



08 a 11 de Outubro de 2018  
Instituto Federal Fluminense  
Búzios - RJ

## ANÁLISE DE DESEMPENHO DO FILTRO DE PARTÍCULAS SIR USANDO A AUTOCORRELAÇÃO DO RESÍDUO

Ruan de Rezende Faria<sup>1</sup> – rrfaria@hotmail.com

Wellington Betencurte da Silva<sup>1</sup> – wellingtonufes@gmail.com

Icaro Pianca Guidolini<sup>1</sup> – icaropg@gmail.com

Julio Cesar Sampaio Dutra<sup>1</sup> – julio.dutra@ufes.br

<sup>1</sup> UFES, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Química – Alegre, ES, Brasil.

**Resumo.** Geralmente, os problemas inversos são avaliados com métricas baseadas no resíduo, como o resíduo quadrático médio, no tempo de cômputo das estimativas e no coeficiente de determinação. No caso de filtros de partículas, busca-se otimizar esses critérios variando-se o número de partículas e a incerteza da região de busca paramétrica do algoritmo. No entanto, esse procedimento não considera a natureza estatística do resíduo de estimação, o qual não deve ser autocorrelacionado. Neste sentido, este trabalho examinou a utilização da autocorrelação do resíduo como critério adicional para análise de desempenho do filtro de partículas Sequential Importance Resampling (SIR). Por meio de um exemplo clássico de transferência de calor, demonstra-se que, além de minimizar o erro de previsão, é possível obter uma configuração do filtro SIR que forneça um resíduo de estimação não autocorrelacionado.

**Palavras-chave:** Problemas Inversos, Inferência Bayesiana, Correlograma.

### 1. INTRODUÇÃO

Os processos industriais são muito variados e englobam diferentes equipamentos que demandam a medição de diversas variáveis com a finalidade de monitoramento ou de controle do processo (Seborg *et al.*, 2011; Thomas *et al.*, 2018). No entanto, nem todas as variáveis podem ser medidas com um nível adequado de exatidão ou dispositivos de medição podem nem mesmo estar disponíveis (Misra *et al.*, 2002; Balbinot *et al.*, 2012). Assim, para não comprometer o desempenho do processo, é importante empregar ferramentas de estimação de estados e parâmetros a partir das medidas disponíveis.

Existem diversas abordagens para este problema, também chamado de problema inverso, com destaque à reconciliação de dados (Prata *et al.*, 2009) e às técnicas baseadas no teorema

de Bayes, como filtros de Kalman e os filtros de partículas (Kaipio & Somersalo, 2004). Para problemas inversos não lineares e não Gaussianos, os filtros de partículas permitem estimar variáveis em processos dinâmicos sujeitos a erros randômicos presentes nos dispositivos de medição e no sistema dinâmico (Khatibisepehr *et al.*, 2013). Exemplos de aplicação podem ser vistos nos trabalhos de Shenoy *et al.* (2013), Dias *et al.* (2017) e Salardani *et al.* (2018).

A ideia básica é aproximar recursivamente as distribuições de probabilidades relevantes por meio de um conjunto de partículas utilizando o conceito de amostragem por importância (Djuric *et al.*, 2003). O algoritmo *Sequential Importance Resampling* (SIR), proposto por Gordon *et al.* (1993), é comumente empregado, o qual considera uma etapa de reamostragem para evitar a degeneração das partículas. Com isso, partículas com pesos de importância mais significativos são replicadas, ao passo em que partículas com pesos menores são eliminadas (Arulampalam *et al.*, 2002; Chen *et al.*, 2005; Chatzi & Smyth, 2009).

O desempenho de estimação normalmente é quantificado por meio de métricas baseadas no tempo computacional entre as iterações, no resíduo da estimação  $\varepsilon_k = \hat{y}_k - y_k$ , em que  $\hat{y}_k$  é o valor filtrado das observações  $y_k$  disponíveis, e no intervalo de confiança das variáveis e parâmetros estimados (Doucet *et al.*, 2001; Arulampalam *et al.*, 2002). No caso de filtros de partículas, o usuário deve buscar um compromisso entre a qualidade de estimação e um baixo tempo de cômputo, por exemplo, variando-se o número de partículas. No entanto, essas métricas não levam em conta as propriedades estatísticas do sinal do resíduo de estimação.

Considerando que os valores medidos são apenas corrompidos por erros randômicos, a diferença entre o valor estimado e o valor medido supostamente apresenta as características de um ruído branco. Esse comportamento pode ser verificado por meio da análise da função de autocorrelação ou do correlograma. Esta função mede o grau de dependência da série temporal  $\varepsilon(\tau)$  formada pelo resíduo com a mesma série atrasada no tempo  $\varepsilon(\tau - \tau_{lag})$ . Caso haja correlação significativa somente quando  $\tau_{lag} = 0$ , a série temporal não depende de seu passado, de modo que o resíduo não é autocorrelacionado como um ruído branco. Isto significa dizer que a ferramenta de estimação foi capaz de remover as incertezas das medidas (Box *et al.*, 1994; Ljung, 2012; Smith *et al.*, 2015).

