

08 a 11 de Outubro de 2018  
Instituto Federal Fluminense  
Búzios - RJ

## APLICAÇÃO DO MÉTODO DA ANÁLISE FREQUENCIAL PARA O PROJETO DE CONTROLADORES EM UMA PLANTA PILOTO

Rafael Abumussi Evangelista<sup>1</sup> – [rafael.engquimica@hotmail.com](mailto:rafael.engquimica@hotmail.com)

Fran Sérgio Lobato<sup>2</sup> – [fslobato@ufu.br](mailto:fslobato@ufu.br)

Davi Leonardo de Souza<sup>3</sup> – [davi.uftm@gmail.com](mailto:davi.uftm@gmail.com)

<sup>1,3</sup> Universidade Federal do Triângulo Mineiro - Uberaba, MG, Brasil

<sup>2</sup> Universidade Federal de Uberlândia, Faculdade de Engenharia Química – Uberlândia, MG, Brasil

**Resumo.** O projeto de controladores caracteriza uma área de grande aplicabilidade acadêmica e industrial. Isto se deve ao grande número de estudos de caso que podem ser desenvolvidos com esta técnica. Tradicionalmente, os controladores tem sido projetados considerando métodos clássicos tais como Ziegler-Nichols. Neste cenário, este trabalho tem por objetivo aplicar o Método da Análise Freqüencial para a modelagem matemática e para o projeto de controladores em uma planta piloto. A partir dos resultados obtidos foi possível projetar um controlador capaz de atuar satisfatoriamente na planta em análise.

**Palavras-chave:** Método da Análise Freqüencial, Controle, Análise de Estabilidade.

### 1. INTRODUÇÃO

O projeto de controladores caracteriza uma área de pesquisa em engenharia química de grande aplicabilidade. Isto se deve ao grande número de aplicações que podem ser desenvolvidas em diferentes campos da ciência e engenharia, com destaque para o meio industrial.

Tradicionalmente, o projeto dos controladores pode ser realizado considerando diferentes metodologias, dentre as quais pode-se citar (OGATA, 2012):

- Síntese Direta: consiste na definição de uma função de transferência de modo que a mesma possa impor uma determinada dinâmica ao processo em análise.
- Modelo de Controle Interno: a representação do processo se deve a imposição de um modelo analítico em que avalia-se o desvio do *setpoint* via computo da diferença entre o real valor do processo e o valor estimado pelo modelo.
- Ziegler e Nichols (ZN) e Cohen e Coon (CC): estes métodos consistem em correlacionar os parâmetros do modelo do processo com os parâmetros do controlador PID de forma que a resposta temporal do sistema após uma perturbação degrau, tenha razão de decaimento de

aproximadamente  $\frac{1}{4}$ .

- Integral do erro absoluto ponderado pelo tempo (ITAE) Servo/ Regulador: esta abordagem tem como objetivo minimizar a integral do erro absoluto ponderado pelo tempo, sendo possível desenvolver dois tipos de projetos, a saber, do tipo Servo ou do tipo Regulador.
- Hagglund e Astrom: esta abordagem consiste no desenvolvimento de relações de projetos que trabalham com a otimização do índice de performance a partir da definição de uma função objetivo sujeita a restrições no grau de robustez do controlador (Hagglund e Astrom, 2002).

Diante do que foi apresentado, o presente trabalho tem como objetivo modelar, empiricamente, um sistema de nível através de um Sistema de Supervisão e Aquisição de Dados e projetar controladores PID (Proporcional Integral Derivativo). Para essa finalidade, considera-se a aplicação do Método de Análise Freqüencial para o controle do nível em uma planta piloto localizada na Universidade Federal do Triângulo Mineiro. Este trabalho está estruturado como segue. A seção 2 apresenta a descrição do processo, bem como uma revisão das metodologias consideradas para a sua avaliação, com destaque para o Método da Análise Freqüencial. Já na seção 3 são apresentados os resultados e discussão. As conclusões são apresentadas na última seção.

