



7, 8 e 9 de novembro de 2013

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: PERSPECTIVAS DA UTILIZAÇÃO DESTA METODOLOGIA EM ÁLGEBRA DOS ANOS FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

Bruna Viana Villaça – UFF (brunavillaca@gmail.com)

Ana Kelly Nogueira Falcão – IFFluminense (akfalcao@bol.com.br)

Mônica Souto da Silva Dias – IFFluminense (msoutodias@gmail.com)

Resumo: Este artigo é fruto de uma pesquisa desenvolvida durante a elaboração de trabalho de conclusão do curso de Licenciatura em Matemática, cujo objetivo foi investigar a contribuição da metodologia Resolução de Problemas para introdução da notação algébrica. Para elaboração dos instrumentos de pesquisa e análise dos dados foi utilizada a concepção de produção de significado para a educação algébrica. O problema a ser investigado consistiu a determinação de uma configuração genérica para constituição de um quadrado mágico com três filas horizontais e três filas verticais, utilizando notação algébrica. A coleta de dados se deu a partir da experimentação de uma proposta didática, materializada num roteiro, com o objetivo de orientar o aluno na construção de notação algébrica para a configuração de um quadrado mágico 3x3. A análise dos dados indicou que tal metodologia pode propiciar legitimidade e adequação da notação algébrica, possibilitando a construção de significado para a mesma, pelos alunos.

Palavras-chave: Resolução de Problemas. Educação Algébrica. Quadrado Mágico.

TROUBLESHOOTING: PERSPECTIVES FROM THE USE OF THIS METHOD IN ALGEBRA FINAL YEARS OF BASIC EDUCATION

Abstract: This article is the result of research carried out during the preparation of a monograph for the Bachelor's Degree in Mathematics, whose objective was to investigate the contribution of the methodology Troubleshooting for introduction of algebraic notation. For preparation of the research instruments and data analysis, the conception of production of meaning for algebra education was used. The problem to be investigated was the determination of a generic configuration to form a magic square with three horizontal lines and three vertical rows, using algebraic notation. Data collection occurred from the trial of a didactic proposal, embodied in a script, in order to guide the student in the construction of algebraic notation for the configuration of a magic square 3x3. Data analysis indicated that this methodology can provide legitimacy and appropriateness of algebraic notation, allowing the construction of meaning to it, by the students.

Word-key: Resolution of Problems. Algebraic Education. Squared Magical.

Introdução

Devido às dificuldades encontradas no ensino e aprendizagem de Matemática, professores e pesquisadores desenvolveram e desenvolvem diferentes metodologias para a melhoria do ensino dessa disciplina. Dentre tais metodologias, as autoras escolheram pesquisar a Resolução de Problemas elaborada pelo matemático George





7, 8 e 9 de novembro de 2013

Polya (1944), no contexto do ensino e aprendizagem de Álgebra nos anos finais do Ensino Fundamental. As autoras deste trabalho, que serão citadas indistintamente como pesquisadoras neste texto, são duas alunas do curso de Licenciatura em Matemática e a orientadora da presente pesquisa, desenvolvida pelas alunas.

A metodologia Resolução de Problemas foi mencionada como uma possibilidade de otimizar o ensino e a aprendizagem de Matemática. Contudo, observa-se que a sua utilização nas aulas de Matemática está distante de ocorrer, uma justificativa é a dificuldade dos professores em lidar, de forma rigorosa e, ao mesmo tempo, flexível com esse tipo de atividade em sala de aula, sem contar com uma orientação especializada. Essa dificuldade ainda é maior para os professores que não estudaram tal metodologia no curso de licenciatura (REIS; ZUFFI, 2007).

A outra vertente desta proposta, o ensino de Álgebra nos anos Finais do Ensino Fundamental, justifica-se pelo fato desse ocorrer de modo desarticulado com as propostas atuais de educação algébrica.

Geralmente, a ênfase dada ao estudo da álgebra escolar consiste no cálculo com letras, desprovida de significados para os alunos, ou seja, quando uma notação está carregada de significados definidos como próprios dela.. Fica a ideia de que o significado está na notação, e quando a mesma notação é utilizada com um significado diferente do habitual, fica a impressão de que há erros. Desse modo, conclui-se que os alunos ficam em um patamar diferente daquele em que o professor se encontra, pois não entendem a notação como o professor a compreende (LINS; GIMENES, 2006). Esse fato gera dificuldades na aprendizagem desta área da Matemática (CANAVARRO, 2007).

É importante esclarecer a concepção de Álgebra adotada nesta pesquisa, uma vez que tal concepção norteou a elaboração dos instrumentos de coleta de dados deste trabalho.

