



7, 8 e 9 de novembro de 2013

(RE)CONSTRUÇÃO DE SABERES MATEMÁTICOS: UMA PROPOSTA DE CURSO DE PRÉ-CÁLCULO NO MOODLE

Juliana Corrêa Pereira – IFFluminense (julianacorreapereira@gmail.com)

Ludmilla Rangel Cardoso Silva - IFFluminense (ludrcs@hotmail.com)

Carmem Lúcia Vieira Rodrigues Azevedo - IFFluminense (clvra@iff.edu.br)

Silvia Cristina Freitas Batista – IFFluminense (silviac@iff.edu.br)

Resumo: Presentes em diversos cursos do Ensino Superior, as disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral, em geral, representam um grande desafio para os estudantes. As dificuldades dos alunos, muitas vezes, estão diretamente relacionadas à falta de requisitos necessários. Diante desse contexto, este artigo tem por objetivo apresentar uma proposta de curso de Pré-Cálculo, desenvolvida por licenciandas em Matemática, sob a orientação de professoras de Cálculo. O referido curso está sendo estruturado no ambiente virtual Moodle e contempla tópicos matemáticos do Ensino Fundamental e Médio. Tendo em vista o objetivo descrito, discute-se, inicialmente, neste artigo, a questão das dificuldades nas disciplinas de Cálculo. A seguir, são descritos os procedimentos metodológicos adotados e, então, são apresentadas, resumidamente, as apostilas já elaboradas e os materiais selecionados, relativos a cada tópico (vídeos, objetos de aprendizagem, apostilas complementares). Visa-se disponibilizar materiais em diferentes mídias, de forma a contemplar diferentes estilos de aprendizagem.

Palavras-chave: Pré-Cálculo, Cálculo Diferencial e Integral, Moodle.

(RE)CONSTRUCTION OF MATHEMATICAL KNOWLEDGE: A PROPOSAL OF PRE-CALCULUS COURSE ON MOODLE

Abstract: Present in many Higher Education courses, the disciplines of Differential and Integral Calculus normally represent a great challenge for the students. The difficulties of the students, in many cases, are related to the lack of necessary requirements. In this context, this article aims to present a proposal of a Pre-calculus course, developed by undergraduate students in Mathematics under the guidance of teachers of Calculus. The referred course is being structured in the virtual environment of Moodle and contemplates mathematical topics of Elementary and Secondary Education. Given the described objective, this article discusses, initially, the issue of the difficulties in the disciplines of Calculus. Following, the methodological procedures are described and the handouts already prepared and the materials selected for each topic (videos, learning objects, additional handouts) are briefly presented. The aim is to provide materials in different media, in order to contemplate different learning styles.

Keywords: Pre-calculus, Differential and Integral Calculus, Moodle

1 - Introdução



Durante muitos anos, professores de Matemática estiveram presos à convicção de que as dificuldades nesta disciplina, no Ensino Superior, eram causadas, exclusivamente,



7, 8 e 9 de novembro de 2013

¹ <<http://www.ptce2.iff.edu.br/moodle/>>.

² Recursos que visam apoiar a construção do conhecimento e podem ser criados em qualquer mídia ou formato, com grau variado de complexidade (MACÉDO et al., 2007).

por problemas do ensino pré-universitário e que a única ação possível, nesse sentido, era promover seleções mais eficientes para ingresso na universidade (MALTA, 2004). Porém, atualmente, reconhece-se que os problemas do Ensino Fundamental e Médio inserem-se em um amplo contexto do qual a universidade faz parte e, também, que as dificuldades de aprendizagem não se encerram no ensino pré-universitário (MALTA, 2004).

Assim, tanto são fundamentais ações que busquem minimizar dificuldades relacionadas a requisitos, como estratégias que busquem favorecer o ensino de conteúdos próprios do Ensino Superior.

