



08 a 11 de Outubro de 2018
Instituto Federal Fluminense
Búzios - RJ

MODELAGEM COMPUTACIONAL PARA ESTIMATIVA DE DISTRIBUIÇÃO DE FONTES INTERNAS UNIFORMES DE NÊUTRONS QUE GUIAM UM SISTEMA SUBCRÍTICO A UMA GERAÇÃO PRESCRITA DE POTÊNCIA

Leonardo R. C. Moraes¹ - lrcmoraes@iprj.uerj.br

Hermes A. Filho¹ - halves@iprj.uerj.br

Ricardo C. Barros¹ - rcbarros@pq.cnpq.br

¹Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Instituto Politécnico - Nova Friburgo, RJ, Brazil

Resumo Neste trabalho apresentamos uma metodologia para determinar a distribuição de fontes internas uniformes de nêutrons que deve ser inserida em regiões combustíveis de um sistema subcrítico para estabilizá-lo e guiá-lo a uma prescrita distribuição de potência. Este trabalho teve motivação nos ADS (Accelerator Driven Systems), que são reatores subcríticos guiados por uma fonte externa de nêutrons. O interesse neste tipo de reator se deve entre outros fatos, pela maior utilização do mineral tório na composição dos combustíveis utilizados, visto que, este mineral encontra-se em importante quantidade no solo brasileiro. Para o cumprimento deste objetivo, utilizamos como modelo matemático a equação estacionária e bidimensional cartesiana do transporte de nêutrons em meios multiplicativos e a equação que é adjunta a esta equação de transporte, ambas nas formulações multigrupo de energia e das ordenadas discretas (S_N). O método de malha grossa matriz resposta (MR) é aplicado para resolver numericamente os problemas S_N físicos e adjuntos de transporte, aproximando os termos de fuga transversal por constantes. Em sequência, resultados numéricos são apresentados para ilustrar a acurácia da técnica proposta.

Palavras-chave Ordenadas Discretas, Matriz Resposta, Problema adjunto, Sistemas Subcríticos.

1. INTRODUÇÃO

O reator ADS (*Accelerator Driven Systems*) é um novo conceito de reator nuclear que produz energia elétrica enquanto seu núcleo permanece subcrítico. Esta subcriticalidade do núcleo, que levaria o reator ao desligamento, é compensada pelo acoplamento de uma fonte externa de nêutrons ao reator, que dirige o seu núcleo em um determinado nível de potência. Esta diferença de concepção em relação aos atuais reatores comerciais (núcleo crítico), faz com que os reatores ADS apresentem-se como uma boa alternativa em futuras utilizações comerciais. Aumento da segurança, transmutação dos rejeitos nucleares e produção de energia baseada em tório são alguns dos avanços gerados por este tipo de reator nuclear.

O objetivo deste trabalho acadêmico é no contexto destes reatores, determinar as intensidades das fontes internas e estacionárias de nêutrons que devem ser inseridas nas regiões combustíveis de um sistema subcrítico para estabilizá-lo e com isso gerar uma distribuição prescrita de potência. Para tanto, um programa computacional foi desenvolvido na linguagem Java visando alcançar este objetivo.

Os modelos matemáticos utilizados neste trabalho foram a equação estacionária e bidimensional cartesiana do transporte de nêutrons em meios multiplicativos para os problemas físicos de transporte e a equação que é adjunta a esta equação de transporte para os problemas adjuntos. Para resolver estas equações necessitamos de condições de contorno apropriadas. As condições de contorno utilizadas neste trabalho foram: reflexiva ou vácuo nos problemas físicos e reflexiva ou fluxo adjunto emergente nulo nos problemas adjuntos. A formulação multigrupo de energia (Cacuci, 2010), que consiste na discretização do espectro de energia dos nêutrons em G grupos de contíguos, e a formulação das ordenadas discretas (S_N) em conjunto com a quadratura de simetria de nível (LQ_N) (?) foram aplicadas nos problemas físicos e adjuntos de transporte. Para resolver numericamente os problemas S_N físicos e adjuntos, utilizamos o método numérico de malha grossa matriz resposta (MR).

A seguir apresentamos um resumo do conteúdo deste trabalho. Na seção 2, começando com a sub-seção 2.1, apresentamos as equações que modelam matematicamente os problemas físicos e adjuntos de transporte e descrevemos na sub-seção 2.2 uma metodologia que estima, a partir de uma distribuição prescrita de potência, as fontes internas estacionárias e uniformes de nêutrons que devem ser inseridas nas regiões combustíveis de um sistema subcrítico para guiá-lo a esta distribuição de potência. O método matriz resposta é descrito na sub-seção 2.3. Na seção 3 realizamos alguns ensaios numéricos para verificar a acurácia da metodologia descrita e na seção 4 uma breve discussão sobre o trabalho com sugestões para trabalhos futuros é apresentada.