Neste contexto, este trabalho considera a análise do desempenho do algoritmo SIR (*Sampling Importance Resampling*) aplicado a um problema de transferência de calor. A escolha dessa abordagem foi motivada pela necessidade de realizar estimação do perfil dinâmico de fluxo de calor a partir de medidas de temperatura. Essa identificação em tempo real permitiria a tomada de decisões, que não seriam possíveis por técnicas *off-line*, com a finalidade de aplicação em sistemas de alarme, inferência virtual, controle, entre outros. Para verificar o desempenho da ferramenta, são considerados como métricas o erro quadrático médio (RMS), o coeficiente de determinação ( $R^2$ ) e o correlograma do sinal do resíduo (SC), variando-se o número de partículas e a incerteza do fluxo de calor.

## 2. MATERIAIS E MÉTODOS

### 2.1 Sistema Físico e Formulação Matemática

O problema físico considerado neste trabalho é a transferência de calor em uma placa fina descrita por um modelo a parâmetros concentrados (Da Silva *et al.*, 2016). A placa apresenta espessura  $L_x$  e recebe um fluxo de calor  $q(t)$  espacialmente uniforme e variante no tempo na superfície  $x=0$ . Na face oposta, em  $x=L_x$ , ocorre troca de calor com o ambiente a temperatura  $T_\infty$  com um coeficiente de transferência de calor  $h$ , conforme o esquema mostrado na Fig.1.

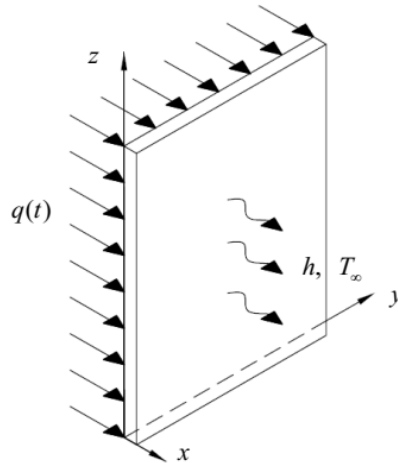


Figura 1 – Representação esquemática do problema físico (Da Silva *et al.*, 2016).

A hipótese de modelo a parâmetros concentrados pressupõe que não há variação espacial das variáveis envolvidas no problema, de modo que a temperatura é idêntica em qualquer ponto da placa. O modelo matemático é então dado pela Eq. 1, em que  $t$  é a variável de tempo,  $T$  a temperatura média da placa,  $q(t)$  o fluxo de calor,  $L_x$  a espessura da placa,  $C_p$  a capacidade calorífica, e  $\rho$  a densidade.

$$\rho C_p \frac{dT(t)}{dt} = \frac{q(t)}{L_x} - \frac{h}{L_x} (T - T_\infty), t > 0 \quad (1.a)$$

$$T(0) = T_\infty \quad (1.b)$$

No problema de estimação, assumem-se que os parâmetros do sistema físico são conhecidos. No entanto, há a necessidade de determinar o fluxo de calor bem como filtrar as incertezas das medidas de temperatura.

## 2.2 Medidas sintéticas

Em virtude da indisponibilidade de medidas reais (dados experimentais), empregaram-se medidas sintéticas para a aplicação do filtro de partículas. Para tanto, inicialmente foi necessário obter os valores exatos simulados a partir da solução analítica do modelo matemático do problema físico dado pela Eq. 2, sendo que  $\alpha = (q(t) + hT_\infty)/(L_x \rho C_p)$  e  $\beta = h/(L_x \rho C_p)$  dependem do material escolhido, intensidade do fluxo de calor e temperatura ambiente.

$$T(t) = T_\infty \exp(-\beta t) + \frac{\alpha}{\beta} [1 - \exp(-\beta t)] \quad (2)$$

Aos valores exatos simulados com a solução analítica, foi acrescentado um erro randômico para gerar as medidas sintéticas, cuja equação é apresentada pela Eq. 3.

$$T_k = T_{exata,k} + w_k \cdot \sigma_{med} \quad (3)$$

Nesta proposta,  $T_k$  são as medidas sintéticas contendo erros randômicos no instante de tempo  $k$ ;  $T_{exata,k}$  são as medidas simuladas exatas;  $\sigma_{med}$  é o desvio padrão dos erros de medida; e  $w_k$  é uma variável randômica tal que  $w_k \sim N(0,1)$ .

