

08 a 11 de Outubro de 2018
Instituto Federal Fluminense
Búzios - RJ

**MODELAGEM COMPUTACIONAL E MÉTODO DESIGN CONSTRUTAL
APLICADOS À AVALIAÇÃO GEOMÉTRICA DE PLACAS RETANGULARES
SUBMETIDAS À CARREGAMENTO TRANSVERSAL UNIFORME COM
ENRIJECEDORES TRAPEZOIDAIS**

Vinícius Torres Pinto¹ – viniustorreseng@gmail.com
Marcelo Langhinrichs Cunha² – marcelolamcunha@hotmail.com
Grégori da Silva Troina³ – gregori.troina@gmail.com
Luiz Alberto Oliveira Rocha⁴ – luizor@unisinos.br
Elizaldo Domingues dos Santos⁵ - elizaldosantos@furg.br
Liércio André Isoldi⁶ – liercioisoldi@furg.br

¹ Universidade Federal do Rio Grande - FURG, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Oceânica (PPGEO) – Rio Grande, RS, Brasil

² FURG, Escola de Engenharia – Rio Grande, RS, Brasil

³ FURG, PPGEO – Rio Grande, RS, Brasil

⁴ Universidade do Vale do Rio dos Sinos - Unisinos, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica – São Leopoldo, RS, Brasil

⁵ FURG, PPGEO – Rio Grande, RS, Brasil

⁶ FURG, PPGEO – Rio Grande, RS, Brasil

Resumo. *Este estudo utilizou a modelagem computacional para realizar uma avaliação geométrica em placas de aço retangulares com enrijecedores trapezoidais submetidas à carregamento transversal uniforme, com base no método Design Construtal. Para tal, foi adotada uma placa de referência retangular sem enrijecedores, e então uma parcela da mesma foi removida e transformada em enrijecedores através do parâmetro ϕ , que representa a razão entre o volume de material dos enrijecedores e o volume do material da placa de referência. Adotando um valor de ϕ igual a 0,3, foi considerada uma placa com três enrijecedores trapezoidais em ambas as direções, e então foi avaliada a influência que relações entre as bases dos enrijecedores c/a e d/b causam na deflexão no centro das placas. Os resultados mostraram que a melhor configuração geométrica, entre as geometrias analisadas, é a que possui o comprimento da base menor do enrijecedor trapezoidal igual à metade do comprimento da base maior (c/a e d/b iguais a 0,5), conduzindo a uma redução da deflexão no centro da placa de 30,4% em relação a enrijecedores de formato retangular (c/a e d/b iguais a 1,0), que conduziram ao pior resultado dentre todos os casos analisados.*

Palavras-chave: *Placas enrijecidas, Enrijecedores trapezoidais, Design Construtal, Elementos Finitos, Simulação numérica*

1. INTRODUÇÃO

Placas são componentes estruturais planos que possuem espessura muito menor que as demais dimensões (Ugural, 2010). Placas e painéis são utilizados em diversas estruturas de engenharia, como cascos de navios, fuselagem de aeronaves e pontes. A inserção de reforços dispostos no sentido longitudinal e/ou transversal das placas tem como objetivo aumentar a rigidez desses componentes. As proporções geométricas dos reforços (enrijecedores) tem um importante papel no desempenho estrutural das placas enrijecidas (Bedair, 2009).

Pesquisas direcionadas à análise do comportamento estrutural de placas enrijecidas vêm sendo desenvolvidas ao longo das últimas décadas. Devido à complexidade geométrica, as soluções analíticas existentes são escassas e restritas aos casos de geometria simplificada. Sendo assim, os métodos numéricos tornam-se uma opção. Rossow e Ibrahimkhail (1978) aplicaram o Método das Restrições através do Método dos Elementos Finitos (MEF) na análise de placas enrijecidas com reforços excêntricos e concêntricos, considerando o campo de deslocamentos dos enrijecedores em função do deslocamento da superfície média da placa. O’Leary e Harari (1985) desenvolveram um modelo numérico para placas enrijecidas submetidas à flexão por meio do MEF considerando multiplicadores Lagrangeanos para impor as restrições entre a placa e o enrijecedor. Salomon (2000) apresentou três diferentes maneiras de modelar placas enrijecidas sob flexão utilizando o MEF, considerando elementos do tipo viga (hermitianos e isoparamétricos) e elementos do tipo casca.