2. METODOLOGIA

2.1 Os problemas físicos e adjuntos de transporte

As equações que modelam matematicamente os problemas físicos e adjuntos de transporte aparecem respectivamente como

$$\Omega \cdot \nabla \Psi(\mathbf{r}, \Omega, E) + \sigma_t(\mathbf{r}, E) \Psi(\mathbf{r}, \Omega, E) - \frac{\chi(E)}{4\pi} \int_0^\infty \int_{4\pi} \nu \sigma_f(E') \Psi(\mathbf{r}, \Omega', E') d\Omega' dE' \quad (1)$$

$$- \int_0^\infty \int_{4\pi} \sigma_s(\Omega' \cdot \Omega, E' \rightarrow E) \Psi(\mathbf{r}, \Omega', E') d\Omega' dE' = \frac{1}{4\pi} Q(\mathbf{r}, E),$$

$$-\Omega \cdot \nabla \Psi^\dagger(\mathbf{r}, \Omega, E) + \sigma_t(\mathbf{r}, E) \Psi^\dagger(\mathbf{r}, \Omega, E) - \frac{\nu \sigma_f(E)}{4\pi} \int_0^\infty \int_{4\pi} \chi(E') \Psi^\dagger(\mathbf{r}, \Omega', E') d\Omega' dE' \quad (2)$$

$$- \int_0^\infty \int_{4\pi} \sigma_s(\Omega \cdot \Omega', E \rightarrow E') \Psi^\dagger(\mathbf{r}, \Omega', E') d\Omega' dE' = Q^\dagger(\mathbf{r}, E),$$

onde $\mathbf{r} = (x, y)$, $\Omega = (\Omega_x, \Omega_y)$, $\Omega_x = \mu = \cos(\phi) \sqrt{1 - \xi^2}$, $\Omega_y = \eta = \sin(\phi) \sqrt{1 - \xi^2}$ e $\xi = \cos(\theta)$. Aqui θ é o ângulo polar, medido em relação ao eixo z e ϕ é o ângulo azimutal,

que é medido em relação ao eixo x . O significado de cada termo das Eqs. (1) e (2) pode ser encontrado na referência (Lewis, 1993).

Para resolver as Eqs. (1) e (2) necessitamos de condições de contornos apropriadas a cada tipo de problema. As condições de contorno utilizadas em problemas físicos de transporte aplicados a cálculos globais de reatores nucleares são convencionalmente de dois tipos: vácuo ou reflexiva. No caso da condição de contorno tipo vácuo, não há a possibilidade de nenhuma partícula entrar pelos contornos estruturais do sistema, isto é, o fluxo angular de nêutrons em todas as direções que incidem nos contornos do sistema é igual a zero. No caso da condição de contorno reflexiva, os valores dos fluxos angulares de nêutrons que incidem no sistema são iguais aos valores dos fluxos angulares de nêutrons que emergem do sistema, i.e., os fluxos angulares de nêutrons que emergem do sistema no ponto de simetria são refletidos de volta ao sistema, gerando assim os fluxos angulares incidentes. Este tipo de condição de contorno é aplicado em casos onde há simetria física e geométrica do sistema, possibilitando a redução de esforço computacional. No caso do problema adjunto as condições de contorno tradicionalmente utilizadas são a de fluxo angular adjunto nulo nas direções emergentes do contorno e a reflexiva. No caso da condição de contorno tipo fluxo adjunto emergente nulo, a importância dos nêutrons que emergem dos contornos do sistema é nula, pois como não há possibilidade de esses nêutrons retornarem ao sistema, eles não irão contribuir com a quantidade integral de medida. Isto significa dizer que o fluxo angular adjunto nas direções emergentes dos contornos do sistema é igual a zero. A condição de contorno reflexiva nos problemas adjuntos de transporte é similar à do problema físico.

2.2 Aplicação da técnica adjunta

Neste ponto reescrevemos as Eqs. (1) e (2) nas suas respectivas formas compactas

$$H\Psi = Q, \quad (3)$$

$$H^\dagger\Psi^\dagger = Q^\dagger, \quad (4)$$

onde H e H^\dagger são operadores lineares que aplicados respectivamente nos vetores Ψ e Ψ^\dagger geram as Eqs. (1) e (2). Omitimos as variáveis independentes (r, Ω, E) no fluxo angular de nêutrons e no fluxo angular adjunto e as variáveis independentes (r, E) na fonte interna isotrópica de nêutrons e fonte adjunta, apenas por questão de simplificação de notação. Devido à característica linear dos operadores H e H^\dagger e das condições de contorno aplicadas em ambos os problemas, utilizamos a relação de reciprocidade para conectar os dois problemas