## 2.3 Problema de Estimação

Os parâmetros da placa usados no modelo, como a espessura, a capacidade calorífica e a densidade, são conhecidas. Deste modo, o problema de estimação reside na filtragem das observações de temperatura e do fluxo de calor aplicado na placa. Este objetivo é explorado de acordo com a técnica de filtros de partículas, a qual inclui uma etapa de problema direto (simulação) e uma etapa de problema inverso (estimação) detalhadas a seguir.

*Problema Direto.* Esta etapa da estimação consiste na simulação das partículas por meio do modelo matemático do sistema físico. Isso é feito para obter uma aproximação da variável observada considerando os valores de estados e parâmetros dados pelas  $i = 1, \dots, N_{part}$  partículas. A simulação numérica foi obtida com a função *ode15s* disponível no Matlab para solução de sistemas de equações diferenciais. Essa escolha é adequada, uma vez que a rotina já foi amplamente testada, é confiável e permite a integração com controle automático do erro local (Gilat & Subramaniam, 2009). Considerou-se também a incerteza  $\sigma_{mod}$  para o modelo, de modo que o valor simulado para cada partícula é dado por  $\hat{T}_k^i = T_{k,mod}^i + \eta_k \cdot \sigma_{mod}$ , em que  $T_{k,mod}^i$  é a resposta do modelo e  $\nu_k$  é uma variável randômica tal que  $\eta_k \sim N(0,1)$ .

*Problema Inverso.* Esta etapa se concentra na geração das partículas, no cálculo dos pesos de importância e na reamostragem das partículas. Neste trabalho, a solução do problema inverso baseou-se na técnica de inferência Bayesiana sequencial, cujo principal resultado é a obtenção da função de distribuição de probabilidade a *posteriori*  $\pi(\mathbf{x}_k|\mathbf{y}_k)$  representada pela Eq. 4 (Doucet *et al.*, 2001; Arulampalam *et al.*, 2002).

$$\pi(\mathbf{x}_k|\mathbf{y}_k) = \frac{\pi(\mathbf{y}_k|\mathbf{x}_k)\pi(\mathbf{x}_k|\mathbf{x}_{k-1})}{\pi(\mathbf{y}_k)} \quad (4)$$

De forma condicional, esta função permite atualizar a informação a respeito do vetor de estados  $\mathbf{x}_k$  a partir variáveis medidas  $\mathbf{y}_k$ . A distribuição de probabilidade a *priori*  $\pi(\mathbf{x}_k|\mathbf{x}_{k-1})$  é modelada com a informação disponível sobre o que se deseja avaliar. O grau de confiança (ou importância) das hipóteses são fornecidas pela a função de verossimilhança  $\pi(\mathbf{y}_k|\mathbf{x}_k)$ , que corrige e incorpora mais informações à distribuição a *priori*. Por fim, a função  $\pi(\mathbf{y}_k)$  é a distribuição marginal das medidas, que atua como uma constante de normalização.

Assumindo que os erros de medida são variáveis aleatórias que seguem uma distribuição Gaussiana, com média zero e matriz de covariância conhecida  $\mathbf{W}$ , a função de verossimilhança pode ser expressa pela Eq. 5 (Kaipio & Somersalo, 2004). Nesta função,  $\hat{\mathbf{y}}_k = \mathbf{h}(\mathbf{x}_k)$  é o vetor contendo a solução do problema direto e  $ND$  é o número de dados medidos disponíveis.

$$\pi(\mathbf{y}_k|\mathbf{x}_k) = (2\pi)^{-ND/2} |\mathbf{W}|^{-1/2} \exp \left\{ -\frac{1}{2} [\mathbf{y}_k - \hat{\mathbf{y}}_k]^T \mathbf{W}^{-1} [\mathbf{y}_k - \hat{\mathbf{y}}_k] \right\} \quad (5)$$

## 2.4 Filtro de Partículas SIR

Os filtros de partículas são uma classe de algoritmos fundamentados na técnica de inferência Bayesiana, a qual foi desenvolvida para problemas de estimação de estados caracterizados como um processo Markoviano. O cômputo da função de distribuição de probabilidade a *posteriori* depende da atualização das medidas, evolução temporal dos

estados com o modelo empregado no problema direto e da reamostragem das partículas baseada nos pesos de importância dados pela função de verossimilhança (Doucet *et al.*, 2001).

Desse modo, a etapa do problema inverso para a estimação foi formulada por meio do algoritmo *Sampling Importance Resampling* (SIR) (Gordon *et al.*, 1993). O esquema para estimativa com o filtro de partículas SIR para o problema abordado nesse trabalho pode ser compreendido por meio da Fig. 2.