A proposta do curso de Pré-Cálculo descrita, neste artigo, insere-se nesse contexto, objetivando contribuir para a (re)construção de saberes que são requisitos para o estudo de temas de Cálculo Diferencial e Integral, utilizando-se de uma metodologia que também poderá contribuir para o ensino de conteúdos específicos do Ensino Superior.

O referido curso está estruturado no Moodle¹, que é um sistema de administração de atividades *on-line*, destinado à aprendizagem colaborativa, disponível em diversos idiomas, dentre os quais o português (SABBATINI, 2007). Assim, poderá ser ofertado presencialmente ou a distância, ou intercalando momentos dessas duas modalidades.

Os conteúdos do curso incluem tópicos matemáticos do Ensino Básico e, nesse sentido, estão sendo preparadas apostilas e selecionados materiais diversos, relativos a cada assunto (vídeos, objetos de aprendizagem², apostilas complementares). Ao disponibilizar materiais em diferentes mídias, visa-se contemplar alunos com diferentes estilos de aprendizagem. Ressalta-se que a preparação e seleção de materiais são ações desenvolvidas por licenciandas em Matemática, sob a orientação de professoras de Cálculo.

Diante do exposto, este artigo visa apresentar a proposta do referido curso de Pré-Cálculo. Para tanto, na seção 2, discute-se a questão das dificuldades nas disciplinas de Cálculo. A seguir, na seção 3, são descritos os procedimentos metodológicos adotados no desenvolvimento do curso e, então, na seção 4, são apresentadas, resumidamente, as apostilas já elaboradas e os materiais selecionados. Finalizando, na seção 5, são tecidas considerações sobre o trabalho desenvolvido.

2 - Dificuldades nas Disciplinas de Cálculo

As dificuldades dos alunos nas disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral são inúmeras, mas algumas delas se encontram em conteúdos trabalhados na Educação Básica. Isso, muitas vezes, decorre de metodologias utilizadas pelo professor, em sala de aula, nas quais se prioriza a resolução mecânica de exercícios, com memorização de regras sem significado e sem utilização de raciocínio lógico (NASSER, 2007).

Essas dificuldades são percebidas em conteúdos de álgebra, trigonometria e geometria do Ensino Básico (CURY, 2003). Essa falha na aprendizagem nesse nível de ensino se reflete no Ensino Superior, causando um alto índice de desistência e/ou reprovação (FERRUZZI, 2012).

Os exames nacionais como o Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (SAEB), Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), Exame Nacional de Cursos (ENC) ou mesmo em exames internacionais, como do Programa Internacional de Avaliação de Alunos (PISA) apontam resultados preocupantes, que têm levado muitos pesquisadores em Educação Matemática a discutir as dificuldades apresentadas pelos alunos de cursos de graduação na área de Ciências Exatas (CURY, 2003).





7, 8 e 9 de novembro de 2013

³ Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul.

⁴ Desenvolvido no IF Fluminense Campus Campos-Centro, desde 2010, tendo por objetivo contribuir para a apropriação das tecnologias digitais, por parte dos professores e alunos, como instrumentos mediadores da atividade pedagógica.

As dificuldades dos alunos em conceitos básicos de Matemática podem levá-los a cometer erros, que por muitas vezes são considerados absurdos (CURY, 2003). Segundo Paias (2009 apud BORTOLI, 2011, p.10), “[...] os erros cometidos pelos alunos não são apenas dos conteúdos específicos de seu atual nível de ensino, mas também são ligados a conteúdos de séries anteriores”.

Por meio de uma investigação desenvolvida no curso de engenharia da PUCRS³, em turmas que ainda não haviam cursado a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I, Cury (2003) detectou que alguns erros dos alunos estavam relacionados a conteúdos de álgebra do Ensino Básico, como, por exemplo, fatoração, simplificação, produtos notáveis, propriedade distributiva, produto de potências de mesma base e racionalização (CURY, 2003). Outros erros eram relacionados ao conteúdo de função, como a construção de gráficos, reconhecimento de uma função exponencial e identificação dos componentes de uma função composta. Além desses, existiam os relacionados às funções trigonométricas, mais especificamente em relação aos argumentos dessas funções (CURY, 2003).