$$\langle \Psi^\dagger, H\Psi \rangle = \langle \Psi, H^\dagger\Psi^\dagger \rangle, \quad (5)$$

onde $\langle *, * \rangle$ é o produto interno entre funções e significa a integração em todo o domínio das variáveis independentes. Em sequência, multiplicando a Eq. (3) por Ψ^\dagger , a Eq. (4) por Ψ , aplicamos o produto interno em ambas as equações resultantes e considerando a Eq. (5) obtemos

$$\langle \Psi, Q^\dagger \rangle = \langle \Psi^\dagger, Q \rangle. \quad (6)$$

Neste ponto, necessitamos descrever a fonte adjunta Q^\dagger . A fonte adjunta é uma quantidade arbitrária que não possui uma relação física com a fonte de nêutrons Q . Ela desempenha um

importante papel na metodologia proposta, pois é através de uma escolha adequada de Q^\dagger que a quantidade integral $\langle \Psi, Q^\dagger \rangle$ se transforma em uma quantidade de interesse. Fazendo

$$Q^\dagger(x, y, E) = \varepsilon \sigma_f(x, y, E) \delta_{i,j}(x, y) \delta_g(E), \quad (7)$$

onde ε representa a energia média liberada em uma reação de fissão, i.e., $\varepsilon = 200 \text{ MeV}$,

$$\delta_{i,j}(x, y) = \begin{cases} 1, & (x, y) \in R_{i,j} \\ 0, & (x, y) \notin R_{i,j} \end{cases}, \text{ com } R_{i,j} \text{ representando uma dada região combustível do domínio e } \delta_g(E) = \begin{cases} 1, & E \in \text{grupo de energia } g \\ 0, & E \notin \text{grupo de energia } g \end{cases}, \text{ temos}$$

$$\langle \Psi, \varepsilon \sigma_f(x, y, E) \delta_{i,j}(x, y) \delta_g(E) \rangle = \langle \Psi^{\dagger i,j,g}, Q \rangle. \quad (8)$$

O índice usado no fluxo angular adjunto remete à escolha da fonte adjunta; portanto, $\Psi^{\dagger i,j,g}$ é o fluxo angular adjunto obtido através da Eq.(4) com fonte adjunta dada pela Eq. (7). Na sequência, analisaremos os termos que constituem a Eq. (8). No termo à esquerda temos

$$\langle \Psi, \varepsilon \sigma_f(x, y, E) \delta_{i,j}(x, y) \delta_g(E) \rangle = \int_0^{L_x} \int_0^{L_y} \int_0^\infty \int_{4\pi} \varepsilon \sigma_f(x, y, E) \delta_{i,j}(x, y) \delta_g(E) \Psi(x, y, \Omega, E) d\Omega dE dy dx = P_{i,j,g}, \quad (9)$$

onde L_x e L_y são os comprimentos nos eixos x e y do domínio, e $P_{i,j,g}$ é a potência gerada na região $R_{i,j}$ pelos nêutrons do grupo de energia g . No termo à direita temos

$$\langle \Psi^{\dagger i,j,g}, Q \rangle = \int_0^{L_x} \int_0^{L_y} \int_0^\infty \int_{4\pi} \Psi^{\dagger i,j,g}(x, y, \Omega, E) Q(x, y, E) d\Omega dE dy dx. \quad (10)$$

Igualando as Eqs. (9) e (10) obtemos

$$P_{i,j,g} = \int_0^{L_x} \int_0^{L_y} \int_0^\infty \int_{4\pi} \Psi^{\dagger i,j,g}(x, y, \Omega, E) Q(x, y, E) d\Omega dE dy dx. \quad (11)$$

Tendo como objetivo a simulação computacional destes problemas, realizamos discretizações nas variáveis independentes dos problemas físicos e adjuntos de transporte. Empregamos na variável angular Ω a formulação das ordenadas discretas S_N com a quadratura de simetria de nível LQ_N e na variável energia E aplicamos a formulação multigrupo de energia. Deste modo, em uma região homogeneizada $R_{i,j}$, $i = 1 : I$, $j = 1 : J$, do domínio apresentado na Fig. 1, as Eqs. (1) e (2) na formulação S_N e multigrupo de energia aparecem respectivamente como

$$\begin{aligned} \mu_m \frac{\partial}{\partial x} \Psi_{m,g}(x, y) + \eta_m \frac{\partial}{\partial y} \Psi_{m,g}(x, y) + \sigma_{t_g} \Psi_{m,g}(x, y) = \\ \frac{1}{4\pi} \sum_{g'=1}^G \left(\sigma_{s_{g' \rightarrow g}} + \chi_{g'} \nu \sigma_{f_{g'}} \right) \sum_{n=1}^M \Psi_{n,g'}(x, y) \omega_n + \frac{Q_g(x, y)}{4\pi}, \end{aligned} \quad (12)$$