Utilizando o software ANSYS[®], que é baseado no MEF, Yousif *et al.* (2008) investigaram a influência da altura de enrijecedores retangulares em placas sujeitas a carregamento transversal. O método da colocação sem malha foi adotado por Hosseini e Soltani (2017) para analisar o comportamento estrutural de placas quadradas e retangulares utilizando diferentes geometrias de enrijecedores, em condições concêntricas e excêntricas. Troina (2017) fez uso do MEF por meio do software ANSYS[®] e aplicou o método Design Construtal em placas com enrijecedores retangulares na busca de arranjos geométricos otimizados que reduzissem o deslocamento no centro de placas submetidas à flexão.

Nesse contexto, o objetivo desse trabalho foi avaliar o comportamento mecânico de placas retangulares com enrijecedores trapezoidais sujeitas à flexão, através da modificação dos seus parâmetros geométricos, mantendo o volume de material constante através da aplicação do método Design Construtal, visando minimizar seu deslocamento central.

2. MODELAGEM COMPUTACIONAL

A modelagem do problema analisado neste estudo foi realizada utilizando software ANSYS[®], que tem como base o MEF. Segundo Maki (1968) o MEF é uma alternativa na obtenção de soluções aproximadas que envolvem o comportamento de placas, uma vez que, soluções analíticas por equações diferenciais com base na teoria da elasticidade são de difícil resolução.

A análise por elementos finitos segundo Zienkiewicz (1971) resume-se, basicamente, em quatro etapas: criação da geometria do modelo, geração da malha, aplicação da carga e condições de contorno e a solução do problema. Conforme Madenci e Guven (2006), modelar um problema de engenharia através do MEF para uma análise estática com comportamento linear-elástico do material, necessita a montagem de um sistema global de equações composto pelas matrizes características do elemento e pelo vetor de forças:

$$[K] \cdot \{u\} = \{F\} \quad (1)$$

onde $[K]$ é a matriz de rigidez global; $\{u\}$ é o vetor de deslocamentos nodais desconhecidos e $\{F\}$ representa o vetor de cargas externas.

O elemento finito adotado para compor a malha do problema em questão foi o SHELL281 (Fig.1), disponível na biblioteca do software. Esse elemento é tipo casca, ideal para a modelagem de placas finas e moderadas, possui 8 nós e 6 graus de liberdade em cada um, sendo 3 translações nas direções x , y e z e 3 rotações em torno desses eixos (Ansys, 2009).

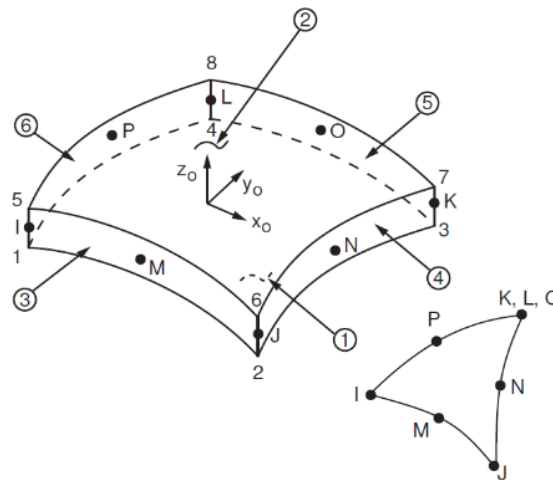


Figura 1- Elemento SHELL281 (Ansys user's manual, 2009).

2.1 Verificação do modelo computacional

Para a verificação do modelo computacional adotou-se o caso representado na Fig. 2. O carregamento transversal uniforme considerado foi de $0,006895 \text{ kN/cm}^2$ e as propriedades do material são o módulo de elasticidade $E = 20.684,27 \text{ kN/cm}^2$ e coeficiente de Poisson de $\nu = 0,3$. As condições de contorno adotadas são de bordas simplesmente apoiadas, para isso, devem ser restringidos os deslocamentos horizontais nas direções x e y , e ainda os deslocamentos verticais na direção z em todas as bordas do modelo computacional.