Diante do exposto, a fim de preencher as lacunas de aprendizagem dos alunos ingressantes nos cursos superiores, têm sido tomadas várias iniciativas, como os cursos de pré-cálculo obrigatórios ou optativos, aulas de apoio e disciplinas eletivas presenciais paralelas às disciplinas da grade curricular (FREIRE; NASSER; CARDADOR, 2008).

Nesse contexto, insere-se a proposta do curso de Pré-Cálculo apresentada neste artigo, cujos procedimentos metodológicos adotados para a elaboração dos materiais didáticos são descritos na seção seguinte.

3 - Procedimentos Metodológicos

O curso de Pré-Cálculo é uma ação do Programa Tecnologia Comunicação e Educação (PTCE)⁴, em parceria com a Licenciatura em Matemática do IF Fluminense Campus Campos-Centro. A proposta do curso é decorrente da convicção de que é preciso buscar meios para tornar o ensino de Cálculo mais acessível e, nesse sentido, tem-se por objetivo oportunizar a (re)construção de saberes matemáticos da Educação Básica. Portanto, busca-se ir além de uma revisão de conteúdos.

O desenvolvimento do curso envolve licenciandas em Matemática que, como projeto final de curso, estão elaborando e testando os materiais. O processo requer pré-testes com pequenos grupos para detecção de possíveis pontos a serem melhorados e a realização de experiências efetivas com alunos de Cálculo I. Cada projeto final focaliza o desenvolvimento e seleção de materiais para um determinado conjunto de tópicos matemáticos do Ensino Básico, que são requisitos para as disciplinas de Cálculo. Todo o trabalho é feito sob a orientação de professoras de Cálculo.

O curso está sendo estruturado no Moodle, podendo ser proposto aos alunos de forma presencial ou a distância (ou mesmo envolvendo momentos presenciais e a distância). Nesse sentido, cuidados estão sendo tomados em relação à determinação dos tópicos de Matemática a serem abordados e, também, quanto à elaboração e seleção de materiais. Os tópicos matemáticos foram selecionados de acordo com as lacunas de aprendizagem identificadas tanto em artigos científicos, como em experiências prévias dos professores de Cálculo da Instituição.

Optou-se por utilizar um ambiente virtual de aprendizagem para que o aluno tenha a possibilidade de (re)construir as lacunas individuais de aprendizagem de





7, 8 e 9 de novembro de 2013

⁵ Disponíveis em: <http://objetoseducacionais2.mec.gov.br/handle/mec/13483>; <http://objetoseducacionais2.mec.gov.br/handle/mec/13482>; <http://objetoseducacionais2.mec.gov.br/handle/mec/13300>. Autoria: Lopez, M. A. de la F; Barrio, M. G; Pujato, C. C. L.

⁶ Disponível em: <http://www.youtube.com/watch?v=zMP5FLMJdl>. Autoria: Matusalém Vieira Martins.

acordo com seu ritmo e necessidades particulares. Dessa forma, o aluno poderá optar por promover seus estudos na sequência proposta, considerando todos os tópicos apresentados, ou estabelecer uma sequência própria, selecionando e organizando os tópicos como julgar conveniente.

Na elaboração das apostilas, visou-se evitar a mera reprodução do que já foi visto no Ensino Básico, propondo novas perspectivas, tendo em vista o estudo de Cálculo. Atualmente, há dois projetos finais envolvidos na elaboração do curso: um trabalhando com produtos notáveis, fatoração, racionalização e simplificação de expressões algébricas e outro com função, função afim e função quadrática.

No Moodle, além das apostilas elaboradas, são disponibilizados vídeos, objetos de aprendizagem e apostilas auxiliares, sobre cada conteúdo. A diversidade de materiais decorre da preocupação com os diferentes estilos de aprendizagem dos alunos. Como afirmam Dias, Gasparini e Kemczinski (2009), há diferentes preferências individuais na forma de receber e processar informações para adquirir conhecimento e aprender. Há alunos que aprendem melhor por meio de teoria, outros optam pela prática de exercícios ou elaboração de esquemas, há os que precisam de mais tempo para refletir, enquanto outros preferem debater um assunto (DIAS; GASPARIINI; KEMCZINSKI, 2009).