$$m = 1 : M, g = 1 : G, x_{j-1/2} < x < x_{j+1/2}, y_{i-1/2} < y < y_{i+1/2},$$

$$\begin{aligned} -\mu_m \frac{\partial}{\partial x} \Psi_{m,g}^\dagger(x, y) - \eta_m \frac{\partial}{\partial y} \Psi_{m,g}^\dagger(x, y) + \sigma_{t_g} \Psi_{m,g}^\dagger(x, y) = \\ \frac{1}{4\pi} \sum_{g'=1}^G \left(\sigma_{s_{g \rightarrow g'}} + \chi_{g'} \nu \sigma_{f_{g'}} \right) \sum_{n=1}^M \Psi_{n,g'}^\dagger(x, y) \omega_n + Q_g^\dagger(x, y), \end{aligned} \quad (13)$$

$$m = 1 : M, g = 1 : G, x_{j-1/2} < x < x_{j+1/2}, y_{i-1/2} < y < y_{i+1/2},$$

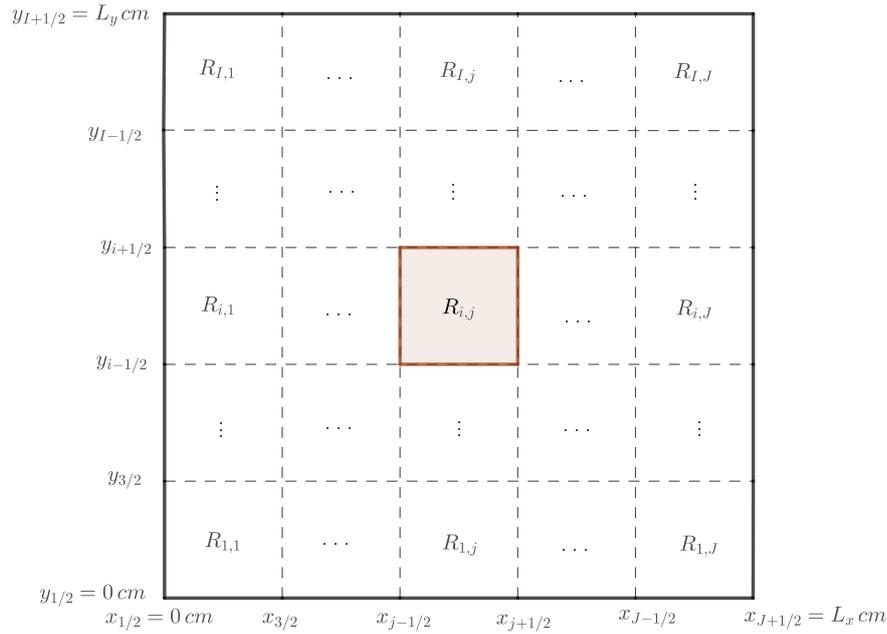


Figura 1- Domínio espacial.

onde M é a ordem da quadratura escolhida, G é o número de grupos de energia, μ_m, η_m são as direções discretas de migração dos nêutrons e ω_n são os pesos da quadratura. Neste trabalho consideramos os parâmetros materiais, fontes internas de nêutrons e fontes adjuntas constantes no interior das regiões que compõem o domínio espacial. Com as aproximações consideradas, a Eq. (11) aparece como

$$P_{i,j,g} = \sum_{t=1}^J \sum_{l=1}^I \sum_{g'=1}^G \int_{x_{t-1/2}}^{x_{t+1/2}} \int_{y_{l-1/2}}^{y_{l+1/2}} Q_{l,t,g'} \sum_{n=1}^M \Psi_{n,g'}^{\dagger i,j,g}(x,y) dy dx. \quad (14)$$

Multiplicando a Eq. (14) por $\frac{h_t h_l}{h_t h_l}$ onde $h_t = x_{t+1/2} - x_{t-1/2}$ e $h_l = y_{l+1/2} - y_{l-1/2}$ são as espessuras no eixo x e y da região $R_{l,t}$ e aplicando o conceito de valor médio de uma função real temos

$$P_{i,j,g} = \sum_{t=1}^J \sum_{l=1}^I \sum_{g'=1}^G Q_{l,t,g'} \bar{\Phi}_{l,t,g'}^{\dagger i,j,g} h_t h_l, \quad (15)$$

onde $\bar{\Phi}_{l,t,g'}^{\dagger i,j,g}$ é definido como fluxo escalar médio adjunto na região $R_{l,t}$ no grupo g' de energia gerado pela fonte adjunta na região $R_{i,j}$ no grupo g de energia

$$\bar{\Phi}_{l,t,g'}^{\dagger i,j,g} = \frac{1}{h_t h_l} \int_{x_{t-1/2}}^{x_{t+1/2}} \int_{y_{l-1/2}}^{y_{l+1/2}} \sum_{n=1}^M \Psi_{n,g'}^{\dagger i,j,g}(x,y) dy dx. \quad (16)$$