A Álgebra possui muitas interpretações a respeito de sua definição:

As tentativas mais superficiais de descrever a atividade algébrica têm em comum o fato de ficarem apenas na primeira parte do trabalho; a associação com conteúdos é imediata, e a caracterização para por aí: atividade algébrica é resolver problemas de álgebra (resolver equações, por exemplo), sejam eles problemas “descontextualizados” ou parte da solução de problemas descontextualizados (LINS, GIMENEZ, 2006, p.90).

Diante desse fato, os mesmos autores assumem que a Álgebra:

[...] consiste em um conjunto de afirmações para as quais é possível produzir significado em termos de números e operações aritméticas, possivelmente envolvendo igualdade ou desigualdade (LINS, GIMENEZ, 2006, p.137).

Após o exposto, construiu-se a seguinte questão de pesquisa: *Quais são as contribuições da metodologia de Resolução de Problemas para a aprendizagem dos alunos em Álgebra, no contexto dos Anos Finais do Ensino Fundamental?*

Buscando um recorte para o estudo proposto, constitui objetivo desta pesquisa: identificar a contribuição da metodologia Resolução de Problemas segundo Polya (2006), para a elaboração de notações algébricas com significado pelos alunos.





7, 8 e 9 de novembro de 2013

1 - Referencial teórico

Todo o trabalho desenvolvido baseou-se em Polya (2006) e Lins e Gimenez (2006), cujas ideias principais são apresentadas nos parágrafos seguintes.

1.1- Metodologia Resolução de Problemas

A metodologia Resolução de Problemas, segundo Polya (2006), estabeleceu uma lista de indagações para ajudar o aluno a traçar um plano de trabalho a fim de resolver um problema matemático, bem como orientar o professor a indagar seus alunos, visando auxiliá-los na resolução do problema, procurando orientar o raciocínio deles.

Para resolver um problema, Polya (2006) sugere quatro etapas: (a) a primeira etapa consiste em fazer a compreensão do problema, é o momento em que o resolvidor deve analisar o problema; (b) a segunda etapa visa construir uma estratégia de resolução, estabelecendo um plano que deverá ser seguido com a finalidade de chegar à resposta; (c) a terceira etapa é quando ocorre a execução do plano que foi formulado na etapa anterior, é a hora em que o estudante emprega cada passo que foi utilizado na formulação do plano, é a etapa em que o professor media a aprendizagem; (d) a quarta etapa é quando ocorre a revisão da solução, é o momento em que deve acontecer um retrospecto de tudo que foi feito e utilizado para chegar à resposta do problema, visando verificar cada passo utilizado, examinando a solução obtida (POLYA, 2006).

O professor deve selecionar as situações que serão trabalhadas em sala de aula por seus alunos e ser o mediador da aprendizagem, estimulando e proporcionando a participação dos alunos que assumem uma postura participativa. As aulas de Matemática tornam-se assim criativas, pois a partir da participação de todos os alunos, ocorre troca de informações e a aprendizagem acontece de forma coletiva (CANAVARRO, 2007). Assim, o professor exercerá a função de incentivar e mediar as ideias de seus alunos, que assumem uma função ativa, deixando de ser alunos observadores, em que apenas eram encarregados de ver a Matemática “ser feita” pelo professor (DANTE, 1994; POLYA, 2006).

No instrumento de pesquisa elaborado, o problema proposto aos alunos consistiu em elaborar uma notação algébrica para a configuração de um quadrado mágico com três linhas e três colunas (Figura 1).





7, 8 e 9 de novembro de 2013

Figura 1 – Quadrado Mágico 3X3

2	9	4
7	5	3
6	1	8

Fonte: Autoras.

1.2- Educação Algébrica

Segundo Lins e Gimenez (2006), não há um consenso do que seja pensar algebricamente, o que existe é uma conformidade com relação às coisas da Álgebra: equações, cálculo literal, funções, etc. A diversidade de ideias ocorre devido ao consenso ser baseado em conteúdos da Álgebra e não no pensar algebricamente.

Lins e Gimenez (2006) buscam diferenciar caracterização da Álgebra e o pensar algebricamente. É claro que uma implica a outra, porém o que incomoda aos autores é o caráter limitado das concepções do que seja a Álgebra e do que seja o pensamento algébrico apresentado em várias abordagens.

Há a concepção de que a atividade algébrica seja o “cálculo com letras”. Na realidade, assumir esse pensamento não propõe melhoras na sala de aula, pois geralmente resume a atividade algébrica como sendo técnica (algoritmo) e prática (exercícios), não percebendo assim a essência da mesma (LINS; GIMENEZ, 2006).

Lins e Gimenez (2006) acreditam que a Álgebra consiste em construir um conjunto de afirmações para as quais é possível ocorrer produção de significados em termos de números e operações aritméticas. Faz-se necessário a ocorrência de uma investigação dos significados produzidos no interior de determinada atividade; os autores afirmam que significado consiste em um conjunto de coisas as quais estão relacionadas a um objeto, ou seja, o que efetivamente se diz no interior de uma atividade, e não o conjunto do que poderia ser dito (LINS; GIMENEZ, 2006).