A solução foi realizada utilizando o software ANSYS® com o elemento SHELL281 na versão triangular, totalizando 30.400 elementos. Rossow e Ibrahimkhail (1978) utilizaram o método das restrições associado ao MEF, devido aos poucos recursos computacionais existentes na época da publicação do estudo em comparação com os recursos disponíveis para essa verificação, pode-se concluir a diferença entre os resultados como aceitável. Entretanto, o elemento tridimensional SOLID95 na versão tetraédrica utilizado por Troina (2017) apresenta maior precisão, por possuir 10 nós, enquanto o SHELL128 na versão triangular possui 6. Dessa forma, os resultados apresentam uma diferença cabível. O resultado da deflexão no centro da placa U_z juntamente com os resultados obtidos pelos demais autores para o mesmo caso estão expressos na Tab.1.

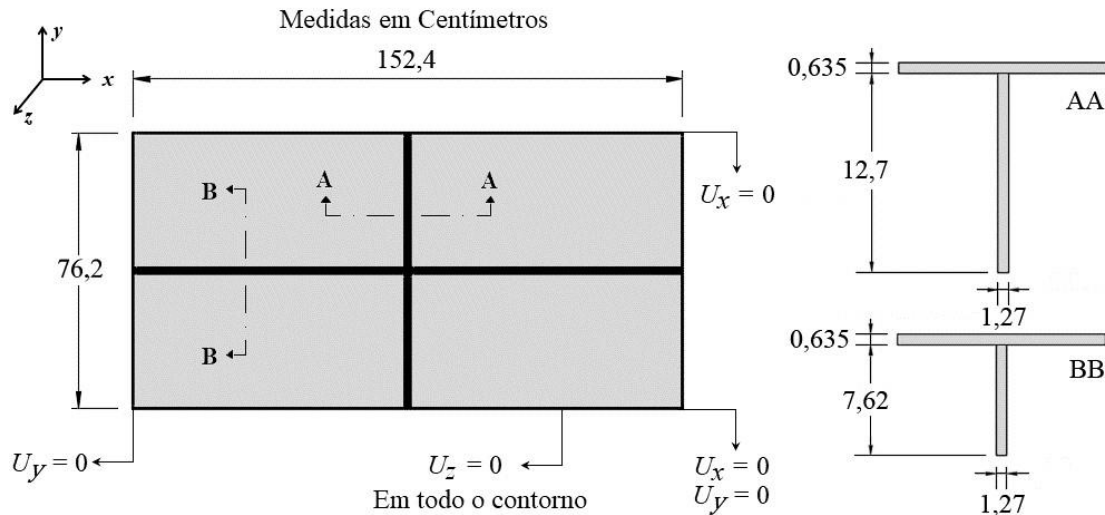


Figura 2 - Placa retangular com dois enrijecedores ortogonais.

Tabela.1 - Comparação dos resultados para verificação do modelo.

Autores	U_z (mm)
Rossow e Ibrahimkhail (1978)	0,2245
Troina (2017)	0,2782
Presente estudo	0,2809

3. MÉTODO DESIGN CONSTRUTAL

De acordo com Bejan e Lorente (2008), a Teoria Construtal é a visão mental de que a geração das estruturas de fluxo que existem em toda a parte na natureza (bacias hidrográficas, pulmões, circulação atmosférica, tecidos vascularizados, etc.) pode ser fundamentada com base em um princípio evolucionário de aumento do acesso ao fluxo no tempo, denominado de Lei Construtal: “Para que um sistema de fluxo de tamanho finito persista no tempo (para sobreviver), sua configuração deve evoluir de modo a facilitar o acesso às correntes que fluem através dele”. Na análise de estruturas mecânicas a Lei Construtal é aplicada de modo semelhante a qualquer sistema de fluxo, quando solicitados a um carregamento os arranjos mecânicos funcionam como redes através das quais as tensões fluem entre seus componentes.

O método Design Construtal é a maneira de aplicar a Lei Construtal em situações práticas, trata da geração da arquitetura de fluxo. O desempenho de um sistema é global e carrega consigo restrições globais fixas que incluem o espaço designado ao sistema, os materiais e componentes disponíveis, faixas limites de temperatura, pressão ou tensão. Sendo assim, o projetista reúne todos os componentes e otimiza o arranjo, de modo a desenvolver a arquitetura de fluxo que alcance melhor desempenho (Reis, 2006).

