XXI ENMC
ENCONTRO NACIONAL DE MODELAGEM COMPUTACIONAL
IX ECTM
ENCONTRO DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE MATERIAIS

08 a 11 de Outubro de 2018
Instituto Federal Fluminense
Búzios - RJ

UTILIZAÇÃO DO MÉTODO DE OTIMIZAÇÃO ESTOCÁSTICO EVOLUÇÃO DIFERENCIAL NA MINIMIZAÇÃO DE FUNÇÕES NÃO LINEARES

Andressa Alves Machado da Silva[1] – andressa_alves@id.uff.br
Diogo Teixeira dos Santos[1] – diogo_santos@id.uff.br
[1] Universidade Federal Fluminense, Instituto do Noroeste Fluminense de Educação Superior – Santo Antônio de Pádua, RJ, Brasil

Resumo. *O presente trabalho tem como principal objetivo mostrar a aplicação do método de otimização estocástico Evolução Diferencial (DE) na minimização de funções não lineares. O método é considerado simples e eficiente, utilizando três etapas para obtenção do ótimo: Mutação, Cruzamento e Seleção. Aborda-se uma hibridização entre o método estocástico em estudo com um método de busca direta, com a finalidade de inserir o método de busca padrão ao final da etapa de Seleção do DE para que se realize uma busca mais refinada para obtenção do ponto ótimo da função. O método híbrido proposto é: Evolução Diferencial /Busca Coordenada (DE/BC). Os métodos são testados na minimização de funções não lineares já presentes na literatura, tendo como objetivo analisar a influência dos métodos na convergência das funções, no número de iterações necessárias para obtenção do mínimo global da função e em relação à eficiência temporal. Assim, apresenta-se a análise dos resultados obtidos e identificando o mais eficiente ao realizar a comparação entre o DE e a hibridização (DE/BC).*

Palavras-chave: *Busca Coordenada, Evolução Diferencial, Hibridização, Minimizadores globais.*

1. INTRODUÇÃO

O presente trabalho apresenta uma comparação entre algoritmos de otimização na busca de minimizadores globais de funções não lineares já presentes na literatura, com objetivo de verificar qual dos métodos analisados é mais eficiente. O método utilizado é o Evolução Diferencial (DE) e propõem-se a hibridização do algoritmo estocástico com o método de busca padrão, Busca Coordenada.

Por meio da análise dos resultados obtidos, será realizada uma comparação verificando qual metodologia teve mais eficiência na determinação dos mínimos globais. Por fim, pode-se analisar a contribuição do método da Busca coordenada no desempenho do método DE.

2. O MÉTODO EVOLUÇÃO DIFERENCIAL (DE)

O Método Evolução Diferencial (DE) é um algoritmo de otimização estocástica desenvolvido por Storn e Price (1995). Segundo Cheng e Hwang (2001) é um algoritmo de busca estocástica baseado na seleção natural, é eficiente quando utilizado em funções descontínua, porque não precisa de informações sobre suas derivadas, não requer um tamanho grande de população e apresenta pouca tendência em ficar preso em mínimos locais.

O método é iniciado com uma população composta por n indivíduos, passando por três estágios para chegar à próxima geração: Mutação, Cruzamento e Seleção. Utiliza-se como pesquisa a teoria presente em Corrêa (2013).

No estágio Mutação, os indivíduos são modificados através da adição da diferença vetorial ponderara entre dois indivíduos da população aleatórios, junto com um terceiro. Considerando $x_\alpha, x_\gamma\ e\ x_\delta$ vetores distintos, o vetor x_α será perturbado resultando no vetor modificado v_d, como mostra a Eq. (1)

$$v_d^{q+1} = x_\alpha^q + F_p\left(x_\gamma^q - x_\delta^q\right) \tag{1}$$

onde F_p é o fator de perturbação escolhido no intervalo [0,2].