Em sequência devemos repetir o procedimento realizado na Eq. (15) variando $i = 1 : I$, $j = 1 : J$ e $g = 1 : G$. Isto significa resolver $I \times J \times G$ problemas adjuntos, variando a fonte

adjunta apropriadamente. Feito isto, obtemos o seguinte sistema matricial

$$\mathbf{P} = \mathbf{L}^\dagger \mathbf{Q}, \quad (17)$$

onde \mathbf{P} é uma matriz-coluna de ordem $I \times J \times G$ composta pelas potências prescritas; \mathbf{Q} é uma matriz-coluna de ordem $I \times J \times G$ composta pelas fontes interiores de nêutrons; e \mathbf{L}^\dagger é uma matriz quadrada de ordem $I \times J \times G$ composta por

$$\mathbf{L}^\dagger = \begin{bmatrix} \overline{\Phi}_{1,1,1}^{\dagger 1,1,1} & \overline{\Phi}_{1,2,1}^{\dagger 1,1,1} & \cdots & \overline{\Phi}_{I,J,G}^{\dagger 1,1,1} \\ \overline{\Phi}_{1,1,1}^{\dagger 1,2,1} & \overline{\Phi}_{1,2,1}^{\dagger 1,2,1} & \cdots & \overline{\Phi}_{I,J,G}^{\dagger 1,2,1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \overline{\Phi}_{1,1,1}^{\dagger I,J,G} & \overline{\Phi}_{1,2,1}^{\dagger I,J,G} & \cdots & \overline{\Phi}_{I,J,G}^{\dagger I,J,G} \end{bmatrix}. \quad (18)$$

Finalmente obtemos as fontes de nêutrons que devem ser inseridas em cada região combustível de um sistema subcrítico para estabilizá-lo e, com isso, gerar uma distribuição prescrita de potência através da relação

$$\mathbf{Q} = \mathbf{L}^{\dagger -1} \mathbf{P}. \quad (19)$$

2.3 O método matriz resposta

O método matriz resposta (MR) (Silva et al., 2013) foi o método numérico que utilizamos para resolver numericamente os problemas S_N físicos e adjuntos de transporte. Este método é construído por três etapas. A primeira etapa consiste em integrar transversalmente os nodos de discretização espacial e aproximar os termos de fuga transversal por constantes. A segunda etapa consiste na construção em cada nodo espacial do domínio de um conjunto de soluções elementares para ambos os problemas. Na terceira etapa o método utiliza o fluxo angular de nêutrons incidente no problema físico e o fluxo angular adjunto emergente no problema adjunto nas interfaces da célula espacial para estimar seus respectivos coeficientes de expansão. Na sequência, são determinadas matrizes de varredura que serão utilizadas com o esquema iterativo *one node-block-inversion* (NBI) para o problema físico de transporte e com o esquema iterativo NBI adjunto para o problema adjunto de transporte. Os esquemas NBI e NBI adjunto convergem valores numéricos para o fluxo angular físico e adjunto nas interfaces da célula espacial.

3. RESULTADOS NUMÉRICOS

Nesta seção apresentamos dois ensaios numéricos relacionados a um problema-modelo. O problema é formado por 16 regiões constituídas de 3 zonas materiais distintas, sendo 4 regiões multiplicativas e 12 não-multiplicativas. O conjunto da quadratura angular escolhida foi LQ_4 e dividimos o espectro de energia dos nêutrons em $G = 2$. O problema-modelo encontra-se ilustrado na Fig. 2, onde “C.C.R” significa a adoção da condição de contorno do tipo reflexiva para os problemas físicos e adjuntos e “C.C.V” significa a adoção da condição de contorno do tipo vácuo para problemas físicos e fluxo adjunto emergente nulo para problemas adjuntos. Os parâmetros materiais do problema podem ser encontrados na Tabela 1 e o fator de multiplicação efetivo (Pereira, 2002) deste problema é $keff = 0,948588$, que o insere no contexto dos reatores ADS. Assumimos que a potência total gerada por este problema é de 250 MW, que devido às condições de contorno impostas, representa um sistema simétrico quatro vezes maior, e que gera ao total uma potência de 1000 MW.