## 2. MATERIAIS E MÉTODOS

### 2.1 Descrição da Planta Piloto

A planta piloto considerada neste trabalho é denominada de Planta de Controle de Processos XL33, localizada no Instituto de Ciências Tecnológicas e Exatas (ICTE) da Universidade Federal do Triângulo Mineiro (UFTM). O equipamento foi montado usando aço inoxidável para construção dos tanques, PVC para as tubulações e alumínio anodizado com rodízios para a estrutura. Os componentes do equipamento são: *i*) Reservatório de Mistura (um visor de nível com tubo de vidro e escala graduada); *ii*) Tubulações (uma entrada de água do reservatório inferior e duas entradas do reservatório de aquecimento); *iii*) Saídas (uma tubulação de retorno ligada diretamente ao reservatório inferior; uma saída de descarte ligada diretamente ao esgoto e um sensor de nível por coluna hidrostática); *iv*) Reservatório Inferior (detector de nível por contato; entrada com boia anti transbordo e saída para esgotamento); *v*) Instrumentos de Controle (duas bombas centrífugas; uma válvula proporcional; um elemento de aquecimento; um transmissor de vazão; um transmissor de nível; dois transmissores de temperatura; um painel elétrico e um controlador lógico programável); *vi*) Inversores de frequência.

As Figuras 1(A) e 1(B) apresentam a planta piloto XL33 e um esquema geral da planta, respectivamente.

### 2.2 Métodos para o Projeto de Controladores

Controladores do tipo PID tem atuação de três formas nos sistemas. As ações proporcionais, integrais e derivativas. Para este tipo de controlador, tem-se a ação de controle dada pela Equação (1) (Åström e Hagglund, 1934):

$$p = \bar{p} + K_C \left[ e(t) + \frac{1}{\tau_I} \int_0^t e(t) dt + \tau_D \frac{de}{dt} \right] \quad (1)$$

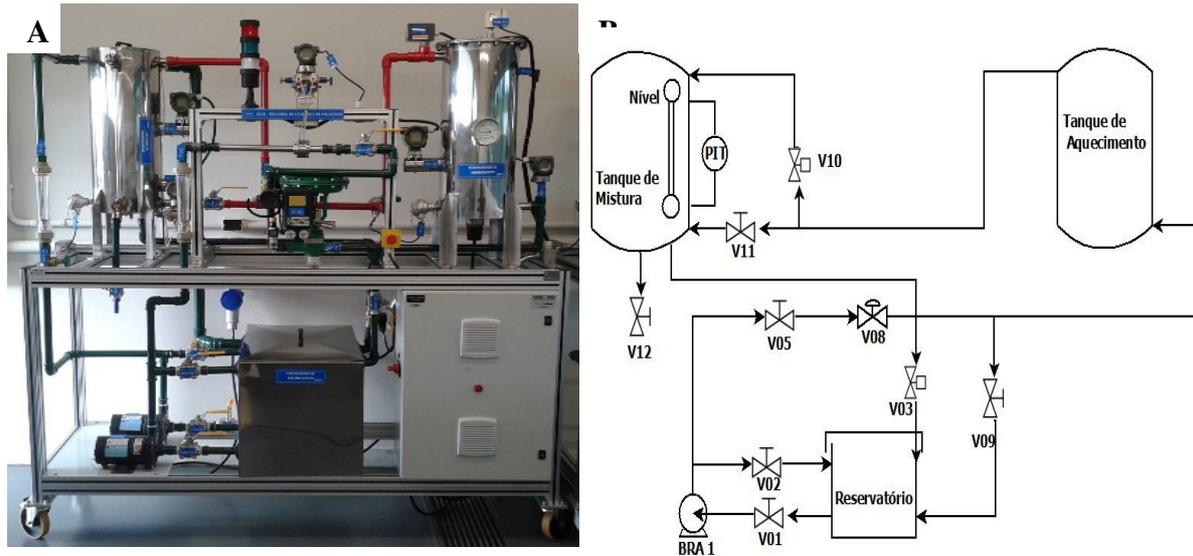


Figura 1 - Sistema estudado (A) e representação esquemática (B).

Em variável desvio e aplicando a transformada de Laplace, a Equação (1) é determinada:

$$G_C = \frac{P(s)}{E(s)} = K_C \left( 1 + \frac{1}{\tau_I s} + \tau_D s \right) \quad (2)$$

A partir dessa equação é possível gerar controladores com diferentes formas de atuação, sendo capazes de imprimir mudanças mais enérgicas no sistema ou variações mais suaves, de acordo com cada sistema. Para isso acontecer, é preciso trabalhar com os três parâmetros presentes na Equação (2).