Com o objetivo de aumentar a diversidade dos indivíduos que passaram pela mutação, desenvolve-se a etapa do Cruzamento. Misturam-se as componentes do indivíduo doador, $v_d(i)^{q+1}$ com as componentes de $x_a(i)^q$ de um indivíduo aleatório x_a^q (vetor alvo), resultando no vetor experimental v_t^{q+1}.

Em 1997 Storn e Price apresentaram o operador cruzamento exponencial. A realização do cruzamento se dá enquanto o número aleatório $rand_i$ for menor que P_c, probabilidade de cruzamento escolhida em [0,1]. Se este número aleatório ultrapassar P_c, nenhum cruzamento é executado e as variáveis são mantidas.

$$\begin{array}{ll} \text{Enquanto} & rad_i \le P_i, \quad v_t(i)^{q+1} = v_d(i)^{q+1}; \\ \text{Se não} & v_t(j)^{q+1} = x_\alpha(j)^q. \quad j = (i+1), \dots, n_p, \end{array} \tag{2}$$

sendo n_p o número de componentes do vetor x_α e i variando de 1 até n_p.

A etapa Seleção tem como finalidade selecionar os melhores indivíduos, escolhendo, simplesmente, os indivíduos com as melhores características para serem preservados na próxima geração. Se o valor da função objetivo no vetor experimental for menor que valor da função objetivo no vetor alvo, então se escolhe o vetor experimental para próxima geração. Se não, mantém-se o vetor alvo na próxima geração.

3. O MÉTODO DA BUSCA COORDENADA

O método da Busca Coordenada foi um dos primeiros na categoria de busca direta utilizado para resolver problemas de otimização. Souza (2010) explica o funcionamento do algoritmo da seguinte forma: se um dos passos realizados nas direções coordenadas produzirem uma queda no valor da função objetivo, o melhor deles é considerado na nova iteração. Se nenhum desses passos produzirem decréscimos, o procedimento é repetido com a metade do tamanho do passo anterior. A Figura 1 ilustra as cinco primeiras iterações do algoritmo da busca coordenada aplicado em um problema de duas variáveis.

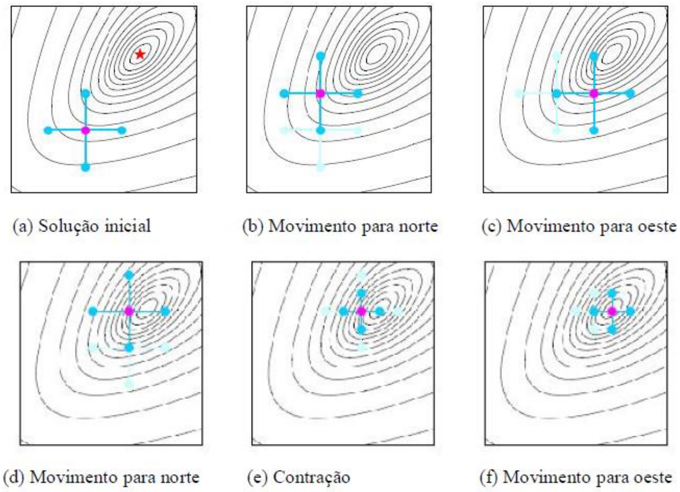

Figura 1- Algoritmo Busca coordenada.
Fonte: Souza, 2010, p. 85.

4. MÉTODO HIBRIDO DE OTIMIZAÇÃO

Neste trabalho propõem-se a hibridização que tem por objetivo acrescentar o método de busca padrão, Busca Coordenada (BC), ao longo das iterações do Método Evolução Diferencial (DE).

4.1 Evolução Diferencial (DE)/ Busca Coordenada (BC)

O algoritmo DE/BC é uma proposta de hibridização que adiciona o método da Busca Coordenada ao fim da etapa de Seleção do Método Evolução Diferencial. Se a busca encontrar uma melhor solução, os valores serão atualizados e retorna-se ao Algoritmo DE seguindo esses passos até que o critério de parada seja atingido, encontrando assim o ótimo global.

