalho deve ser feito sem o uso de fórmulas, com noções básicas de uso de ferramentas combinatórias. Como os Princípios dão conta de resolver inúmeros problemas de contagem e favorecem a apreensão de conceitos básicos de Combinatória por meio da exploração do raciocínio combinatório, os autores dos PCN, Brasil (1998), sugerem deixar para o Ensino Médio o tratamento formal para a contagem de agrupamentos de objetos.

Inicialmente, trabalha-se com quantitativo pequeno de objetos e explora-se as representações gráficas e, depois, outros problemas devem ser apresentados com quantitativos maiores de modo que os alunos percebam a necessidade de utilizarem uma notação multiplicativa como recurso que auxilia na resolução de problemas com essas características. A Combinatória tem abrangência maior que aquela que trata unicamente de problemas de contagem, ou seja, há inúmeros e interessantes problemas associados à combinatória, mas muitos deles não estão apropriados para o desenvolvimento cognitivo de alunos da Educação Básica. Ressalte-se, porém, que muitos dos problemas que são propostos representam uma considerável parcela de interessantes e atraentes problemas para motivar os alunos acerca de aplicações da Matemática.

Infelizmente, quando se trata da ideia combinatória como um dos significados da multiplicação sugeridos pelos autores dos PCN, Brasil (1997), na maioria das vezes os problemas são pouco explorados pelos professores e, por vezes, estão restritos a exemplos que relacionam peças de vestuário. Nessas ocasiões o professor perde a oportunidade de explorar as representações gráficas e não desenvolve o raciocínio combinatório com os alunos enquanto uma árvore é construída, por exemplo. Desenvolver o raciocínio combinatório é compreender os diferentes modos em que é possível combinar objetos, independente da quantidade, sistematizando maneiras de agrupar esses objetos segundo características comuns - agrupamentos de objetos - associadas à situação-problema, consequência de independentes "tomadas de decisão". Ao caracterizar os diferentes agrupamentos e construí-los por meio das operações de classificação e combinação eles ficam representados nas "folhas terminais" da árvore.

O desenvolvimento de procedimentos que almejam utilizar e compreender o raciocínio combinatório são etapas importantes para que os alunos entendam outros, exigidos quando da formação de agrupamentos, ao aperfeiçoar maneiras de proceder às contagens, adquirindo segurança para enfrentar situações mais complexas, ainda no Ensino Fundamental. A não vivência dos alunos com situações de contagem enquanto explora os significados da multiplicação e da divisão associado à ideia combinatória, como explicitado, pode acarretar dificuldades futuras se o conceito não for apropriado corretamente e eles não conhecerem as possibilidades que há de obter a solução por meio de uma representação gráfica. Procedendo assim, o aluno compreende a aplicação do PM e do PA. O professor não deve formalizar de imediato o PM, pois este Princípio, na maioria das vezes, está associado a situações do tipo: "Se cada elemento de um dado conjunto A está associado (combinado) com todos os elementos de um conjunto B então, quantas combinações (agrupamentos) desses elementos se podem realizar?", relacionadas com o conceito de Produto Cartesiano, por razões naturais.

A pesquisa identificou que os professores do grupo ainda não haviam vivenciado situações nas quais - dependendo do modo como a solução da situação é encaminhada - será preciso repartir o problema em várias etapas, quando e em quantas partes seja necessário para efetuar a contagem total de possibilidades, aplicando o PM e o PA, em conjunto. Na sequência de ensino o *componente formal* esteve associado à definição, formal ou não, dos tipos de agrupamentos de objetos presentes nos problemas de contagem e no estabelecimento de uma ou mais estratégias para encaminhar a busca de soluções. Em relação ao *componente algorítmico* o grupo fez uso, em diversas ocasiões, de uma ou mais fórmulas para dar conta da contagem das possibilidades em resposta a um problema embora tivesse sido acordado de início que somente o raciocínio combinatório, o PM, o PA e representações gráficas deveriam ser explorados.

A análise dos dados não só indicou avanços no que diz respeito às definições, representações e estratégias de resolução como ampliaram a compreensão da aplicação dos Princípios e a percepção da possibilidade de resolver problemas via uso de alguma representação gráfica como estratégia que pode favorecer a caracterização dos agrupamentos de objetos, permitindo efetuar a contagem dos agrupamentos de modo direto ou indireto, sem o uso de uma fórmula.

Dentre os avanços registrados merecem atenção os relacionados à argumentação, uma vez que teria ficado vazia a discussão sobre a resolução dos PC no Ensino Fundamental se a atenção do grupo não fosse despertada para a importância dos aspectos intuitivo e formal na abordagem desse conteúdo. O esforço e o interesse do grupo a esse respeito resultaram em avanços na leitura atenta aos enunciados, na compreensão acerca das estratégias adequadas para obter a solução.Posteriormente, na elaboração de justificativas sobre as tomadas de decisão em cada uma das fases componentes da aplicação do PM ou na construção de uma árvore de possibilidades, certificando-se da consecução de todas as etapas que são necessárias para a obtenção da solução de cada problema.