Para se projetar um controlador existem vários métodos. Cada um leva em consideração o sistema que está sendo analisado. Os métodos mais comuns, tais como de Ziegler-Nichols e Cohen-Coon necessitam de modelos de primeira ordem com tempo morto para encontrar relações que gerem controladores. Os dois métodos são baseados em correlações entre os parâmetros do modelo de primeira ordem ( $K$ ,  $\tau$  e  $\theta$ ), com os parâmetros do PID ( $K_C$ ,  $\tau_I$  e  $\tau_D$ ). Esses métodos tem como característica base seguir uma razão de decaimento de  $1/4$  na resposta do processo, sendo  $K$  o ganho,  $\tau$  constante de tempo,  $\theta$  o tempo morto,  $K_C$  o ganho do controlador,  $\tau_I$  a constante da tempo da parte integral e  $\tau_D$  a constante de tempo da parte derivativa (SEBORG *et. al.*, 2011).

A determinação dos parâmetros, na abordagem de Ziegles e Nichols é dada de acordo com as Equações (3-5) .

$$K_C = 1,2 \left( \frac{\theta}{\tau} \right)^{-1} \frac{1}{k} \quad (3)$$

$$\tau_I = 2\theta \quad (4)$$

$$\tau_D = 0,5\theta \quad (5)$$

Cohen e Coon seguiram a mesma linha de estudos que Ziegler e Nichols, porém desenvolveram novas equações para encontrar os mesmos parâmetros. Elas estão descritas pelas seguintes relações representadas pelas Equações (6-8).

$$K_C = \left[ 1,35 \left( \frac{\theta}{\tau} \right)^{-1} + 0,27 \right] \frac{1}{k} \quad (6)$$

$$\tau_I = \left( \frac{2,5 \left( \frac{\theta}{\tau} \right) \left[ 1 + \frac{\left( \frac{\theta}{\tau} \right)}{5} \right]}{1 + 0,6 \left( \frac{\theta}{\tau} \right)} \right) \tau \quad (7)$$

$$\tau_D = \frac{0,37 \left( \frac{\theta}{\tau} \right)}{1 + 0,2 \left( \frac{\theta}{\tau} \right)} \quad (8)$$

Alguns métodos propostos para o projeto de controladores não seguem a ideia de um modelo para implementar o controlador. Alternativamente, pode-se projetar o controlador a partir de testes na planta (Smith e Corripio, 2012). Neste contexto, destaca-se o Método da Análise Freqüencial, que é a observação da resposta de um sistema, em uma freqüência que varia dentro de um intervalo preestabelecido, quando recebe um sinal de entrada senoidal. A primeira ação, na utilização desse método, é a análise de estabilidade, que ocorre a partir do diagrama de Bode como ilustrado na Figura 2 (SEBORG *et. al.*, 2011).

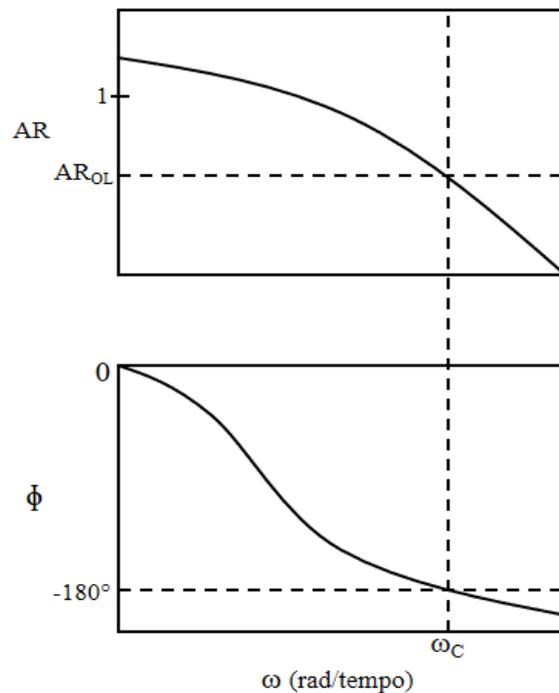


Figura 2 - Diagrama de Bode.