A utilização do método Design Construtal é uma ferramenta eficaz para a definição do espaço de busca, onde os graus de liberdade são manipulados dentro do conjunto de restrições, na busca por arranjos geométricos que permitam o melhor desempenho possível do sistema. Quanto maior o número de graus de liberdade adotados na análise, maior a complexidade do estudo, e maior o tempo despendido, proporcionando uma avaliação geométrica mais abrangente que, provavelmente, definirá configurações geométricas que conduzirão a um comportamento superior do sistema analisado. Nesse estudo foram considerados apenas os graus de liberdade estabelecidos pela relações entre as bases dos

enrijecedores trapezoidais. Porém outros graus de liberdade poderiam ser inseridos nessa análise, como diferentes alturas, espessuras e espaçamentos entre os enrijecedores longitudinais e transversais. Além da possibilidade, de uma análise não-linear na busca de uma geometria que aumentasse a capacidade de tensão última da placa.

Para a aplicação do método Design Construtal uma placa sem enrijecedores com comprimento $a = 2000$ mm, largura $b = 1000$ mm e espessura $t = 20$ mm foi tomada como referência. A partir desta, foi estabelecida a fração volumétrica ϕ , apresentada na Eq. (2), que relaciona o volume de material dos enrijecedores com o volume de material da placa de referência. Adotou-se nesse estudo $\phi = 0,3$, ou seja, 30% do volume de material foi removido da espessura da placa de referência e transformado em enrijecedores. O arranjo montado possui três enrijecedores trapezoidais na direção longitudinal e três na transversal, conforme a Fig. 3.

$$\phi = \frac{V_s}{V_r} = \frac{\left\{ N_{ls} \left[\frac{(a+c)h_s t_s}{2} \right] + N_{ts} \left[\frac{(b+d)h_s t_s}{2} \right] \right\} - V_{intersecções}}{abt} \quad (2)$$

onde V_s é o volume de material dos enrijecedores; V_r é o volume de material da placa de referência; N_{ls} e N_{ts} representam o número de enrijecedores longitudinais e transversais, respectivamente; h_s e t_s são a altura e a espessura dos enrijecedores, respectivamente; e c e d correspondem ao comprimento da bases menores dos enrijecedores trapezoidais nas direções longitudinal e transversal, respectivamente. Assim como, a e b correspondem ao comprimento e a largura da placa de referência, e t a sua espessura. Cabe ressaltar, que a parcela de volume excedente de material que ocorre nos cruzamentos entre os enrijecedores, denominada $V_{intersecções}$, deve ser descontada para evitar sobreposição.

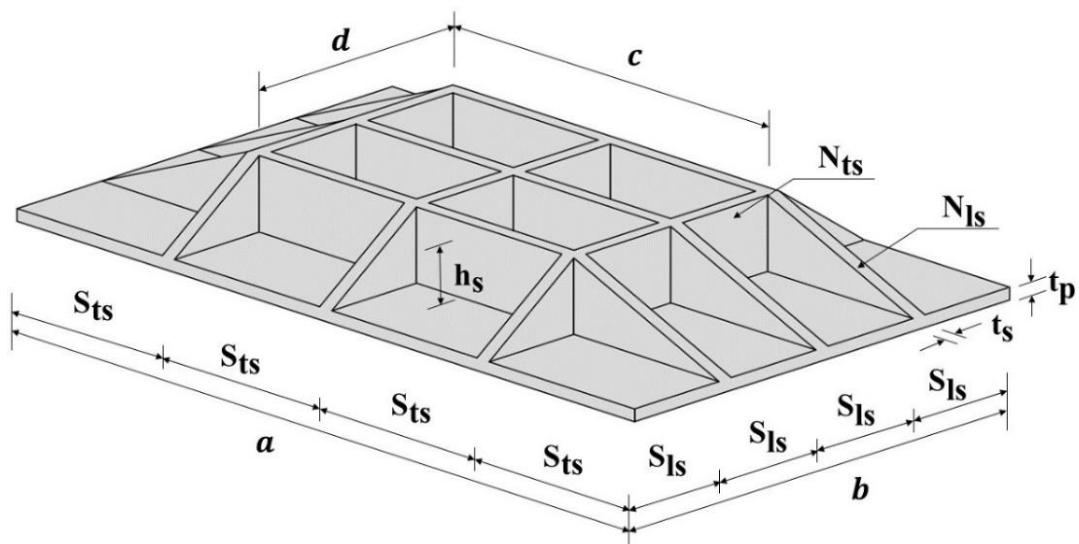


Figura 3 - Placa retangular com enrijecedores trapazoidais.