Na seção seguinte, descrevem-se, brevemente, os materiais elaborados e selecionados.

4 - Descrição de Materiais Elaborados e Selecionados

Atualmente, já foram elaboradas as apostilas de produtos notáveis, racionalização, fatoração, funções e estudo de gráficos, estando as duas últimas em fase de finalização.

A figura 1 mostra o tópico do Moodle relativo a produtos notáveis. Nela, é possível observar que, além da apostila, estão disponíveis objetos de aprendizagem⁵, que demonstram geometricamente casos de produtos notáveis, e um vídeo⁶, no qual é explanado o conteúdo e são apresentados exemplos. No processo de elaboração da apostila se buscou enfatizar os conceitos, de modo que o aluno possa entender o desenvolvimento de cada caso de produto notável, sem utilizar as regras práticas mecanicamente.

Figura 1- Tópico curso de Pré-Cálculo sobre produtos notáveis

Produtos Notáveis

Produtos Notáveis

$$(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$$
$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$
$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

- Apostila de Produtos Notáveis
- Objeto de aprendizagem - quadrado da soma de dois termos
- Objeto de aprendizagem - quadrado da diferença de dois termos
- Objeto de aprendizagem - produto da soma pela diferença de dois termos
- Vídeo sobre produtos notáveis

Fonte: Moodle do PTCE (<http://www.ptce2.iff.edu.br/moodle/>).



⁷ Disponível em: <http://www.youtube.com/watch?v=dFatdA7qQCl>. Autoria: David Paulo.

A figura 2 mostra o tópico do Moodle relativo à racionalização. Além da apostila, estão disponíveis um vídeo⁷, no qual é explanado o conteúdo, e um material complementar, composto por uma apostila com teoria e exercícios resolvidos.

Figura 2- Tópico do curso de Pré-Cálculo sobre racionalização

Racionalização

Métodos
Exemplo

$$\frac{2}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} = \frac{2}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} = \frac{2(\sqrt{3} - \sqrt{2})}{\sqrt{3}^2 - \sqrt{2}^2} = \frac{2(\sqrt{3} - \sqrt{2})}{3 - 2} = 2(\sqrt{3} - \sqrt{2})$$

- Apostila de Racionalização
- Vídeo sobre Racionalização
- Material Complementar
- Exercícios Resolvidos

Fonte: Moodle do PTCE (<http://www.ptce2.iff.edu.br/moodle/>).

Na apostila elaborada para esse tópico, além de mostrar casos de racionalização de denominadores (Figura 3-a), apresentou-se também a racionalização de numeradores (Figura 3-b), que é utilizada no cálculo de limites.

Figura 3 – Parte da apostila de racionalização

Para racionalizar o denominador, teremos que multiplicar os termos dessa fração por um número de tal forma que consigamos no denominador $\sqrt{2}$. Então, o número procurado é $\sqrt{2}$.

Portanto,

$$\frac{5}{\sqrt{2}} = \frac{5}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{5\sqrt{2}}{2}$$

Esta fração é igual a 1, logo não altera o valor da fração.

(a)

Vamos racionalizar o numerador da seguinte fração $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Solução:
Seguindo as técnicas de racionalização de denominadores, temos que multiplicar a fração por um número que não altere o valor da mesma. Assim, o número procurado é $\sqrt{2}$.

Portanto:

$$\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}^2}{2\sqrt{2}} = \frac{2}{2\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

A forma racionalizada de $\frac{\sqrt{2}}{2}$ é $\frac{1}{\sqrt{2}}$.

(b)

Fonte: autoras.