Neste trabalho, procurou levar os alunos a falarem sobre as descobertas que faziam, e, mais, que as registrassem com o auxílio das pesquisadoras. Tal conjunto de ações propiciou que as conjecturas fossem carregadas de significado. Tomando os termos dos autores, pode-se afirmar que o conjunto do que poderia ter sido dito consiste nas afirmações as quais as pesquisadoras esperavam ouvir dos alunos, e o que efetivamente se diz no interior de uma atividade relaciona-se ao que os alunos falaram conscientemente sobre a tarefa que estavam executando, ou seja, as conclusões elaboradas por eles.

2 - Metodologia

Esta pesquisa consistiu em um estudo de caso e foi realizada em uma turma dos Anos Finais do Ensino Fundamental. Segundo Goldenberg (2000):





7, 8 e 9 de novembro de 2013

O estudo de caso não é uma técnica específica, mas uma análise holística, a mais completa possível, que considera a unidade social estudada como um *todo*, seja um indivíduo, uma família, uma instituição ou uma comunidade, com o objetivo de compreendê-los em seus próprios termos (GOLDENBERG, 2000, p.33).

Optou-se pelo estudo de caso, numa turma de 8º. ano de uma escola pública, pois o mesmo pode ser utilizado nas mais variadas situações, possibilitando a contribuição a conhecimentos dos fenômenos desde os individuais até os grupais (YIN, 2010).

O estudo de caso possibilita que o pesquisador possa depreender as características holísticas e significativas, ou seja, é possível perceber com detalhamento as mudanças de comportamentos dos indivíduos estudados, assim como a melhora em seu desempenho, na sua aprendizagem (YIN, 2010).

Os dados foram coletados por meio da observação participativa e dos registros escritos produzidos pelos alunos. Entende-se observação participativa como aquela em que o observador também age como pesquisador (YIN, 2010).

2.1 - Elaboração do problema a ser resolvido

Na busca por um problema que pudesse estar ao nível cognitivo de uma turma de oitavo ano do Ensino Fundamental, e, simultaneamente, despertasse nos alunos a motivação para resolver tal problema, e ainda, que envolvesse iniciação ao estudo de Álgebra, chegou-se ao tema quadrado mágico que foi analisado pelas autoras, concluindo que esse poderia atender aos itens citados no início desse parágrafo.

Os quadrados mágicos são arranjos quadrados de numerais em que as filas horizontais, as filas verticais e as duas diagonais apresentam a mesma soma. E o nome quadrado mágico foi dado a este tipo especial de arranjo geométrico porque se acreditava que tivessem poderes especiais (HECK; FEY, 1992).

Elaborou-se o roteiro para o problema intitulado quadrado mágico, que consistiu numa sequência de pequenos problemas envolvendo a constituição de um quadrado mágico 3X3 (com três filas horizontais e três filas verticais). Alguns problemas foram apresentados aos alunos oralmente, e outros por escrito. O objetivo da sequência foi encontrar uma representação genérica, utilizando notação algébrica, para a configuração de um quadrado mágico, que permitisse a partir de qualquer P.A. (Progressão Aritmética) dada de nove números, determinar a posição de cada elemento no quadrado, sem utilizar o método das tentativas, de modo que as três filas horizontais, as três filas verticais e as duas diagonais tivessem a soma determinada para tal sequência.

3 - A experimentação

A experimentação se consistiu de três momentos: teste exploratório, primeira experimentação e segunda experimentação. O teste exploratório ocorreu com sete alunos do primeiro ano do Ensino Médio de uma escola pública e teve como um dos objetivos testar as estratégias de condução da experimentação. Foi possível observar que tais alunos apresentaram dificuldades em operar com números inteiros negativos,





7, 8 e 9 de novembro de 2013

apesar do grau de escolaridade deles. Entretanto, mostraram-se interessados na tarefa, concluindo-a com êxito.

A primeira experimentação ocorreu com oito alunos do 8º. ano de uma escola particular, em horário extraclasse. Essa experimentação, inicialmente prevista para ser a única, indicou a necessidade de uma segunda devido ao curto espaço de tempo disponível para o seu desenvolvimento. Isso levou as pesquisadoras a intervirem mais do que o previsto nas ações dos alunos durante a resolução do problema proposto, comprometendo a veracidade dos dados. Nessa experimentação, foi percebida a necessidade de elaborar um roteiro por escrito para que os alunos registrassem o seu raciocínio e as suas conclusões.

Cientes das influências de suas intervenções nas ações dos alunos, iniciaram a segunda experimentação, buscando mediar as atividades, estimulando os alunos com perguntas genéricas.