Uma vez definido o arranjo geométrico com 3 enrijecedores longitudinais e 3 enrijecedores transversais, o grau de liberdade que relacionam as bases dos enrijecedores c/a e d/b foram variados de 1 até 0,1 em intervalos de 0,1. O valor da espessura dos enrijecedores foi mantido constante, sendo adotado $t_s = 19,21$ mm. Do mesmo modo a largura da placa $a = 2000$ mm e o comprimento $b = 1000$ mm. A espessura da placa de referência $t = 20$ mm

passou a ser $t_p = 14$ mm após a remoção de material para a compor os enrijecedores, e teve o valor considerado constante em todas as simulações.

3.1 Teste de convergência de malha

Previamente, foi realizado um teste de convergência de malha para definir o tamanho dos elementos finitos que seriam utilizados nas simulações. Para tal, foi escolhido o arranjo geométrico mais complexo com enrijecedores de altura $h_s = 128,86$ mm, formados pela relação c/a e d/b igual a 0,1. O elemento finito adotado foi o SHELL281 triangular, para que os elementos se ajustassem ao domínio da maneira mais uniforme possível.

Seis configurações de malha foram analisadas, sofrendo refinamentos sucessivos conforme mostra a Tab.2. Os resultados do teste de convergência de malha são apresentados também na Tab. 2 e ilustrados na Fig.4.

Tabela.2 – Malhas pra o teste de convergência.

Malha	Tamanho de Elemento	Número de Elementos	Deslocamento U_z (mm)	Diferença relativa (%)
M1	100,00	620	0,106	1,85
M2	50,00	2583	0,108	1,81
M3	25,00	9328	0,110	0,00
M4	16,67	21135	0,110	-
M5	12,50	38078	0,110	-
M6	0,10	59129	0,110	-

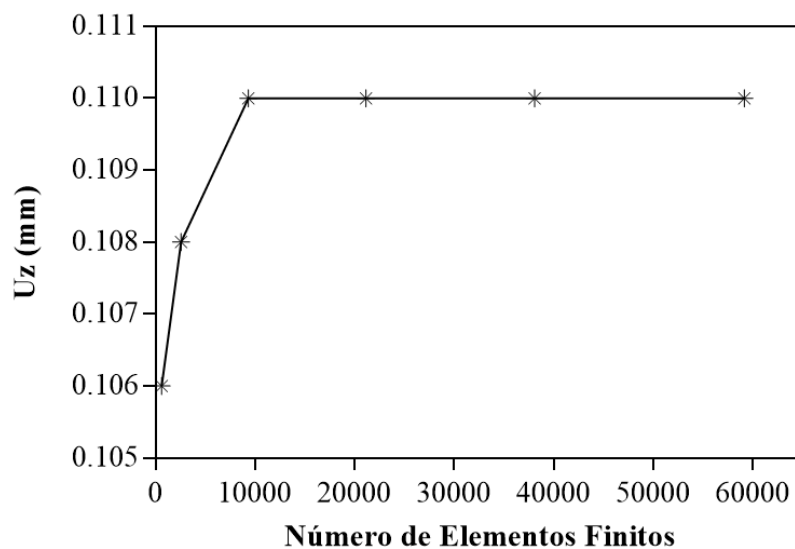


Figura 4 - Resultado do teste de convergência de malha.

Conforme pode ser observado na Tab. 2 e na Fig. 4, a partir da terceira simulação o valor da deflexão no centro da placa U_z manteve-se constante, sendo adotada então a malha M3 com o elemento finito de tamanho 25 mm. A configuração do domínio discretizado em elementos finitos pode ser visualizado na Fig. 5.