5. FUNÇÕES NÃO LINEARES

A partir de agora apresentam-se as funções não lineares testadas e os resultados obtidos com a metodologia trabalhada. As funções estão presentes em Surjanovic e Bingham (2013). Foram realizados testes com funções de 2, 5 e 10 variáveis. O tempo computacional refere-se ao tempo médio necessário para obtenção dos minimizadores globais, tendo realizado 50 execuções de cada método.

5.1 Função Ackley

A função Ackley é bastante abordada nas literaturas de otimização. Seu gráfico em duas dimensões corresponde a uma região quase plana com um grande orifício ao centro.

$$f(x) - aexp\left(-b\sqrt{\frac{1}{d}\sum_{i=1}^{d} \mathrm{x}_\mathrm{i}^2}\right) - \exp\left(\frac{1}{d}\sum_{i=1}^{d} cos(cx_i)\right) + a + \exp(1) \quad (3)$$

com $a = 20, b = 0{,}2\ e\ c = 2\pi$.

Seu gráfico bidimensional é descrito pela Figura 2. O domínio é avaliado nos hipercubos $x_i \in [-1\ ,1\ ], \forall\ i = 1, \dots, n$, $x_i \in [-10\ ,10\ ], \forall\ i = 1, \dots, n$ e $x_i \in [-50\ ,50\ ], \forall\ i = 1, \dots, n$.

Mínimo global: $f(x) = 0,\ em\ x = (0, \dots, 0)$.

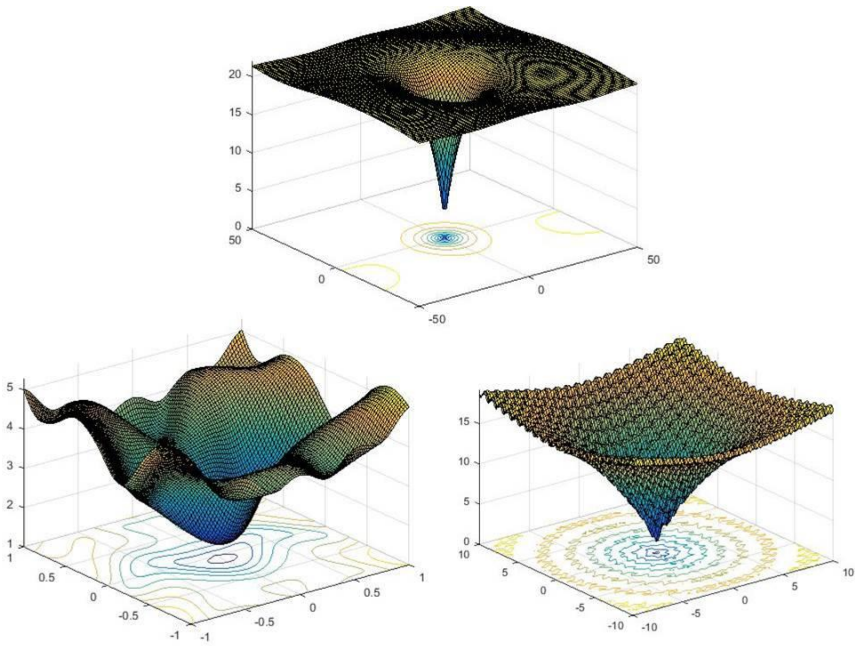

Figura 2 - Função Ackley

5.2 Função Rastrigin

A Função Rastrigin possui vários mínimos locais. Sua equação é dada pela Eq. (4)

$$f(x) = 10n + \sum_{i=1}^{d}[x_i^2 - 10\cos(2\pi x_i)] \quad (4)$$

Seu Gráfico na forma bidimensional é avaliado em $x_i \in [-5\ ,5]\ e\ x_i \in [-10{,}10],\ \forall\ i = 1, \dots, n$.

Mínimo global: $f(x) = 0,\ em\ x = (0, \dots, 0)$.