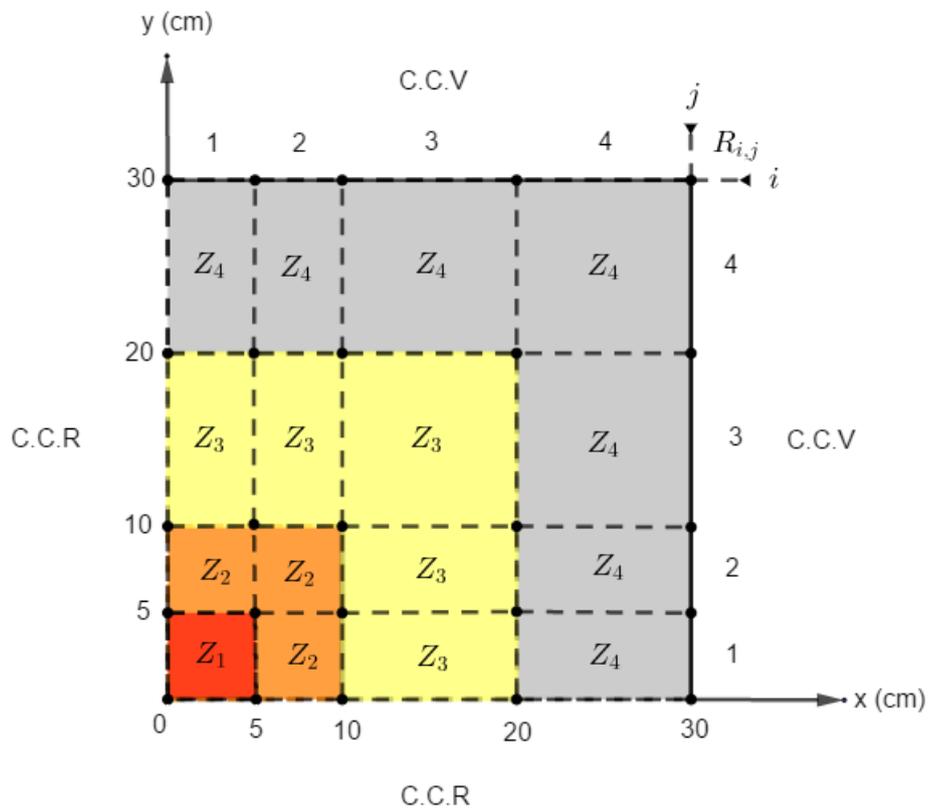


Figura 2- Problema-modelo.

Tabela 1- Parâmetros materiais do problema-modelo.

Parâmetros materiais	$\sigma_{t_g} (cm^{-1})$	$\sigma_{f_g} (cm^{-1})$	$\sigma_{s_g \rightarrow g'} (cm^{-1})$		χ_g	
			$g' = 1$	$g' = 2$		
Z_1	$g = 1$	1,150	0,740	0,400	0,020	1,000
	$g = 2$	0,900	0,040	0,001	0,100	0,000
Z_2	$g = 1$	1,200	0,680	0,400	0,020	1,000
	$g = 2$	0,900	0,040	0,001	0,100	0,000
Z_3	$g = 1$	1,100	0,000	0,600	0,000	1,000
	$g = 2$	0,850	0,000	0,050	0,300	0,000
Z_4	$g = 1$	0,980	0,000	0,100	0,040	1,000
	$g = 2$	0,820	0,000	0,001	0,100	0,000

No primeiro ensaio numérico definimos uma distribuição de potência informando os valores das potências geradas em cada região multiplicativa e grupo de energia do sistema. Com isto, o aplicativo computacional gera as fontes internas que devem ser inseridas nestas regiões e grupos de energia para gerar a distribuição prescrita de potência. A Tabela 2 ilustra a distribuição prescrita de potência, bem como as intensidades das fontes internas geradas.

Tabela 2- Problema adjunto, ensaio numérico nº1.

Região	Grupo de energia	Potência prescrita (MW)	Fonte interna gerada ($nêutrons/cm^3s$)
$R_{1,1}$	$g = 1$	140	$5,180044 \times 10^{14}$
$R_{1,1}$	$g = 2$	5	$1,197095 \times 10^{17}$
$R_{1,2}$	$g = 1$	20	$1,687877 \times 10^{15}$
$R_{1,2}$	$g = 2$	5	$1,312026 \times 10^{17}$
$R_{2,1}$	$g = 1$	20	$1,687877 \times 10^{15}$
$R_{2,1}$	$g = 2$	5	$1,312026 \times 10^{17}$
$R_{2,2}$	$g = 1$	50	$2,481488 \times 10^{15}$
$R_{2,2}$	$g = 2$	5	$1,403667 \times 10^{17}$

Para confirmar se esta distribuição de fontes internas de nêutrons guiam o sistema subcrítico para a distribuição prescrita de potência, realizamos a modelagem deste problema físico com a distribuição de fontes encontrada. Os valores das potências geradas na modelagem do problema físico podem ser vistos na Tabela 3.