Em todas as apostilas, buscou-se simular um diálogo com o aluno, tendo em vista facilitar o entendimento dos tópicos abordados, como mostram as figuras 3-a, 4 e 5. Assim como, os exemplos são estruturados de forma a fornecer ao aluno a mediação entre os enunciados e as estratégias de raciocínio matemático para a sua solução.




Figura 4 – Parte da Apostila de Fatoração

Exemplo:
a) $5x + 5y + 4ax + 4ay$

Neste caso temos:

$$\begin{array}{c} \underbrace{5x + 5y} + \underbrace{4ax + 4ay} \\ \downarrow \qquad \downarrow \\ 5(x + y) + 4a(x + y) \\ \downarrow \\ (5 + 4a)(x + y) \end{array}$$

Inicialmente, foram agrupados os termos dois a dois de modo que houvesse um fator comum. A seguir, colocou-se em evidência o fator comum de cada grupo formado e, logo após, colocou-se novamente o fator comum em evidência. Observe que foi utilizado em dois momentos o 1º caso de fatoração.



Fonte: autoras.

Segundo Oliveira (2006), o conceito de funções é um requisito fundamental para as disciplinas de Cálculo, porém os alunos têm muitas dificuldades.

[...] Algumas destas referem-se à concepção que os alunos têm de função, no registro de representação gráfica, na mudança de um registro para outro, no domínio e no contradomínio, em construção de uma tabela de valores numéricos, na distinção entre variável dependente e independente e na notação matemática (OLIVEIRA, 2006, p.24).

Sendo assim, no material que está sendo elaborado sobre esse tema, iniciou-se com o conceito de funções com ênfase em situações que mostram a dependência entre grandezas, de modo que os alunos identifiquem a variável dependente e a independente; reconheçam relações que são ou não funções, determinem o domínio e o conjunto imagem de funções, dentre outras ações. Já no material de estudos de gráficos (Figura 5), a ênfase é dada na leitura e na interpretação desses.



Figura 5 – Parte da Apostila de Estudo de Gráficos

Exemplo 11: Dada a função real definida por $g(x) = x^4 - 2x^3 - x^2 + 2x$, encontre os zeros.

Solução:
Para encontrarmos os zeros de uma função, algebricamente, vamos fazer $g(x) = 0$.
Assim:

$$x^4 - 2x^3 - x^2 + 2x = 0 \rightarrow x^4 - x^2 - 2x^3 + 2x = 0 \rightarrow$$

Termo comum: $(x^2 - 1)$

$$\rightarrow x^2(x^2 - 1) - 2x(x^2 - 1) = 0 \rightarrow (x^2 - 1)(x^2 - 2x) = 0$$

Observamos que o termo (x^2) é comum às duas parcelas, sendo assim vamos colocá-lo em evidência.

Nessas duas parcelas, podemos colocar o fator $(-2x)$ em evidência.

Colocando a variável x em evidência.

Esse fator é um caso de produto notável: o produto da soma pela diferença de dois termos.

$$\rightarrow (x+1)(x-1)x(x-2) = 0$$

$$x+1 = 0 \rightarrow x = -1$$

$$x-1 = 0 \rightarrow x = 1$$

$$x = 0$$

$$x-2 = 0 \rightarrow x = 2$$

Geometricamente, podemos observar que as abscissas dos pontos de intersecção do gráfico com o eixo x representam os zeros da função $g(x)$.
Logo, as abscissas dos pontos A, B, C e D, $x = -1, x = 0, x = 1$ e $x = 2$, respectivamente, correspondem os zeros da função $g(x)$.
Os zeros encontrados da função são: 0, -1, 1 e 2.

Fonte: autoras.

5 - Considerações finais

As dificuldades dos alunos que ingressam nos cursos superiores são inúmeras, principalmente nas disciplinas de Cálculo. Tais dificuldades não são específicas dos conteúdos de Cálculo, tendo origem, muitas vezes, em tópicos da Educação Básica. Assim, evidencia-se a importância de um curso de Pré-Cálculo para minimizar essas dificuldades.