Tomando por base resultados da pesquisa o desenvolvimento de atividades que envolvam o raciocínio combinatório com quantitativos de objeto pequeno permite que o aluno encontre maneiras próprias de sistematização para a obtenção das possibilidades que atendem à solução, enquanto obtém os agrupamentos que representam todas as possibilidades, a partir da construção de uma representação gráfica, e em seguida, efetue a contagem direta deles. Se alguma solução intuitiva for apresentada, o professor deve incentivar a apresentação de outras também, sugerindo que o aluno construa alguma representação gráfica que confirme o resultado obtido e, em seguida, faça correlação com os quantitativos de ações de construção e à aplicação do PM, sem que o apresente formalmente e de imediato.

Essa sugestão pedagógica possibilitará aos alunos que encarem os PC de maneira atraente e desafiadora, uma vez que eles poderão manipular objetos e utilizar-se de representações gráficas e numéricas para a obtenção das diferentes possibilidades, sem fazer uso de fórmulas.

A estimulação gradual do uso do raciocínio combinatório na resolução de diferentes PC sem a utilização de fórmulas promove os raciocínios abstrato e crítico e desenvolve habilidades cognitivas, procedimentos, estratégias e competências que passam a fazer parte da ampliação conceitual dos alunos e podem ser generalizados, adiante. A resolução de PC que tomam o raciocínio combinatório como ferramenta combinatória durante a apropriação de conceitos e na construção de uma representação gráfica têm esses instrumentos como importantes aliados. Estes, por sua vez, ajudam o aluno quanto à compreensão e à utilização de procedimentos e estratégias para resolvê-los. Portanto, a experiência com o uso de ferramentas combinatórias é necessária para o ensino de Problemas de Contagem, pois contribui para a formação de cidadãos críticos, autônomos e intervenientes, tarefa que os professores têm que abraçar com seus alunos.

Por fim, a pesquisa identificou que os professores têm lacunas de conhecimentos de conteúdo e pedagógicos de conteúdo, tais como: não recorrem às representações para resolver problemas de contagem; não sabem identificar quando um problema de contagem necessita da aplicação do PA; têm dificuldades para a utilização deste Princípio em conjunto com o PM; após a leitura dos enunciados têm dificuldade em identificar os tipos de agrupamentos de objetos que devem participar da solução, e, por conta disso, veem-se paralisados em relação ao passo que devem tomar, querendo, de imediato, lançar mão de alguma fórmula na ânsia de resolvê-lo; não mobilizam estratégias diferenciadas para o enfrentamento de situações-problema, mormente quanto às situações que não guardam conexões com outras similares que tivera oportunidade de resolver ou ver resolvida ou, por vezes, quando não estabelecem possíveis relações entre os conceitos que conhecem. Por fim, identificam os PC diante da necessidade de aplicar uma das fórmulas diretamente associadas a tipos de agrupamentos, tal qual a maioria dos livros didáticos o fazem. Os resultados mostram a necessidade de investir quanto à importância da construção de representações gráficas, raciocínio combinatório e aplicação dos Princípios para obter a solução e na necessidade de convencimento dos professores quanto aos propósitos do ensino destes conceitos no Ensino Fundamental com a aplicação de atividades que se diferenciam na abordagem em relação àquelas apresentadas no Ensino Médio - cuja prevalência recai no uso intensivo de fórmulas.

6 - Referências

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais. Matemática. 1º e 2º ciclos**. Secretaria de Ensino Fundamental. Brasília. 1997.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental: Matemática**. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1998.

COBB, P.; CONFREY, J.; diSESSA, A.; LEHRER, R.; SCHAUBLE, L. Design **Experiments in Educational** Research. Educational Researcher. Vol. 32. No. 1. pp. 9-13. jan/fev. 2003.

FISCHBEIN, E. **The intuitive sources of probabilistic thinking in children.** Dordrecht: Reidel, 1975.

FISCHBEIN, E. **The interaction between the formal, the algorithmic and the intuitive components in a mathematical activity**. in: Didactics of Mathematics as a Scientific Discipline. Mathematics Education Library. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers. 1994.

NAVARRO-PELAYO, V., BATANERO, C. e GODINO, J.D. **Razonamiento combinatório em alumnos de secundaria**. Educación Matemática. Grupo Editorial Ibero América. 8(1), 26-39, Madrid, 1996.

TALL, D.; VINNER, S. **Concept image and concept definition in mathematics with particular reference to limits and continuity**. Educational Studies in Mathematics. 1981.

TEIXEIRA, P.J.M. **Um estudo sobre os conhecimentos necessários ao professor de Matemática para a exploração de problemas de contagem no Ensino Fundamental**. São Paulo: UNIBAN, 2012. 424 p. Tese (Doutorado) – Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática. Universidade Bandeirante de São Paulo. São Paulo. 2012.

TEIXEIRA, P.J.M. *Professores de Matemática e problemas de contagem no Ensino Fundamental*. Anais do XI ENEM - Encontro Nacional de Educação Matemática. Educação Matemática: Retrospectivas e Perspectivas. PUC-PR. Curitiba, PR - 18 a 21 de julho de 2013.

SHULMAN, L. S. **Those who understand: knowledge growth in teaching**. Educational. v.15, n.2, p.4-14, 1986.