O encaminhamento dos problemas e o desenvolvimento dos trabalhos com os alunos, nos três momentos da experimentação foram pautados na metodologia de Resolução de Problemas segundo Polya (2006). É apresentada a seguir, uma síntese da segunda experimentação que utilizou o roteiro mencionado anteriormente.

Foi entregue a cada trio um roteiro com sete questões que foram respondidas coletivamente, sob a orientação e mediação das pesquisadoras. As questões foram as seguintes: 1) Que características possuem a sequência que formou o quadrado mágico?; 2) Pense numa forma de representar a sequência (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 e 8) a partir do termo do meio.; 3) A forma pensada no item anterior serve para representar a sequência (2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 e 10)? Em caso negativo, como seria a representação desta sequência?; 4) E esta sequência (2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16 e 18)? Em caso negativo, como seria a representação desta sequência?; 5) Pense como essas sequências numéricas podem ser representadas de uma forma geral. Escreva as suas ideias.; 6) Monte um quadrado mágico usando a representação que você elaborou na questão 5.; 7) Existe alguma mágica na configuração do quadrado mágico?.

Na questão cinco, os alunos quiseram chamar o número do meio da sequência de núcleo, depois resolveram chamá-lo de *NM* (número do meio). Escreveram os termos da sequência da questão dois a partir do número do meio da mesma e, observaram que tal registro não servia para o registro da sequência da questão três. A partir daí, sob a mediação das pesquisadoras, os alunos escolheram a letra *d* para indicar a diferença entre os termos da sequência, chegando à seguinte configuração:

$$\begin{array}{ccc} NM + 1.d & NM + 2.d & NM - 3.d \\ NM - 4.d & NM & NM + 4.d \\ NM + 3.d & NM - 2.d & NM - 1.d \end{array}$$

Conclusão

Foi constatado que a metodologia de Resolução de Problemas segundo Polya (2006) se mostrou adequada para o desenvolvimento da notação algébrica pelos alunos. Caso as orientações metodológicas da Resolução de Problemas não fossem utilizadas, nos momentos de bloqueios dos alunos, as pesquisadoras poderiam se antecipar às conclusões dos alunos, inibindo a possibilidade destes alcançarem as soluções de modo autônomo.





7, 8 e 9 de novembro de 2013

Nesta pesquisa, isso representaria apresentar aos alunos as notações algébricas que possuem significado para as pesquisadoras, mas poderiam não significar algo para os alunos. Desse modo, estes não estariam construindo a notação algébrica com significado, reproduzindo assim situações de muitas salas de aulas de Matemática, nas quais o caráter expositivo das aulas impera, levando os alunos a serem espectadores do conhecimento. Sendo assim, a metodologia Resolução de Problemas pode propiciar a legitimidade e a adequação da notação algébrica. Tal fato ficou claro para as pesquisadoras quando os alunos utilizaram com destreza as representações algébricas por eles criadas.

Esses fatos estão relacionados à construção da notação algébrica pelos alunos, na qual são capazes de escolher a incógnita que apresenta significado, ou seja, quando o professor possibilita a autonomia aos alunos para entender e criar a notação algébrica, eles passam a utilizá-la com significado.

Nesta investigação, foi possível verificar que a linguagem algébrica pode ter significado para os alunos, desde que lhes seja permitido escolher as representações, gerando com isso uma aprendizagem com significado.

Referências

CANAVARRO, Ana Paula et al. O pensamento algébrico na aprendizagem da Matemática nos primeiros anos. **Quadrante**, Lisboa-Portugal, n. 2, p.81-118, 2007.

DANTE, Luiz Roberto. **Didática da Resolução de Problemas de Matemática**. São Paulo: Ed. Ática, 1994.

GOLDENBERG, Mirian. **A arte de pesquisar**: como fazer pesquisa qualitativa em Ciências Sociais. Rio de Janeiro: Record, 2000.

HECK, William; FEY, James. Quadrados Mágicos: In: GUNDLACH, Bernard H.; trad. Hygino H. Domingues. **Tópicos de História da Matemática para uso em sala de aula**. São Paulo: Atual, 1992. p. 65-66.

LINS, R. C.; GIMENEZ, J. *Perspectivas em Aritmética e Álgebra para o Século XXI*. 7. ed. Campinas, São Paulo: Papyrus, 2006. p.89-158.

POLYA, George. **A Arte de Resolver Problemas**: Um Novo Aspecto do Método Matemático. Tradução e adaptação de Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: Interciência, 2006.

REIS, M. M. V.; ZUFFI, E. M. Estudo de um caso de implantação da metodologia Resolução de Problemas no Ensino Médio. **Bolema**: Rio Claro -SP, v. 20, n. 28, p.113-128, 2007.

YIN, R. K. **Estudo de caso**: planejamento e métodos. Porto Alegre: Bookman, 2010.