No Diagrama de Bode, quando o ângulo de fase  $\phi_{OL} = -180^\circ$  o valor encontrado de  $\omega$  é o seu valor crítico ( $\omega_c$ ). Além disso, traçando-se uma reta vertical de  $\omega_c$  até o primeiro diagrama é possível encontrar o valor da Razão de Amplitude (AR). Conhecido-se os valores destes dois parâmetros pode-se calcular os valores do ganho crítico ( $K_{CU}$ ) e o período crítico ( $P_U$ ) pelas seguintes relações:

$$K_{CU} = \frac{1}{AR_{OL}|_{\omega=\omega_c}} \quad (9)$$

$$P_U = \frac{2\pi}{\omega_C} \quad (10)$$

De posse dos valores de  $K_{CU}$  e  $P_U$ , existem dois métodos que possibilitam encontrar os parâmetros dos controladores ( $K_C, \tau_I, \tau_D$ ), a saber, os Métodos de Ziegler-Nichols e de Tyreus-Luyben. Neste contexto, equações empíricas foram desenvolvidas para encontrar esses parâmetros (Método de Ziegler-Nichols dadas pelas Equações (11), (12) e (13) e o Método de Tyreus-Luyben dadas pelas Equações (14), (15) e (16).

$$K_C = 0.6 * K_{CU} \quad (11)$$

$$\tau_I = \frac{P_U}{2} \quad (12)$$

$$\tau_D = \frac{P_U}{8} \quad (13)$$

$$K_C = 0.45 * K_{CU} \quad (14)$$

$$\tau_I = 2.2 * P_U \quad (15)$$

$$\tau_D = \frac{P_U}{6.3} \quad (16)$$

Uma das vantagens da utilização do Método de Análise de Frequência é a não necessidade do prévio conhecimento da função de transferência do sistema de estudo. Isso ocorre, pois, o método fornece ferramentas para encontrar essa função aplicando testes no sistema. Além disso, não é um método invasivo, uma vez que não causa alterações drásticas no sistema, e sim pequenas perturbações que podem ser desfeitas após o estudo.

### 2.3 Análise de Estabilidade do Sistema

Durante o estudo de um dado processo é possível encontrar respostas que, fisicamente, não são factíveis. Isso acontece, de forma geral, pelo fato do sistema não ser estável. A análise da estabilidade de um sistema precisa ser a primeira análise a ser realizada, pois se o sistema for instável, pode ser que não se consiga projetar um controlador capaz de estabilizá-lo. Para realizar esta análise, pode-se fazer uso do estudo das funções de transferência. Estas apresentam zeros, que são as raízes da equação do numerador e os polos são as raízes da equação do denominador. Esses valores são importantes na determinação do comportamento dinâmico do sistema. Quando o sistema apresenta polos reais e negativos, o sistema é estável, caso contrário não são estáveis. Essa análise é feita em casos onde a equação de transferência do sistema é conhecida. Em casos onde não se conhece essa função, o diagrama de Bode possibilita a análise de estabilidade. O diagrama de Bode é obtido através da análise frequencial do sistema. (SEBORG *et. al.*, 2011)

### 2.4 Procedimento Experimental

O procedimento adotado neste trabalho para o projeto do controlador segue quatro etapas: *i)* Determinar o modelo do sistema; *ii)* Encontrar os parâmetros para o controlador PID; *iii)* Analisar os resultados encontrados e *iv)* Realizar uma sintonia fina nos controladores implementados.

Durante a primeira etapa do estudo, o equipamento foi configurado com as válvulas V05 e V11 totalmente abertas e a V09 fechada. Na sequência ligou-se o supervisório para controlar a planta. A bomba foi acionada com 80% da sua potência máxima de operação. A válvula V03, responsável pelo retorno, foi aberta. Com essa configuração feita, a válvula V08 foi acionada com uma abertura inicial de 30% e foi esperado o estado estacionário ser atingido. Anotou-se

os valores da vazão e do nível atingido. Logo após o estado estacionário ser atingido, a abertura da válvula foi alterada para 45%, aplicando assim uma perturbação do tipo degrau no sistema, e um novo estado estacionário foi atingido. O tempo foi cronometrado e a cada 30 segundos, a altura do tanque foi anotada.

Com os dados obtidos foi desenhada a curva do nível do reservatório versus o tempo. A partir da curva de reação, os parâmetros desse modelo foram estimados, utilizando regressão não linear pela minimização da soma dos quadrados dos erros. Após a obtenção dos parâmetros do modelo, a segunda etapa foi iniciada.

Com a utilização do *software* Scilab<sup>®</sup>, foram implementados códigos para estudar a estabilidade do modelo do sistema e através dessas análises, encontrar os parâmetros dos controladores PID.