Tabela 3- Problema físico, ensaio numérico nº1.

Região	Grupo de energia	Fonte interna inserida ($nêutrons/cm^3s$)	Potência gerada (MW)
$R_{1,1}$	$g = 1$	$5,180044 \times 10^{14}$	140
$R_{1,1}$	$g = 2$	$1,197095 \times 10^{17}$	5
$R_{1,2}$	$g = 1$	$1,687877 \times 10^{15}$	20
$R_{1,2}$	$g = 2$	$1,312026 \times 10^{17}$	5
$R_{2,1}$	$g = 1$	$1,687877 \times 10^{15}$	20
$R_{2,1}$	$g = 2$	$1,312026 \times 10^{17}$	5
$R_{2,2}$	$g = 1$	$2,481488 \times 10^{15}$	50
$R_{2,2}$	$g = 2$	$1,403667 \times 10^{17}$	5

No segundo ensaio numérico, definimos a seguinte distribuição de potência: $P_{1,1,1} + P_{1,1,2} + P_{1,2,1} + P_{1,2,2} + P_{2,1,1} + P_{2,1,2} + P_{2,2,1} + P_{2,2,2} = P_{total} = 250 MW$. Nesta distribuição de potência, não fazemos distinção sobre os valores de potência gerados por região e grupo de energia, mas sim, que a soma das suas contribuições seja igual a $250 MW$. Como neste problema só possuímos uma informação acerca do comportamento das potências geradas, necessitamos informar uma região e grupo de energia os quais estimaremos uma única fonte de nêutrons que gerará esta distribuição de potência. Escolhemos estimar a fonte interna na região $R_{1,1}$ e no grupo de energia $g = 1$. Com esta distribuição de potência a distribuição de fontes gerada é: $Q_{1,1,1} = 1,499934 \times 10^{17} nêutrons/cm^3s$ e $Q_{i,j,g} = 0 nêutrons/cm^3s$ para $(i, j, g) \neq (1, 1, 1)$. Similarmente ao realizado no ensaio numérico anterior, modelamos um problema físico de transporte com a distribuição de fontes geradas para confirmar se esta distribuição de fontes gera a distribuição de potência prescrita. Os valores das potências geradas na modelagem do problema físico podem ser vistas na Tabela 4.

Tabela 4- Problema físico, ensaio numérico nº2.

Região	Grupo de energia	Fonte interna inserida ($n\acute{e}utrons/cm^3s$)	Potência gerada (MW)
$R_{1,1}$	$g = 1$	$1,499934 \times 10^{17}$	197,909821
$R_{1,1}$	$g = 2$	$0,000000 \times 10^0$	0,256035
$R_{1,2}$	$g = 1$	$0,000000 \times 10^0$	23,001980
$R_{1,2}$	$g = 2$	$0,000000 \times 10^0$	0,038182
$R_{2,1}$	$g = 1$	$0,000000 \times 10^0$	23,001980
$R_{2,1}$	$g = 2$	$0,000000 \times 10^0$	0,038182
$R_{2,2}$	$g = 1$	$0,000000 \times 10^0$	5,742563
$R_{2,2}$	$g = 2$	$0,000000 \times 10^0$	0,010031

Se somarmos as potências apresentadas na Tabela 4, temos $P_{total} = 250 MW$.

4. CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

O presente trabalho visa a contribuir no estudo dos reatores ADS, que têm como premissa gerar significativos avanços nas questões da segurança dos reatores nucleares (sistema subcrítico) e na reciclagem de rejeitos radioativos. Estes dois fatores são alguns dos maiores entraves na utilização em maior escala da energia nuclear. O objetivo aqui é apresentar uma metodologia para estimar a distribuição única de fontes internas de nêutrons que deve ser inserida em regiões combustíveis de um sistema subcrítico para guiá-lo a uma distribuição prescrita de potência. Para isto, descrevemos na seção 2, uma metodologia que é baseada na resolução de problemas adjuntos de transporte, e que permite estimar a partir de uma distribuição prescrita de potência a decorrente distribuição de fontes internas de nêutrons que guia este sistema subcrítico para a requerida distribuição de potência. Nesta mesma seção, apresentamos os modelos matemáticos utilizados para a modelagem dos problemas físicos e adjuntos de transporte. Devido à complexidade de obtenção de soluções analíticas das equações que modelam os problemas físicos e adjuntos de transporte, discretizamos a variável angular Ω através da formulação S_N com a quadratura angular LQ_N para aproximar os termos integrais de fonte existentes em ambas as equações. Neste mesmo sentido, discretizamos a variável energia E através da formulação clássica multigrupo de energia que discretiza o espectro de energia em G grupos contíguos. Para resolver numericamente estas equações discretizadas utilizamos o método de malha grossa matriz resposta. Na seção 3 apresentamos dois ensaios numéricos em relação a um problema-modelo para verificar a acurácia da metodologia proposta.