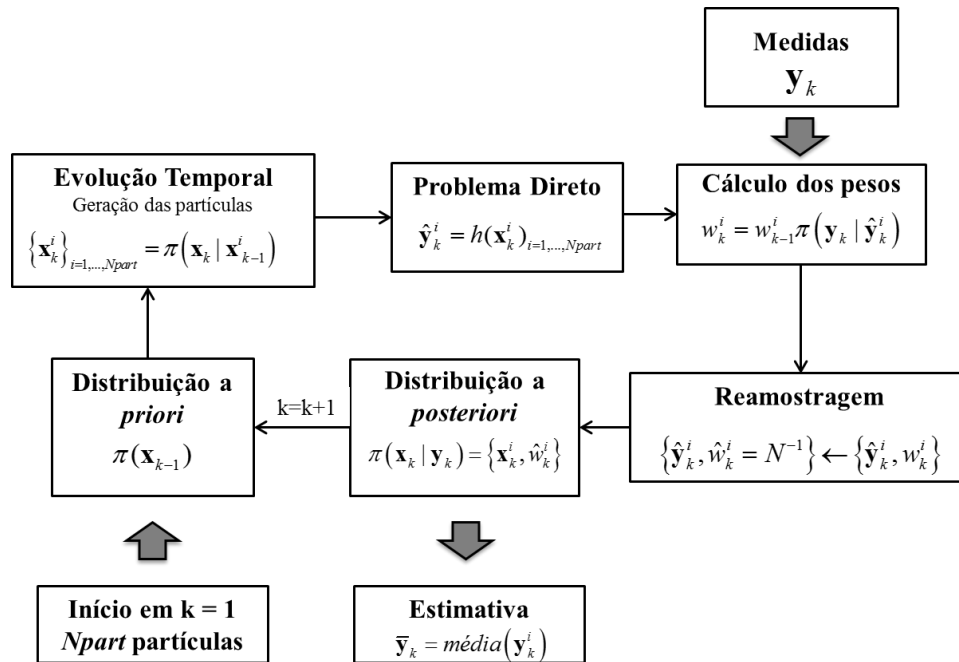


Figura 2 – Esquema do filtro de partículas SIR para problema de estimação.

De acordo com a Fig. 2, vale ressaltar que:  $y_k = T_k$  são as medidas sintéticas de temperatura; a etapa de atualização da medida é computada pela função de verossimilhança, em que é avaliada a representatividade das medidas simuladas  $\hat{y}_k^i = \hat{T}_k^i$ , dada a confiança dos resultados obtidos de temperatura com o modelo numérico; a etapa adicional denominada reamostragem é o que caracteriza o filtro SIR; a evolução temporal dos estados (neste caso, temperatura e fluxo de calor) segue um processo Markoviano, sendo que a amostragem de Monte Carlo do fluxo de calor é realizada de acordo com  $q_k = q_{k-1} + v_k \cdot \sigma_q$ , em que  $\sigma_q$  é a incerteza associada e  $v_k \sim N(0, \sigma_q^2)$  é uma variável aleatória; a temperatura é estimada também de maneira conjunta com o fluxo de calor.

## 2.5 Análise de desempenho

Para determinar a melhor configuração do filtro SIR, variou-se o número de partículas arbitrariamente conforme o conjunto  $N_{part} = \{10, 50, 100, 500\}$ , bem como a incerteza associada ao fluxo de calor com  $\sigma_q = \{10\%, 25\%\}$  em relação à estimativa inicial  $q_0$ . A análise realizada avaliou o desempenho quantitativo dos ajustes de temperatura obtidos pelo filtro, considerando os três critérios estatísticos descritos abaixo.

*Erro quadrático médio (RMS)*. Este critério dado por  $RMS = \left( \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N [\bar{y}_k - y_k]^2 \right)^{\frac{1}{2}}$  é uma medida da dispersão dos resíduos, em que  $y_k$  e  $\bar{y}_k$  são respectivamente os valores medidos e os estimados e  $N$  o total de medidas obtidas. Para caracterizar um bom desempenho da ferramenta de estimação, os valores de RMS devem ser próximos a zero.

*Coefficiente de determinação ( $R^2$ )*. O bem conhecido  $R^2$  expressa o quão associado dois conjuntos de dados são entre si. Este coeficiente foi usado para analisar o grau de aproximação de valores medidos pela soluções do filtro SIR.