A primeira tarefa do programa implementado no software é plotar o diagrama de Bode. Com ele, foi possível efetuar a análise de estabilidade do sistema e encontrar os primeiros parâmetros necessários. Para que o sistema seja estável, ele precisa apresentar um valor de razão de amplitude (AR) menor que um (1) quando a frequência estiver em seu valor crítico ( $-180^\circ$ ). A partir dos métodos previamente discutidos de análise do diagrama de Bode, os valores de  $K_{CU}$  e de  $P_U$  foram calculados. Após a obtenção desses valores, foi implementada uma rotina para calcular os parâmetros necessários para gerar o controlador. Os métodos utilizados para implementar os controladores foram os de Ziegler-Nichols e o de Tyreus-Luyben.

Com os valores de  $K_{CU}$  e de  $P_U$  é possível encontrar os parâmetros necessários para implementação dos controladores ( $K_C$ ,  $\tau_I$  e  $\tau_D$ ). A terceira etapa do estudo foi realizada novamente na planta XL33. O sistema foi configurado da mesma forma que na primeira etapa, porém, dessa vez, a forma de controle escolhida no supervisor foi a de controle. As respostas apresentadas pelo sistema foram analisadas e o controlador que não apresentou uma resposta adequada levou à quarta e última etapa do estudo, a sintonia fina, que é o ajuste dos parâmetros de forma *on-line* por tentativa e erro, para tornar o controlador como desejado.

Segundo Seborg *et al.* (2011), o parâmetro  $K_C$  tem uma ação proporcional no desvio do *setpoint*. Portanto, quanto mais próximo do valor ideal da constante desejada, mais amena é a ação do controlador. Então, o valor foi aumentado, quando comparado com o encontrado previamente. Outro parâmetro que pode ser avaliado e alterado é o relacionado com o tempo de resposta ( $\tau_I$ ). Esse parâmetro apresenta uma ação integral do erro, eliminando o *offset* (distância que falta para atingir o *setpoint* desejado). O último parâmetro que pode ser alterado, na sintonia fina, é o  $\tau_D$ , que atua com uma ação derivativa, na tentativa de diminuir, porém não eliminar, o comportamento oscilatório que a ação integral imprime no sistema. Valores altos indicam ações mais “severas” do controlador, fazendo com que o erro sofra grandes variações em curtos espaços de tempo. Já valores menores, implicam atuações mais “brandas” do controlador, fazendo com que o erro sofra lentas variações ao passar do tempo.

### 3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

A primeira etapa consiste na aquisição dos dados experimentais. Para essa finalidade, um degrau foi aplicado na vazão de entrada. A vazão inicial na planta XL33, com uma abertura de 30% da válvula V08, foi de 0,85 m<sup>3</sup>/h. Após a perturbação, onde a mesma válvula teve uma abertura de 45%, a vazão foi de 1,25 m<sup>3</sup>/h. A partir desses valores, foi possível encontrar a amplitude do degrau ( $M$ ) que foi aplicado no sistema. Essa amplitude é calculada pela vazão final decrescida da vazão inicial, ou seja 1,25 m<sup>3</sup>/h – 0,85 m<sup>3</sup>/h, o que dá um resultado de 0,4 m<sup>3</sup>/h.

Após a aplicação do degrau foram anotados os valores da altura do nível do reservatório a cada 30 segundos. Os resultados obtidos são demonstrados na Tabela 1.

Tabela 1 - Resultados obtidos na planta XL33.

Tempo (s)	Altura (cm)	Tempo (s)	Altura (cm)
0	14,5	390	43
30	18,3	420	43,3
60	22,1	450	43,6
90	25,6	480	43,8
120	28,8	510	43,9
150	31,7	540	44
180	34,3	570	44,1
210	36,8	600	44,1
240	38,8	630	44,1
270	40,4	660	44,1
300	41,5	690	44,1
330	42,1	720	44,1
360	42,6	750	44,1

De acordo com os dados da Tabela 1 os valores de  $K$  (74),  $\tau$  (260 s) e  $\theta$ (1 s), para uma função de transferência de primeiro grau, foram estimados através da regressão não linear pela minimização da soma dos quadrados dos erros. Portanto, a função de transferência que representa o processo é dado pela seguinte função de transferência:

$$G(s) = \frac{74e^{-s}}{260s+1} \quad (17)$$

A estabilidade do sistema foi estudada a partir do diagrama de Bode, apresentado na Figura 3.