No primeiro ensaio numérico escolhemos uma distribuição prescrita de potência que faz com que seja necessário, para guiar o sistema subcrítico nesta configuração, a inserção de fontes internas em todas as regiões combustíveis e grupos de energia do problema. No segundo ensaio numérico informamos uma distribuição prescrita de potência onde é necessário escolher uma determinada região combustível e grupo de energia para se estimar a fonte interna que sozinha guiará o sistema subcrítico a esta distribuição de potência. No primeiro ensaio numérico visamos a verificar a acurácia da metodologia proposta, enquanto que no segundo ensaio numérico visamos a reproduzir um problema que segue a ideia do reator ADS, onde uma fonte acoplada ao reator bombardeia apenas uma porção do núcleo gerando o excedente de nêutrons necessário para estabilizar o reator. Entendemos a partir dos resultados obtidos que a

metodologia proposta apresenta-se como uma interessante ferramenta para cálculos deste tipo.

Para trabalhos futuros, sugerimos a extensão do modelo adotado para geometria tridimensional cartesiana. Também seria interessante trabalhar com células de discretização espacial hexagonais, visto que, alguns reatores ADS em desenvolvimento possuem o seu núcleo composto de regiões heterogêneas com geometria hexagonal.

Acknowledgements

Os autores expressam seu reconhecimento ao Laboratório Multi-escala e Transporte de Partículas (LABTRAN) do IPRJ/UERJ e pelo apoio financeiro dado pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado do Rio de Janeiro (FAPERJ) e ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq).

Referências

- S. A. Pereira (2002), “Um conceito alternativo de um reator híbrido (conjunto sub-crítico acoplado com acelerador)”, Tese de doutorado, IPEN, São Paulo, SP.
- E. E. Lewis e W. F. Miller (1993), “*Computational methods of neutron transport*”, American Nuclear Soc, Illinois.
- D. M. Silva, E. J. Lydia, M. R. Guida, J. H. Zani e H. A. Filho (2013), “*Analytical methods for computational modeling of fixed- source slab-geometry discrete ordinates transport problems: response matrix and hybrid S_N* ”, Progress in Nuclear Energy, vol. 69, pp. 77-84, 2013.
- D. G. Cacuci (2010), “*Handbook of nuclear engineering*”, Springer, New York.
- J. Lewins. (1965), “*Importance the adjoint function*”, Pergamont Press, Oxford.
- K. M. Case e P. F. Zweifel (1967), “*Linear transport theory*”, Addison-Wesley Publishing, Massachusetts.
- R. L. Murray (2009), “*Nuclear energy*”, Elsevier, New York.
- R. C. Barros (1990), “*A spectral nodal method for the solution of discrete ordinates problems in one and two dimensional cartesian geometry*”. PhD thesis, The University of Michigan, Ann Arbor, Michigan.

COMPUTATIONAL MODELING FOR THE ESTIMATION OF INTERIOR UNIFORM NEUTRON SOURCE DISTRIBUTION FOR DRIVING SUBCRITICAL SYSTEMS TO A PRESCRIBED POWER GENERATION

Abstract. *In this work we present a methodology to determine the distribution of uniform interior sources of neutrons that must be inserted in fuel regions of a subcritical system to stabilize it and drive it to a prescribed power generation. This work was motivated by the ADS (Accelerator Driven Systems), which are subcritical reactors driven by an external source of neutrons. Interest in this type of reactor is due, among other reasons, to the major use of thorium in the composition of the fuel materials, since this mineral is in an important amount in Brazilian soil. To achieve this goal, we use the time-independent neutron transport equation in two-dimensional Cartesian geometry as a mathematical model in multiplying media and the equation which is adjoint to it, both in energy multigroup and discrete ordinates (S_N) formulations. The coarse-mesh response matrix (MR) method is applied to numerically solve the forward and the adjoint S_n problems, approximating the transverse leakage terms by constants in the transverse-integrated S_n nodal equations. Numerical results are presented to illustrate the accuracy of the proposed technique.*

Keywords: *Discrete Ordinates, Response Matrix, Adjoint Problems, Subcritical Systems.*