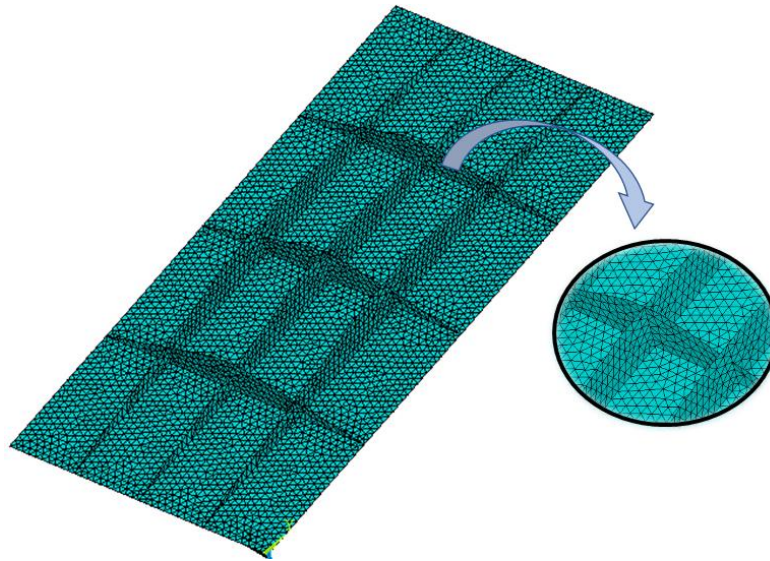


Figura 5 - Malha de elementos finitos triangulares.

4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Para todas as configurações geométricas de placas simuladas foi adotado o carregamento transversal uniforme igual a 10 kN/m^2 com condições de contorno de bordas simplesmente apoiadas. As propriedades do material foram $E = 200 \text{ GPa}$ e $\nu = 0,3$.

Para a placa não enrijecida, tomada como referência, um deslocamento central $U_z = 0,697 \text{ mm}$ foi obtido. A análise das placas com enrijecedores começou estabelecendo relações c/a e d/b iguais a 1, sendo reduzidas até o valor de 0,1. Isso significa que os enrijecedores iniciam com geometria retangular, e à medida que as relações c/a e d/b vão diminuindo a geometria dos enrijecedores adquire a forma trapezoidal. A cada nova geometria para os enrijecedores o valor da deflexão no centro da placa foi obtido numericamente. Estes resultados estão apresentados na Fig. 6.

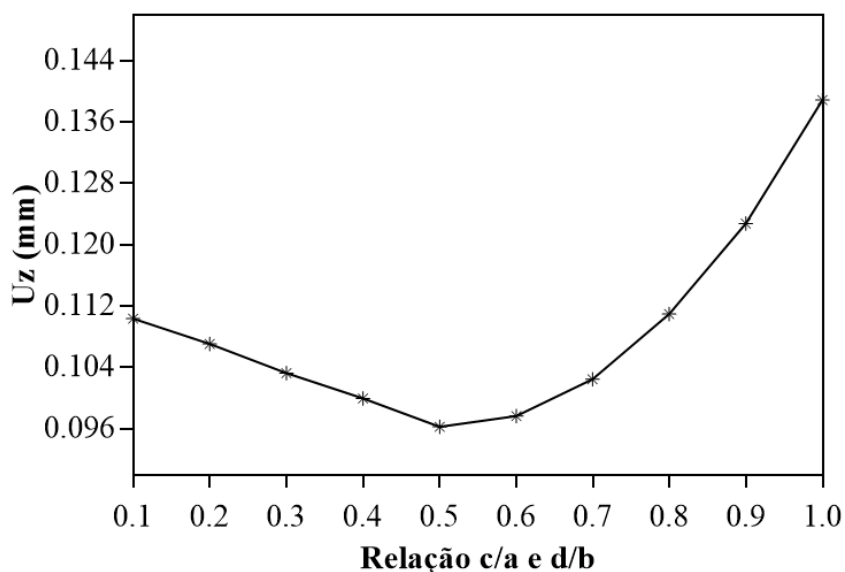


Figura 6 - Resultados do estudo de caso.

A partir da Fig. 6, pode-se observar que a transformação de parte da espessura da placa de referência em reforços conduziu a uma melhora no comportamento mecânico em relação à deflexão central, já que todas as placas estudadas apresentaram um deslocamento menor que a placa não enrijecida de mesmo volume.

Outra observação interessante a respeito da Fig. 6 é que os enrijecedores trapezoidais mostraram-se mais eficientes na redução do deslocamento central da placa quando comparados com os retangulares. Isso é demonstrado pelo fato de que o pior resultado obtido para as placas enrijecidas aconteceram para c/a e d/b iguais a 1, os quais configuram uma placa com enrijecedores transversais e longitudinais retangulares.