As apostilas elaboradas pelas licenciandas envolveram revisões de conteúdos, utilizando vários livros didáticos e pesquisa na Internet, o que propiciou a elas relembrar conteúdos matemáticos visto em séries anteriores, contribuindo para o crescimento profissional e pessoal.

Espera-se que o curso auxilie os alunos de diversos cursos na (re)construção de saberes matemáticos e que contribua para a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral.

Referências

BORTOLI, M. de F. *Análise de Erros em Matemática: um estudo com alunos de Ensino Superior*. Dissertação (Mestrado Profissionalizante em Ensino de Física e de Matemática). Santa Maria, RS: Centro Universitário Franciscano, 2011. 95p.





7, 8 e 9 de novembro de 2013

CURY, H. N. *Análise de erros em cálculo diferencial e integral: Resultados de investigações em cursos de engenharia*. 2003. Disponível em: <<http://www.abenge.org.br/CobengeAnteriores/2003/artigos/CBE144.pdf>>. Acesso em: 23 jan. 2013.

DIAS, C. C. L.; GASPARINI, I.; KEMCZINSKI, A. Identificação dos estilos cognitivos de aprendizagem através da interação em um Ambiente EAD. In: WORKSHOP SOBRE EDUCAÇÃO EM COMPUTAÇÃO, 17, 2009, Bento Gonçalves. *Anais...* Bento Gonçalves, SBC, 2009. p. 489-498. Disponível em: <<http://www.lbd.dcc.ufmg.br/colecoes/wei/2009/011.pdf>>. Acesso em: 24 ago. 2013.

FERRUZZI, E. C. *A Modelagem Matemática como estratégia de ensino e aprendizagem do Cálculo Diferencial e Integral nos Cursos Superiores de Tecnologia*. 2012. Disponível em: <<https://repositorio.ufsc.br/bitstream/handle/123456789/84624/190478.pdf?sequence=1>>
Acesso em: 14 ago. de 2013.

MACÊDO, L. N. de; CASTRO FILHO, J. A. de; MACÊDO, A. A. M.; SIQUEIRA, D. M. B.; OLIVEIRA, E. M. de; SALES, G. L.; FREIRE, R. S. Desenvolvendo o pensamento proporcional com o uso de um objeto de aprendizagem. In: PRATA, C. L.; NASCIMENTO, A. C. A de (Org.). *Objetos de aprendizagem: uma proposta de recurso pedagógico*. Brasília: MEC, SEED, 2007. p. 17-26.

MALTA, I. Linguagem, Leitura e Matemática. In: CURY, H. N. (Org.). *Disciplinas Matemáticas em Cursos Superiores: reflexões, relatos, propostas*. Porto Alegre: EDIPUCRS, 2004. p. 41-62.

NASSER, L. Ajudando a superar obstáculos na aprendizagem de cálculo. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 9, 2007, Belo Horizonte. *Anais ...* Belo Horizonte, MG: SBEM, 2007. p. 1-13.

FREIRE, J. L.; NASSER, L.; CARDADOR, D. M. Educação a Distância: Solução para o Nivelamento em matemática no Ensino Superior. In: COLÓQUIO DE HISTÓRIA E TECNOLOGIA NO ENSINO DE MATEMÁTICA, 4, 2008, Rio de Janeiro. *Anais ...* Rio de Janeiro: UFRJ, 2008. p. 1-8.

OLIVEIRA, F. C. *Dificuldades na construção de gráficos de funções*. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática). Universidade Federal do Rio Grande do Norte. Natal (RN), 2006. 117p. Disponível em: <http://www.ppgecnm.ccet.ufrn.br/publicacoes/publicacao_71.pdf>
Acesso em: 12 nov. 2012.

SABBATINI, R. M. E. *Ambiente de Ensino e Aprendizagem via Internet - A Plataforma Moodle*. 2007. Disponível em <<http://www.ead.edumed.org.br/file.php/1/PlataformaMoodle.pdf>>. Acesso em: 10 mar. 2013.