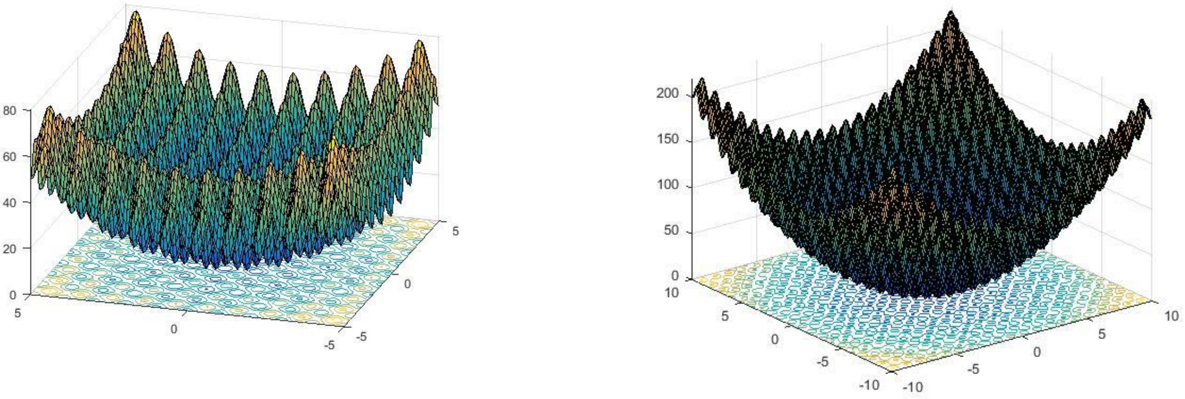

Figura 3 – Função Rastrigin

5.3 Função Schafffer N.2

A Função Schaffer N.2 é bidimensional. Seu gráfico é descrito pela Figura 4. É avaliada nos hipercubos $x_i \in [-2\ ,2\ ], \forall\ i = 1, \ldots, n$ e $x_i \in [-50\ ,50\ ], \forall\ i = 1, \ldots, n$.

$$f(x) = 0{,}5 + \frac{sin^2(x_1^2 - x_2^2) - 0{,}5}{[1 + 0{,}001(x_1^2 + x_2^2)]^2} \tag{5}$$

Mínimo global: $f(x) = 0,\ em\ x = (0, \ldots, 0)$.

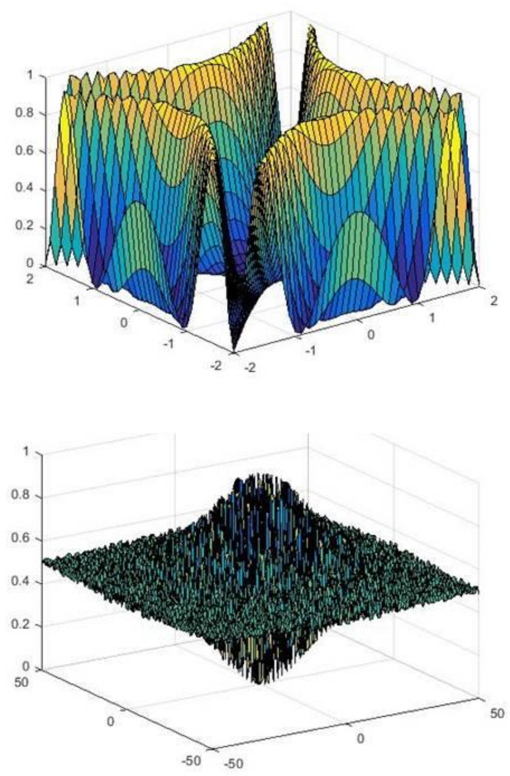

Figura 4- Função Schaffer

5.4 Função Michalewicz

A função Michalewicz é dada pela Eq. (6)

$$f(x) = -\sum_{i=1}^{d} \sin(x_i) \sin^{2m}\left(\frac{ix_i^2}{\pi}\right) \tag{6}$$

O parâmetro m define a inclinação de vales e cordilheiras, utilizando m = 10. Seu gráfico bidimensional é descrito pela Figura 5. O domínio está contido nos hipercubos $x_i \in [-3\,,3\,], \forall\, i = 1, \dots, n$ e $x_i \in [-4\,,4\,], \forall\, i = 1, \dots, n$.