Além disso, os resultados apontaram uma redução significativa da deflexão no centro das placas com a diminuição da relação entre as bases dos enrijecedores trapezoidais, uma vez que, ao manter-se o volume de material constante, a diminuição da relação entre as bases causa aumento da altura, influenciando no momento de inércia dos reforços. Porém, nota-se que após a relação c/a e d/b atingirem o valor igual a 0,5 a deflexão central aumenta. Portanto, um valor intermediário para a relação c/a e d/b conduz à minimização do deslocamento central da placa.

Comparando o maior valor da relação c/a e d/b com o menor, têm-se, $U_z = 0,138$ mm para a relação 1 e $U_z = 0,110$ mm para a relação 0,1, ou seja, redução de 20,3% da deflexão central. Entretanto, na comparação entre 1 e 0,5, têm-se uma redução da deflexão equivalente à 30,4 %, sendo o valor da deflexão central para a relação 0,5 igual à $U_z = 0,096$ mm . A Fig.7 mostra as configurações deformadas das placas com as relações c/a e d/b iguais à 0,1, 0,5 e 1 respectivamente.

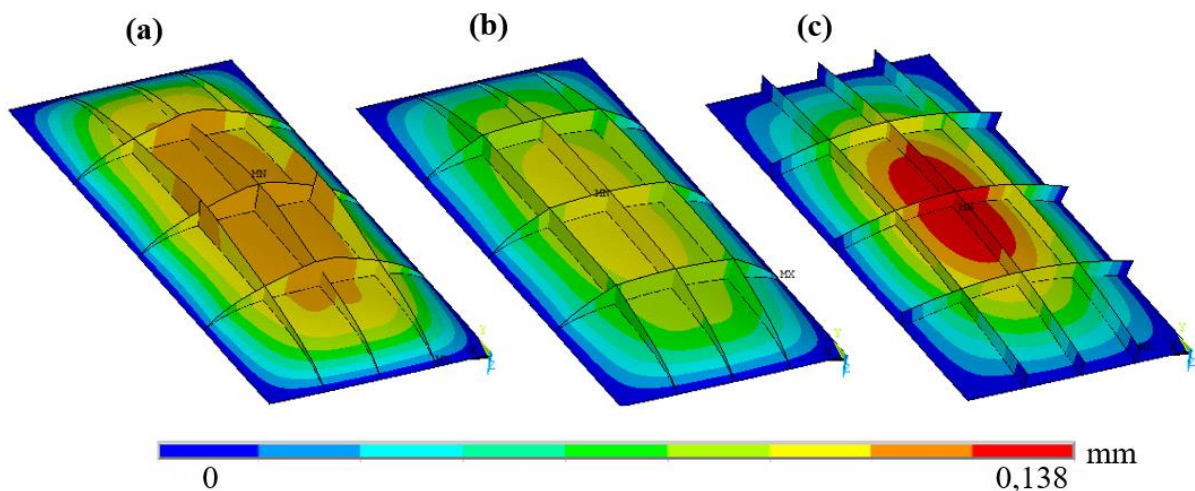


Figura 7 - Configuração deformada: (a) c/a e $d/b = 0,1$, (b) c/a e $d/b = 0,5$,
(c) c/a e $d/b = 1$.

5. CONCLUSÕES

Este estudo aplicou o método Design Construtal para avaliar a influência de enrijecedores trapezoidais no comportamento mecânico relativo à deflexão de placas retangulares submetidas à flexão. Para aplicação do método foi adotada uma placa como referência (sem enrijecedores) e então estabelecido um parâmetro $\phi = 0,3$ que representa a fração entre o volume total de material da placa de referência e o volume de material de enrijecedores. Mantendo o volume total de material constante, foi montado um arranjo com três

enrijecedores trapezoidais em cada direção da placa e avaliada a influência da relação entre suas bases c/a e d/b quanto à deflexão no centro das placas.

Observou-se que a transformação de parte do material em enrijecedores causou uma diminuição na deflexão central da placa. Ainda, mostrou-se que, para os casos analisados, enrijecedores trapezoidais geraram melhores resultados quanto ao deslocamento central quando comparado com o enrijecedores retangulares.

Pode-se concluir então que enrijecedores trapezoidais são eficientes na minimização da deflexão em placas retangulares, tendo melhor desempenho quando a base menor é equivalente à 50% do comprimento da base maior do trapézio. Em comparação com enrijecedores retangulares os resultados mostraram melhora de 30,4% na redução da deflexão central. Uma vez que a configuração geométrica ótima para os enrijecedores foi obtida para um valor intermediário das relações c/a e d/b , ressalta-se a importância de realizar estudos de avaliação geométrica.