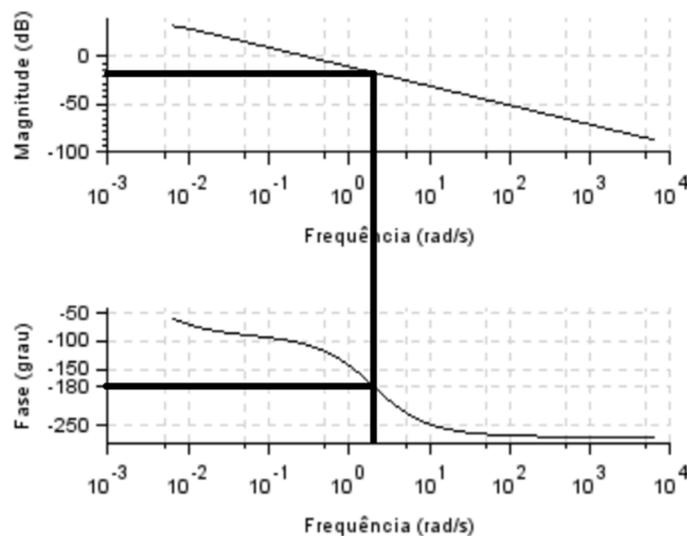


Figura 3 - Diagrama de Bode para o sistema estudado.

Como pode ser observado na Figura 3, é possível obter os valores de  $\omega_C$  (2 rad/s) e AR (-20 dB). O valor de AR do gráfico está em decibel, e pode ser convertido utilizando a relação da Equação (18):

$$AR = 10^{\frac{AR|_{dB}}{20}} \quad (18)$$

Da Equação (18)  $AR = 0,1$  constatando que o sistema é estável, por ser menor que um (1). Com as Equações (9) e (10), foram calculados os valores das constantes  $K_{CU}$  (10) e  $P_U$  (3,1415 s). A partir destes valores, os parâmetros dos controladores considerando o Método de Ziegler-Nichols (ZN) e o Método de Tyreus-Luyben (TL) foram estimados como observado na Tabela 2.

Tabela 2 - Parâmetros encontrados.

Método	$K_C$	$\tau_I$ [s]	$\tau_D$ [s]
ZN	6	1,5707	0,3926
TL	4,5	6,9115	0,4981

De posse dos parâmetros dos dois controladores, como pode ser observado na Tabela 2, foi realizado a simulação em *software* Scilab® para o comportamento do sistema de controle teórico, que é apresentado na Figura 4.

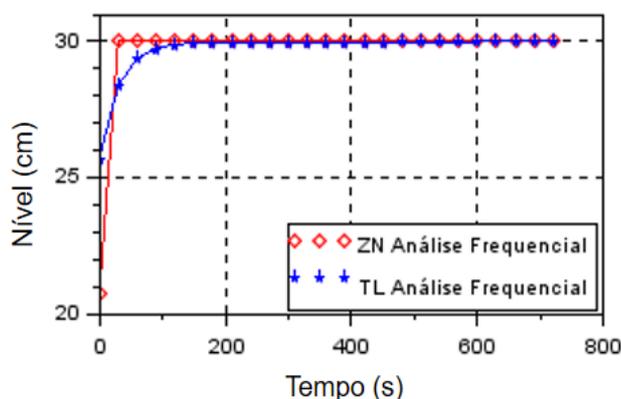


Figura 4 - Gráfico do comportamento teórico dos controladores.

Analisando-se a Figura 4 percebe-se que o estado estacionário foi atingido rapidamente. Nos testes o *setpoint* foi de 30 cm de altura, e essa altura foi atingida com aproximadamente 265 segundos com os parâmetros do Método Tyreus-Luyben e com 30 segundos, aproximadamente, pelo Método de Ziegler-Nichols. É perceptível um comportamento não usual no método de Ziegler e Nichols. O estado inicial vai para o estado estacionário com uma reta e na prática esse comportamento é muito difícil de ser encontrado.

Além disso, analisando-se os dados obtidos percebe-se que o controlador implementado pelo Método de Ziegler-Nichols não apresentou o comportamento que era esperado, uma vez que o estado estacionário não foi atingido, porém, seus valores são usados como ponto de partida para uma sintonia fina. Já o Método de Tyreus-Luyben ficou dentro do esperado, atingindo o estado estacionário, aproximadamente, no tempo de 270 segundos, valor muito próximo ao valor teórico.