Mínimos globais

Para $n = 2$ Mínimo global: $f(x) = -1{,}8013$

$n = 5$ Mínimo global: $f(x) = -4{,}687658$

$n = 10$ Mínimo global: $f(x) = -9{,}66015$

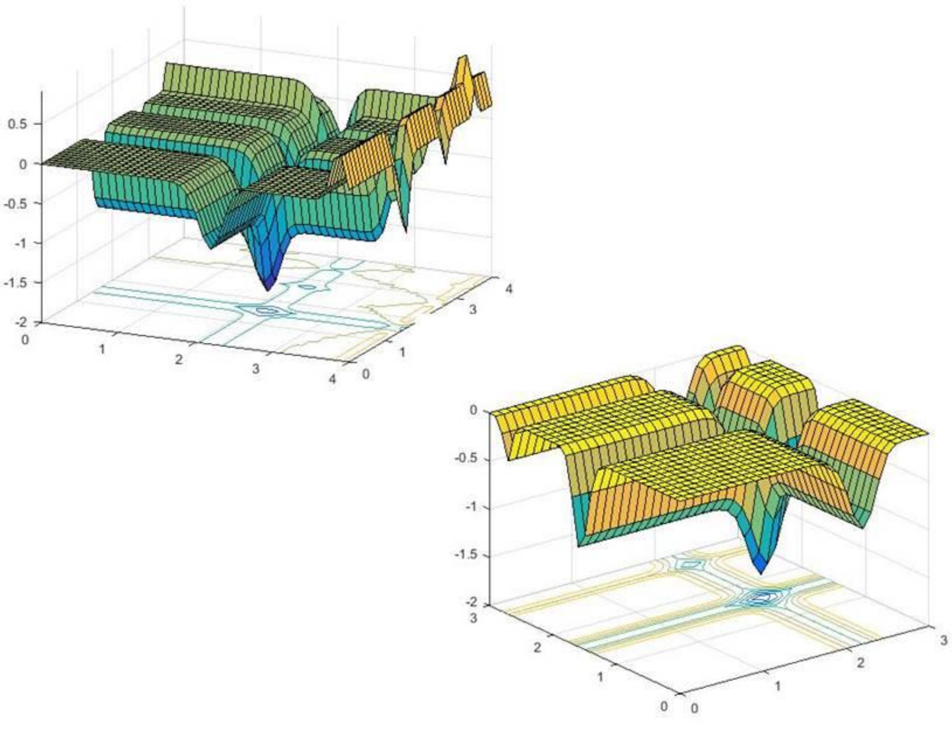

Figura 5 – Função Michalewicz

5.5 Função Shubert

A Função Shubert é dada pela Eq. (7)

$$f(x) = \left(\sum_{i=1}^{5} icos\big((i+1)x_1 + i\big)\right)\left(\sum_{i=1}^{5} icos\big((i+1)x_2 + i\big)\right) \tag{7}$$