Em trabalhos futuros, pode-se analisar a influência, além dos parâmetros c/a e d/b , de outros graus de liberdade, tais como a quantidade de enrijecedores longitudinais e transversais. Além disso, seria interessante realizar uma análise completa do comportamento mecânico da estrutura, considerando também as tensões que agem sobre placa.

Agradecimentos:

O autor V. T. Pinto agradece à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pela bolsa de mestrado. O autor M. L. Cunha agradece à Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado do Rio Grande do Sul (FAPERGS) pela bolsa de Iniciação Tecnológica. O autor G. S. Troina agradece ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) pela bolsa de mestrado. Os autores E. D. dos Santos, L. A. Isoldi e L. A. O. Rocha agradecem ao CNPq por suas bolsas de produtividade em pesquisa.

REFERÊNCIAS

- Ansyes Inc. (2009), ANSYS User's Manual: Analysis Systems.
- Bedair O. (2009), Analysis and Limit State Design of stiffened plates and shells: A world view. Applied Mechanics Reviews, 62.
- Bejan, A.; Lorente, S. (2008) "Design with Constructal Theory", Wiley, Hoboken.
- Madenci E., Guven I., (2006), "The Finite Element Method and Applications in Engineering Using ANSYS", Springer, Nova York.
- Maki, A.C. (1968), Finite element techniques for orthotropic plane stress and orthotropic plate analysis, U.S. Forest service, Research paper, Madison.
- O'Leary, J.R.; Harari, I. (1985), Finite element analysis of stiffened plates. Computers e Structures, 21, 973-985.
- Reis, A.H. (2006), Constructal theory: from engineering to physics, and how flow systems develop shape and structure. Applied Mechanics Reviews, 59, 269-281.
- Rossow, M.P.; Ibrahimkhail, A.K. (1978), Constraint method analysis of stiffened plates. Computers e Structures, 8, 51-60.
- Salomon, A. (2000), "An Evaluation of Finite Element Models of Stiffened Plates", Dissertação de Mestrado, MIT, Massachusetts.
- Troina G.S. (2017), Modelagem computacional e método design construtal aplicados à otimização geométrica de placas finas de aço com enrijecedores submetidas a carregamento transversal uniforme, Dissertação de Mestrado, FURG, Rio Grande.
- Ugural A.C. (2010), "Stresses in beams, plates and shells", 3º ed., Taylor & Francis Group, Boca Raton.
- Yousif, M. V.; Naief, N. K. M.; Hamad, Y. M. (2008), Optimum Height of Plate Stiffener under Pressure Effect. The 1st Regional Conference of Eng. Sci. NUCEJ Spatial, vol 11, 459-468.
- Zienkiewicz, O.C. (1971), "The finite Element Method in Engineering Science", 2º ed., McGraw- Hill, London.

COMPUTATIONAL MODELING AND CONSTRUCTAL DESIGN METHOD APPLIED TO THE GEOMETRIC EVALUATION OF RECTANGULAR PLATES SUBJECTED TO UNIFORM TRANSVERSE LOAD WITH TRAPEZOIDAL STIFFENERS

Abstract. *This study used computational modeling to perform a geometric evaluation on metallic rectangular plates with trapezoidal stiffeners submitted to uniform transverse loading, based on the Constructal Design Method. For this, a rectangular reference plate without stiffeners was adopted, and then a portion of it was removed and transformed into stiffeners through the parameter ϕ that represents the ratio between the material volume of the stiffeners and the volume of the material of the reference plate. By adopting a value of ϕ equal to 0.3, a plate with three trapezoidal stiffeners in both directions was configured, and then it was evaluated the influence that the relations c/a and d/b between the bases of the stiffeners has on the out-of-plane deflection in the center of the plates. The results showed that the best geometric configuration, among the analyzed geometries, is one that have the length of the smaller base of the trapezoid stiffener is equal to the half of the length of the larger base (c/a and d/b equals to 0.5), conducting to a reduction of the center deflection of 30.4% in relation to stiffeners with rectangular format (c/a and d/b equals to 1,0), which conducted to the worst result among all analyzed cases.*

Keywords: *Stiffened plates, Trapezoidal stiffeners, Constructal Design, Finite Elements.*