*Coefficiente de autocorrelação do resíduo (SC)*. A autocorrelação pode ser definida como a correlação entre integrantes de séries de observações ordenadas no tempo (Box *et al.*, 1994). A partir deste conceito aplicado à série dos resíduos da estimação, este trabalho propõe empregar a seguinte expressão  $SC = \max |autocorr[\boldsymbol{\varepsilon}(\tau), \boldsymbol{\varepsilon}(\tau - \tau_{lag})]|_{\tau_{lag} > 0}$  para caracterizar o desempenho do filtro. Este critério é o máximo valor absoluto de autocorrelação entre a série do resíduo  $\boldsymbol{\varepsilon}(\tau)$  e a série atrasada no tempo  $\boldsymbol{\varepsilon}(\tau - \tau_{lag})$ . Neste caso, para classificar um resíduo como ruído branco, o que é desejável, os valores de  $SC$  devem ser próximo de zero ou serem menores que os limites (*bounds*) que definem o intervalo de significância estatística ao nível de 95% de confiança. Para a obtenção dos valores de autocorrelação e dos limites, foi utilizada a função *autocorr* do Matlab.

### 3. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Nas simulações, considerou-se um tempo total de 3000 s, o que permitiu obter 30 medidas de temperatura com um tempo de amostragem de 100 s. Para os parâmetros do sistema físicos na Eq. 1, foram definidos os seguintes valores: coeficiente de transferência de calor  $h = 15 \text{ W/m}^2\text{K}$ , típico de convecção natural; espessura da placa  $L_x = 15 \text{ mm}$ ; densidade  $\rho = 2702 \text{ Kg/m}^3$  e capacidade calorífica  $C_p = 903 \text{ J/KgK}$ , as quais são propriedades térmicas do alumínio. O fluxo de calor para a geração das medidas sintéticas foi definido inicialmente igual a  $q_0 = 1000 \text{ W/m}^2$  seguido de um pulso de duração de 600 s, a partir do instante de tempo de 1000 s, de modo que  $q(t) = q_0$  e, quando  $1000 \leq t(s) \leq 1600$ ,  $q(t) = 0$ . Além disso, a análise de desempenho do filtro de partículas SIR foi feita considerando-se uma incerteza para o modelo do problema direto como  $\sigma_{mod} = 0,1 \text{ }^\circ\text{C}$  e tomando-se a incerteza das medidas como  $\sigma_{med} = 1,0 \text{ }^\circ\text{C}$ .

Os resultados sumarizados na Tabela 1 trazem os valores encontrados para os critérios: erro  $RMS$ , coeficiente de determinação  $R^2$  e autocorrelação  $SC$ . Este índice foi avaliado com atraso no tempo de 0 até 20 intervalos (*lags*), cujos limites de significância foram iguais a  $\pm 0,3592$  ao nível de 95% de confiança. De modo geral, pode-se notar que o aumento da incerteza  $\sigma_q$  levou a uma melhora do desempenho do filtro, pois, comparando-se os resultados com o mesmo número de partículas, houve redução dos critérios RMS e SC e aumento do coeficiente  $R^2$  aumentou.

No caso de 500 partículas, a redução do erro RMS foi da ordem de 4,5 vezes e o coeficiente de determinação aumentou de 0,9225 para 0,9937. Erroneamente, poder-se-ia dizer que a solução com coeficiente  $R^2=0,9225$  já teria sido satisfatória para o problema. Contudo, o critério de autocorrelação SC igual a 0,7585, na mesma condição, foi maior que o limite de significância, indicando que a estimação não foi adequada uma vez que o resíduo apresentou correlação entre os valores integrantes da série. Na verdade, em todos os casos na

condição de incerteza de 10%, não foi possível remover a autocorrelação do sinal do resíduo de estimação. Isso mostra que possivelmente seria necessário aumentar ainda mais o número de partículas  $N_{part}$  ou ampliar a região de busca paramétrica do fluxo de calor.

Tabela 1 – Análise de desempenho do filtro de partículas SIR.

$\sigma_q/q_0$	$N_{part}$	$RMS$	$R^2$	$SC^*$
10%	<b>10</b>	<b>26,5354</b>	<b>0,6845</b>	<b>0,8632</b>
	50	9,1863	0,7875	0,8414
	100	5,9417	0,7973	0,8397
	500	1,4369	0,9225	0,7585
25%	10	9,4970	0,8122	0,7546
	50	4,5832	0,9558	0,6378
	100	0,9329	0,9890	0,2478
	<b>500</b>	<b>0,2983</b>	<b>0,9937</b>	<b>0,3414</b>

\* Limites de significância iguais a  $\pm 0,3592$  ao nível de 95% de confiança.

Ao aumentar a incerteza  $\sigma_q$  para 25%, observa-se que o aumento do região de busca de fato levou a resultados satisfatórios para o critério de autocorrelação com 100 e 500 partículas, inclusive os valores do erro  $RMS$  e do coeficiente  $R^2$ . A partir de 100 partículas, foi possível atender ao limite de significância de  $SC < 0,3592$ . Nessas condições, isto quer dizer que o correlograma do sinal do resíduo exibe autocorrelação significativa apenas em  $\tau_{lag} = 0$  e valores nulos entre quaisquer pares do sinal com atrasos maiores que zero ( $\tau_{lag} > 0$ ), como é esperado para um resíduo com propriedades de um ruído branco.