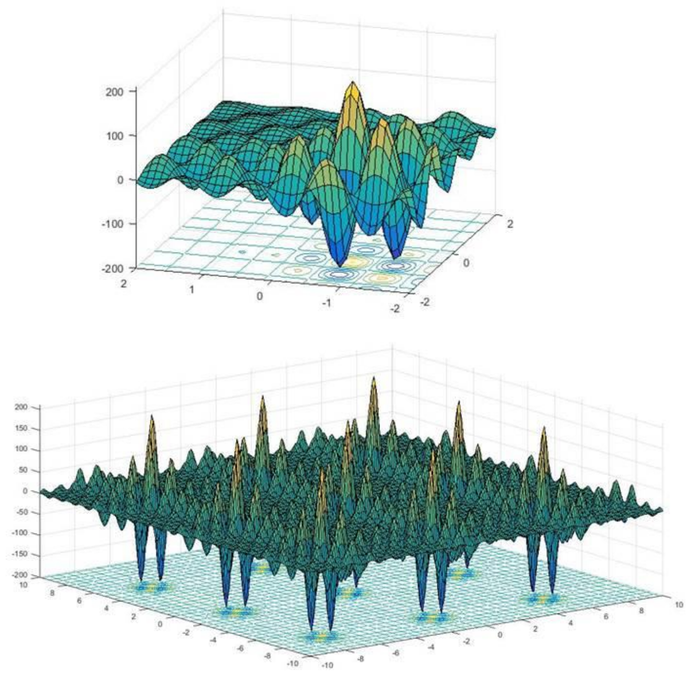

Figura 6 – Função Shubert

Seu gráfico bidimensional é descrito pela Figura 6. O domínio está contido nos hipercubos $x_i \in [-2\ ,2\ ], \forall\ i = 1, \dots, n$ e $x_i \in [-10\ ,10\ ], \forall\ i = 1, \dots, n$.

Mínimo global: $f(x) = -186{,}7309$

5.6 Função Zakharov

Seu gráfico em duas dimensões é dado pela Figura 7. Seu domínio é calculado na região $x_i \in [-50\ ,50], \forall\ i = 1, \dots, d$.

$$f(x) = \sum_{i=1}^{d} x_i^2 + \left(\sum_{i=1}^{d} 0{,}5ix_i\right)^2 + \left(\sum_{i=1}^{d} 0{,}5ix_i\right)^4 \quad (8)$$

Mínimo global $f(x) = 0,\ em\ x = (0, \dots, 0)$.

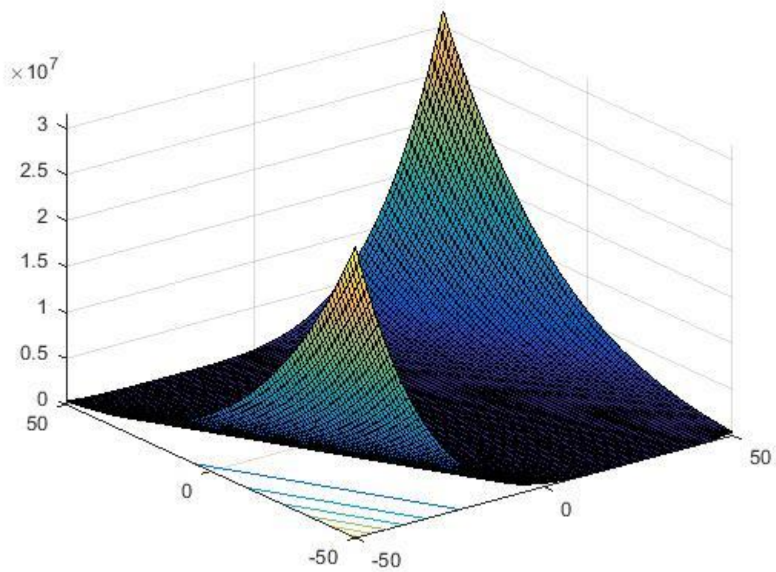

Figura 7 – Função Zakharov

6. RESULTADOS

As tabelas abaixo apresentam os coeficientes utilizados para inicializar o método DE e os resultados obtidos com as metodologias proposta. Os métodos são comparados em relação ao número de iterações necessária para convergência e a eficiência temporal na obtenção do minimizador global.