Como os parâmetros do controlador, pelo método de Ziegler-Nichols não foram satisfatórios, a sintonia fina foi realizada, utilizando como ponto de partida os parâmetros da Tabela 2 (ZN). Os valores obtidos, após a sintonia fina, estão expressos na Tabela 3.

Tabela 3 - Parâmetros encontrados após a sintonia fina.

Método	$K_C$	$\tau_I$ [s]	$\tau_D$ [s]
Sintonia Fina	0,45	307,1772	22,1628

Diferentemente dos parâmetros apresentados na Tabela 2, os resultados apresentados na Tabela 3 foram satisfatórios e corresponderam ao esperado fisicamente. A Figura 5 apresenta o gráfico do nível de água no reservatório em função do tempo para os controladores propostos.

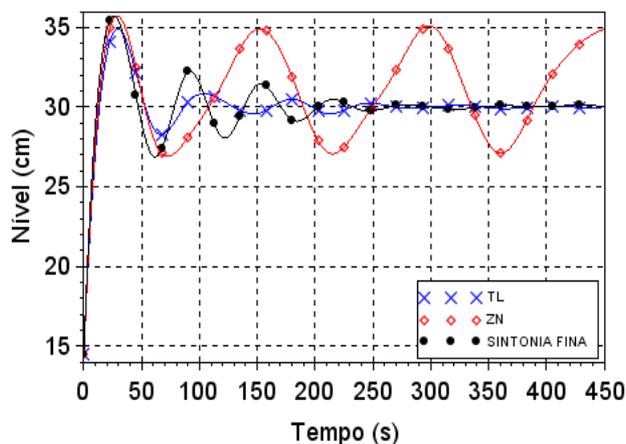


Figura 5 - Controladores atuando na planta XL33.

Quando os três resultados são sobrepostos, fica facilmente identificado que tanto no método de Tyreus-Luyben, quanto a sintonia fina, os resultados foram satisfatórios. Enquanto o controlador de Ziegler e Nichols entrou em período oscilatório, sem previsão de que em algum momento poderia entrar em estado estacionário. Além disso, o esperado era que o sistema entrasse em equilíbrio com, aproximadamente, 265 segundos, já na prática ele foi atingido, aproximadamente, aos 270 segundos.

#### 4. CONCLUSÃO

O presente trabalho teve por objetivo o projeto de controladores considerando o Método da Análise de Frequência para fins de controle do nível de um tanque em uma planta piloto. A partir dos resultados obtidos pode-se concluir que, o controlador obtido pelo método de Tyreus-Luyben foi mais adequado, pois possui uma resposta transitória com menor overshoot, menos oscilações e menor tempo de assentamento. O controlador obtido pelo método de Ziegler e Nichols não apresentou uma resposta satisfatória na planta, porém, os parâmetros obtidos foram utilizados como ponto de partida para a realização da sintonia fina, tornando-o satisfatório. Como sugestão para trabalhos futuros pretende-se aplicar técnicas de confiabilidade e robutez para o projeto de controladores.

#### Agradecimentos

Os autores agradecem o apoio do CNPq, da CAPES e da FAPEMIG para a realização deste trabalho.

## **REFERÊNCIAS**

- Åström, K. J.; Hagglund, T. (1934), PID Controllers: Theory, Design, and Tuning. 2° ed. United States of America.
- Seborg, D. E; Edgar, T. F.; Mellichamp, D. A.; Doyle, F. J. (2011), Process Dynamics and Control. 3a Edição, New Jersey: John Wiley, 514 páginas.
- Ogata, K. (2012), Engenharia de Controle Moderno. 5ª Edição, São Paulo (SP): Pearson, 809 páginas.
- Smith C. A., Corripio A. (2012), Princípios e práticas de controle automático de processo. Ed. Ltc.

### **APPLICATION OF FREQUENCY ANALYSIS METHOD TO CONTROLLERS DESIGN IN A PILOT PLANT**

**Abstract.** The controllers design characterizes an area of interest academic and industrial. This is due to large number of case studies that can be developed by using this technique. Traditionally, controllers have been designed considering classical methods such as Ziegler and Nichols. This work aims to apply the Frequency Analysis Method to find the mathematical model and to controllers design in pilot plant. From the obtained results, it was possible to design a controller capable of performing satisfactorily.

**Keywords:** Frequency Analysis Method, Control, Stability Analysis.