Para melhor visualizar a análise, as Figs. 3 e 4 mostram as respostas alcançadas com a pior e a melhor condição examinada, as quais estão destacadas em negrito na Tabela 1. Os resultados possíveis para as estimativas do fluxo de calor aplicado na placa e para a filtragem das incertezas temperatura foram feitos considerando um intervalo de 95% de confiança conforme a relação  $\bar{y}_k \pm 1,96\sigma_k^y$ , em que  $\bar{y}_k$  é a estimativa e  $\sigma_k^y$  é a variância das partículas ambas calculadas no tempo  $k$  e de acordo com o número de partículas. Pode-se perceber que, na pior condição, o filtro de partículas não foi capaz de aproximar o comportamento durante a mudança do fluxo de calor. Adicionalmente, fica evidente a degeneração das partículas devido ao colapso do intervalo de confiança.

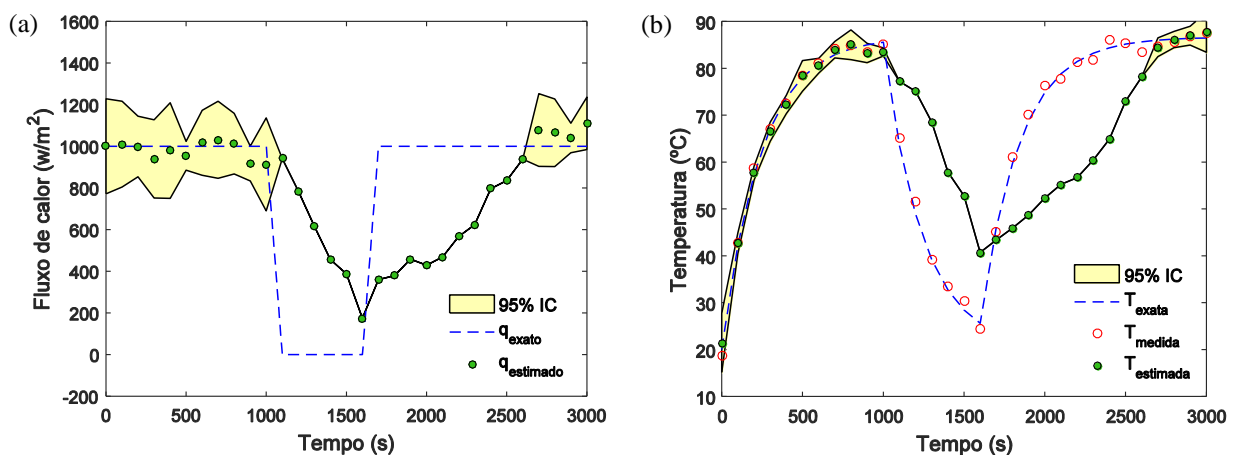


Figura 3 – Resultados de estimação na pior condição avaliada ( $N_{part} = 10$  e  $\sigma_q = 10\%$ ) para (a) o perfil de fluxo de calor e para (b) a filtragem dos valores de temperatura medida.

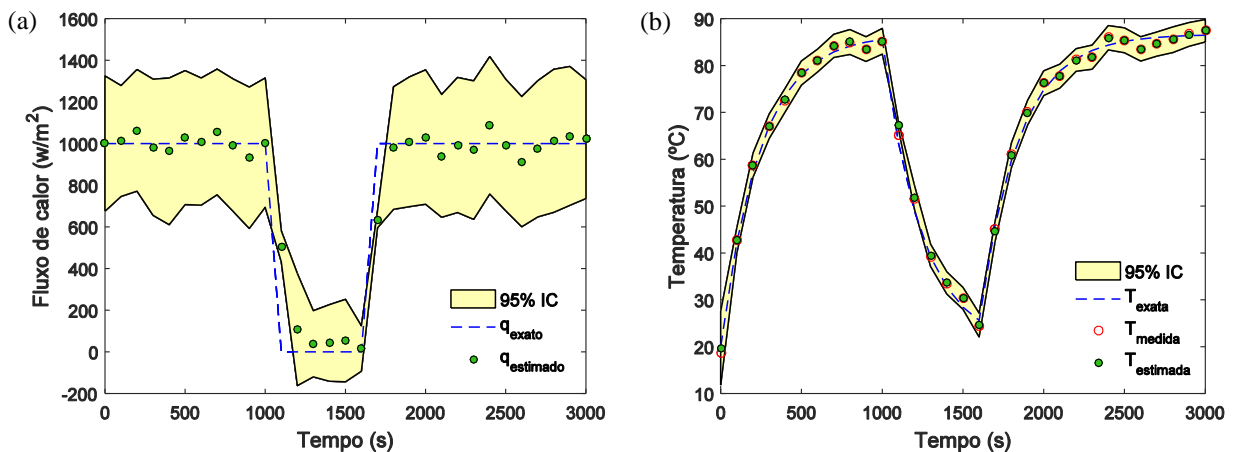


Figura 4 – Resultados de estimação na melhor condição avaliada ( $N_{part} = 500$  e  $\sigma_q = 25\%$ ) para (a) o perfil de fluxo de calor e para (b) a filtragem dos valores de temperatura medida.