Tabela 1: Dados de inicialização do algoritmo DE.

função	**dimensão (d)**	**Número de indivíduos (n)**	**Intervalo de busca**	F_p	P_c
$f_1 - Ackley$	10	30	[-10,10]	0,5	0,8
$f_2 - Rastrigin$	5	30	[-10,10]	0,5	0,8
$f_3 - Schaffer$	2	30	[-10,10]	0,5	0,8
$f_4 - Michalewicz$	10	30	[-10,10]	0,5	0,8
$f_5 - Shubert$	2	30	[-200,200]	0,5	0,8
$f_6 - Zakharov$	10	30	[-10,10]	0,5	0,8

Tabela 2: Resultados

	DE		DE/BC	
$função$	$tempo\ (s)$	$iterações$	$tempo(s)$	$iterações$
$f_1 - Ackley$	0,6746	293	8,9572	128
$f_2 - Rastrigin$	0.2480	176	1,6557	49
$f_3 - Schaffer$	0,0570	35	0,0481	2
$f_4 - Michalewicz$	64,9590	2446	8,2930	63
$f_5 - Shubert$	0,1426	127	0,0470	2
$f_6 - Zakharov$	1,0158	471	5,6032	94

7. CONCLUSÕES

Verifica-se por meio da análise da Tabela 2 que os minimizadores globais foram encontrados em todas as funções testadas. Destaca-se a eficiência do Método DE e da hibridização quando utilizados em funções bidimensionais, ambos encontraram o mínimo em um baixo número de iterações e com boa eficiência temporal, sendo que DE/BC obteve resultados excelentes. Pode-se afirmar que a hibridização conseguiu diminuir de forma considerável o número de iterações necessárias para encontrar o mínimo, tendo grande destaque na função de 10 variáveis Michalewicz. Apesar do destaque na redução do número de iterações, DE/BC em alguns casos teve eficiência temporal bem abaixo do método DE, o fato se explica, pois o algoritmo precisa rodar os passos dos métodos Evolução Diferencial e Busca Coordenada. Por fim, a hibridização proposta foi eficiente na convergência das funções analisadas conseguindo diminuir em todos os casos, de forma considerável, o número de iterações necessárias para a convergência.

REFERÊNCIAS

Cheng, S.L., Hwang, C. (2001), “Optimal approximation of linear systems by a differential evolution algorithm”, IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics – Part A: Systens and Humans, Vol. 31, pp. 698-707.

Corrêa, R. (2013), “Identificação de danos em estruturas bi-dimensionais via matriz de flexibilidade baseada em um modelo de dano contínuo”, Tese de doutorado, IPRJ-UERJ, Nova Friburgo.

Surjanovic, S.; Bingham, D. (2005), “Virtual Library of Simulation Experiments: Test Functions and Datasets.” Acesso em janeiro 2017, www.sfu.ca/~ssurjano/optimization.html.

Souza, J. (2010), “Análise global da estabilidade termodinâmica de misturas: um estudo com o método do conjunto gerador”, Tese de doutorado, IPRJ-UERJ, Nova Friburgo.

Storn,R., Price, K. (1995), “Differential Evolution: a simple and efficient adaptive sheme for global optimization over continuos spaces”, Journal of Global Optimization, Vol.11 pp. 341-359, Berkeley.

Storn,R., Price, K. (1997), “Differential Evolution- A simple and efficient heuristic for global optimization over continuos spaces”, International Science Institute, Technical Report TR – 95-012.

USE OF THE STOCHASTIC OPTIMIZATION METHOD DIFFERENTIAL EVOLUTION IN THE MINIMIZATION OF NON-LINEAR FUNCTIONS

Abstract. *The main objective of this work is to show an application of the stochastic optimization method Differential Evolution (DE) in minimizing nonlinear functions. The method is considered simple and efficient, taking 3 steps to obtain the best: Mutation, Crossing and Selection. We discuss a hybridization between the stochastic method under study with a direct search method, with the purpose of inserting the search method at the end of the DE Selection stage so that a more refined search can be performed to obtain the best performance function. The proposed hybrid method is: Differential / Coordinate Search (DE / BC). The methods are tests in the minimization of nonlinear functions, but do not present a number of iterations for the accomplishment of the global masters of functions and in relation to the temporal efficiency. Thus, an analysis of the results that identify the effectiveness of a comparison between DE and hybridization (DE / BC) is presented.*

Keywords: *Coordinate Search, Differential Evolution, Hybridization, Global Minimizers.*