Além disso, a Fig. 5 exibe uma comparação entre os correlogramas da pior condição ( $N_{part} = 10$  e  $\sigma_q = 10\%$ ) e da melhor condição do filtro de partículas. Fica evidente na Fig. 4a que o resíduo na pior condição, com  $SC = 0,8632$ , apresenta autocorrelação entre os valores integrantes da série acima do limite de significância, indicando que a configuração da estimação não foi adequada. Enquanto isso, na melhor condição de ajuste (Fig. 4b), o critério de desempenho foi igual a  $SC = 0,3414$ , que atende ao limite de significância. Como há autocorrelação significativa apenas quando o sinal do resíduo é comparado consigo mesmo, o que ocorre quando  $lag = 0$ , este resultado indica a ocorrência de um ruído branco, que é uma característica desejável para o resíduo.

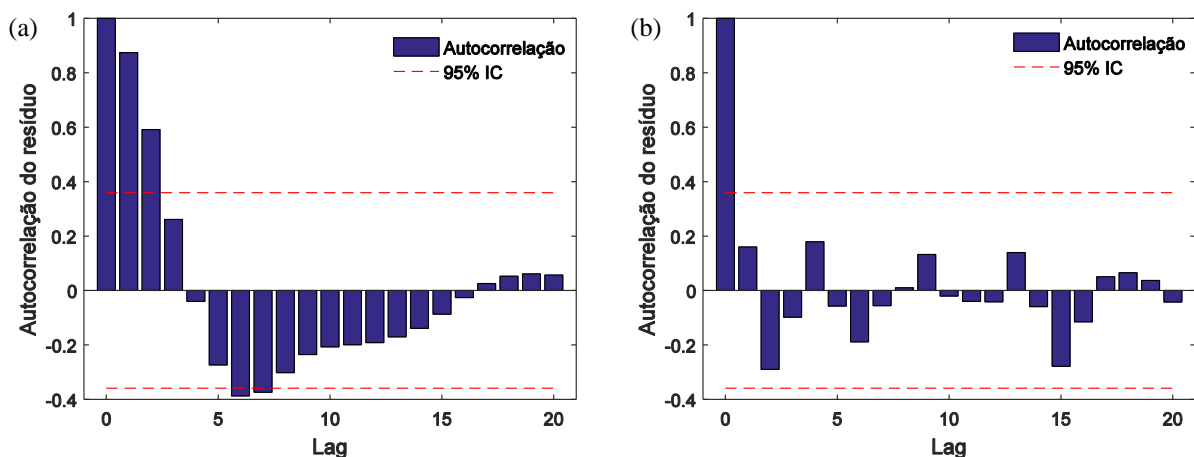


Figura 5 – Comparação entre os correlogramas para (a) a pior condição do filtro de partículas ( $N_{part} = 10$  e  $\sigma_q = 10\%$ ) e para (b) a melhor condição ( $N_{part} = 500$  e  $\sigma_q = 25\%$ ).

#### 4. CONCLUSÃO

Os resultados deste trabalho mostraram que é importante não determinar o desempenho do filtro apenas com base no erro RMS, pois o mesmo não evidencia as características do resíduo. Para uma verificação mais completa, é importante incluir a análise da autocorrelação



do resíduo de estimação como um critério adicional. A utilização do índice proposto aqui é um diferencial que permitiu garantir que o resíduo de estimação fosse não autocorrelacionado, e ainda permitiu sinalizar a necessidade de ampliar a região de busca do fluxo de calor para uma estimação mais efetiva.

## REFERÊNCIAS

- Arulampalam, S.; Maskell, S.; Gordon, N., Clapp, T. (2002), A tutorial on particle filters for on-line nonlinear/non-Gaussian Bayesian tracking. *IEEE Trans Signal Process*, 50, 174–188.
- Balbinot, A.; Brussamarello, V. J. (2012) “*Instrumentação e fundamentos de medidas*”, 2nd ed., LTC, Rio de Janeiro.
- Box, G. E. P.; Jenkins, G. M.; Reinsel, G. C. (1994), “*Time Series Analysis: Forecasting and Control*”. 3rd ed., Prentice Hall, Englewood Cliffs.
- Chatzi, E. N.; Smyth, A. W. (2009), The unscented Kalman filter and particle filter methods for nonlinear structural system identification with non-collocated heterogeneous sensing. *Structural Control Health Monitoring*, 16, 99–123.
- Chen, T.; Morris, J.; Martin, E. (2005), Particle filters for state and parameter estimation in batch processes. *Journal of Process Control*, 15, 665–673.
- Da Silva, W. B.; Dutra, J. C. S.; Abreu, L. A. S.; Knupp, D. C.; Silva Neto, A. J. (2016), “Estimation of timewise varying boundary heat flux via Bayesian filters and Markov Chain Monte Carlo method”, *XVIII Convención Científica de Ingeniería y Arquitectura*, Cuba.
- Dias, A. C. S. R.; Da Silva, W. B.; Dutra, J. C. S. (2017), Propylene polymerization reactor control and estimation using a particle filter and neural network. *Macromolecular Reaction Engineering*, 11, 1–20.
- Djuric, P.; Kotecha, J.; Zhang, J.; Huang, Y.; Ghirmai, T.; Bugallo, M.; Miguez, J. (2003), Particle filtering. *IEEE Signal Processing Magazine*, 20, 19–38.
- Doucet, A.; Freitas, N.; Gordon, N. (2001), “*Sequential Monte Carlo methods in practice*”. Springer; New York.
- Gilat, A.; Subramaniam, V. (2009), “*Métodos numéricos para engenheiros e cientistas: uma introdução com aplicações usando o MATLAB*”, 1st ed., Bookman Companhia, Rio de Janeiro.
- Gordon, N.; Salmond, D.; Smith, A. F. M., (1993), Novel approach to nonlinear and non-Gaussian Bayesian state estimation. *Proc. Inst. Elect. Eng.*, 140, 107–113.
- Kaipio, J.; Somersalo, E. (2004), “*Statistical and computational inverse problems*”. 1st ed., Springer, Berlin.
- Khatibisepehr, S.; Huang, B.; Khare, S. (2013), Design of Inferential Sensors in the Process Industry: A Review of Bayesian Methods. *Journal of Process Control*, 23, 1575-1596.
- Ljung, L. (1999). “*System Identification - Theory for the User*”. 2nd ed., Prentice-Hall. Upper Saddle River, N.J.
- Misra, M.; Yue, H. H.; Qin, S. J. E.; Ling, C. (2002), Multivariate process monitoring and fault diagnosis by multi-scale PCA. *Computers and Chemical Engineering*. 26, 1281–1293.
- Prata, D. M.; Schwaab, M.; Lima, E. L.; Pinto, J. C. (2009), Nonlinear dynamic data reconciliation and parameter estimation through particle swarm optimization: Application for an industrial polypropylene reactor. *Chemical Engineering Science*, 64, 3953-3967.
- Salardani, L. S. F.; Albuquerque, L. P.; da Costa, J. M. J.; da Silva, W. B.; Dutra, J. C. S. (2018), Particle filter-based monitoring scheme for simulated bio-ethylene production process. *Inverse Problems in Science and Engineering*, DOI: 10.1080/17415977.2018.1493726.
- Seborg, D. E.; Edgar, T. F.; Mellichamp, D. A. (2011), “*Process Dynamics and Control*”, 3rd ed., John Wiley and Sons, New York.
- Shenoy, A. V.; Prakash, J.; Prasad, V.; Shah, S. L.; McAuley, K. B. (2013), Practical issues in state estimation using particle filters: Case studies with polymer reactors. *Journal of Process Control*, 23, 120-131.
- Smith, T.; Marshall, L.; Sharma, A. (2015), Modeling residual hydrologic errors with Bayesian inference. *Journal of Hydrology*, 528, 29-37.
- Thomas, M. C.; Zhu, W., Romagnoli, J. A. (2018), Data mining and clustering in chemical process databases for monitoring and knowledge discovery. *Journal of Process Control*, 67, 160-175.

## ANALYSIS OF THE PARTICLE FILTER SIR USING THE RESIDUE AUTOCORRELATION

**Abstract.** *Generally, inverse problems are evaluated with metrics based on the estimation residue, such as the mean square root, on the computation time and on the determination coefficient. In the case of particle filters, it is desired to optimize these criteria by varying the number of particles and the parametric search region used in the algorithm. However, this procedure does not consider the statistical nature of the estimation residue, which should not be autocorrelated. In this sense, this work examined the use of autocorrelation of the residue as an additional criterion for performance analysis of the filter Sequential Importance Resampling (SIR). By means of a classic example of heat transfer, it is shown that, in addition to minimizing the prediction error, it is possible to obtain a SIR filter configuration that provides a non-autocorrelated estimation residue.*

**Keywords:** *Inverse Problems, Bayesian Inference, Correlogram.*