



08 a 11 de Outubro de 2018
Instituto Federal Fluminense
Búzios - RJ

APLICAÇÃO DA TÉCNICA DA TRANSFORMADA INTEGRAL GENERALIZADA NA ANÁLISE DIRETA E INVERSA DO PROBLEMA CONJUGADO DE TRANSFERÊNCIA DE CALOR POR CONVECÇÃO FORÇADA EM PLACAS PARALELAS VIA INFERÊNCIA BAYESIANA

Géssica Ramos da Silva¹ - grsilva@iprj.uerj.br

Diego Campos Knupp¹ - diegoknupp@iprj.uerj.br

Carolina Palma Naveira-Cotta² - carolina@mecanica.coppe.ufrj.br

Renato Machado Cotta² - cotta@mecanica.coppe.ufrj.br

Antônio J. Silva Neto¹ - ajsneto@iprj.uerj.br

¹Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Instituto Politécnico - Nova Friburgo, RJ, Brasil

²Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil

Resumo. Neste trabalho, a análise direta e inversa da convecção forçada de um fluxo de gás incompressível dentro de placas paralelas, na faixa do regime de fluxo de deslizamento, levando em consideração os efeitos de conjugação na parede e a condução axial é feita. A Técnica da Transformada Integral Generalizada, combinada com a estratégia de reformulação de domínio único, é empregada na solução do problema direto. A inferência Bayesiana é utilizada na formulação do problema inverso, cujo principal objetivo é estimar os coeficientes do salto de temperatura e da velocidade de deslizamento e o número de Biot, utilizando, para isso, medidas externas de temperatura. Alguns resultados preliminares são apresentados, abordando diferentes configurações experimentais, nas quais é possível averiguar a influência do número de Knudsen na acurácia da estimação do parâmetro desconhecido.

Palavras-chave: Problema inverso, Transferência de Calor, Convecção forçada, número de Knudsen

1. INTRODUÇÃO

No decorrer das últimas décadas, um grande esforço tem sido dedicado na miniaturização de equipamentos termomecânicos, visando dispositivos com alta eficiência térmica (Sobhan e Peterson, 2008). Inúmeros trabalhos têm sido publicados nessa área, abordando a formulação e a solução de problemas de transferência de calor na micro-escala, levando à compreensão das discrepâncias observadas entre resultados experimentais na micro-escala e correlações e simulações na macro-escala (Tso e Mahulikar, 2000; Herwig e Hausner, 2003; Morini, 2004). Entre os diversos modelos propostos em trabalhos anteriores, a consideração de regime com deslizamento, em oposição à condição clássica de não-deslizamento (Sobhan e Peterson, 2008),

tem sido o objeto de inúmeras investigações e tem sido tratado tanto analiticamente quanto numericamente, buscando descrever de maneira adequada a transferência de calor em microcanais (Tunc e Bayazitoglu, 2001; Mikhailov e Cotta, 2005; Çetin et al., 2009; Naveira-Cotta et al., 2010). A transferência de calor conjugado por condução-convecção é também de grande relevância para corrigir as previsões teóricas da troca de calor em microssistemas, permitindo descrever com precisão os efeitos térmicos do substrato sólido que compreende as paredes dos microssistemas (Maranzana et al., 2004; Nunes et al., 2010).

Recentemente, Knupp et al. (2015) propuseram a extensão da estratégia da formulação de domínio único e de transformadas integrais na análise da transferência de calor conjugado por condução-convecção de um escoamento de gás incompressível em microcanais, segundo o regime de deslizamento (Cotta, 1993; Knupp et al., 2012; 2013). A simulação exata desses problemas é, no entanto, dependente da determinação precisa dos coeficientes de momento e de acomodação térmica, exigidos pelas condições de contorno de deslizamento e de salto de temperatura. Alguns trabalhos experimentais podem ser encontrados na literatura a respeito do coeficiente de acomodação do momento tangencial (Agrawal e Prabhu, 2008), mas poucos resultados encontram-se disponíveis a respeito da medida do coeficiente de acomodação térmica.

Neste contexto, o presente trabalho, dando continuidade ao trabalho original de Naveira-Cotta et al. (2010), tem por objetivo determinar uma configuração experimental favorável à determinação dos coeficientes do salto de temperatura, β_t , e da velocidade de deslizamento, β_v , e do número de Biot, Bi , por meio da análise inversa da convecção forçada em microcanais, segundo o regime de fluxo de deslizamento, via transformada integral e inferência Bayesiana, levando-se em consideração os efeitos de conjugação na parede e a condução axial (Knupp et al., 2015). Para isso, alguns testes foram realizados variando-se o número de Knudsen na faixa correspondente ao regime do fluxo de deslizamento ($10^{-3} \leq Kn \leq 10^{-1}$), visando analisar a sua influência na acurácia da estimação dos parâmetros desconhecidos. A inferência Bayesiana foi adotada na formulação e na solução do problema inverso, a fim de tirar proveito da informação *a priori* geralmente disponível para β_v e Bi .

2. FORMULAÇÃO E SOLUÇÃO DO PROBLEMA DIRETO

No presente trabalho, o escoamento de um gás incompressível, submetido à transferência de calor por convecção forçada, dentro de um canal de placas paralelas foi considerado. A face externa da parede do canal troca calor com o ambiente, a T_∞ , diferente da temperatura do gás na entrada, com um coeficiente de transferência de calor h_e . Considera-se que a parede do canal participa do processo de transferência de calor por meio da condução de calor axial e transversal. O fluido entra no canal com um perfil de velocidade completamente desenvolvido, $u_f(y)$, e com uma temperatura de entrada T_{in} . O número de Knudsen correspondente é tal que encontra-se dentro da região de validade do modelo de primeira ordem de escoamento com escorregamento. A representação esquemática desse problema pode ser vista na Fig. 1

Fazendo uso dos seguintes grupos adimensionais:

$$\begin{aligned} Z = \frac{z/L_e}{RePr} = \frac{z}{L_ePe}; \quad Y = \frac{y}{L_e}; \quad U = \frac{u}{u_{av}}; \quad \theta = \frac{T - T_w}{T_{in} - T_w}; \quad Bi = \frac{h_e L_e}{k_s} \\ Re = \frac{u_{av} L_e}{\nu_f}; \quad Pr = \frac{\nu_f}{\alpha_f}; \quad Pe = RePr = \frac{u_{av} L_e}{\alpha_f}; \quad Kn = \frac{\lambda}{2L_f} \end{aligned} \quad (1a-i)$$

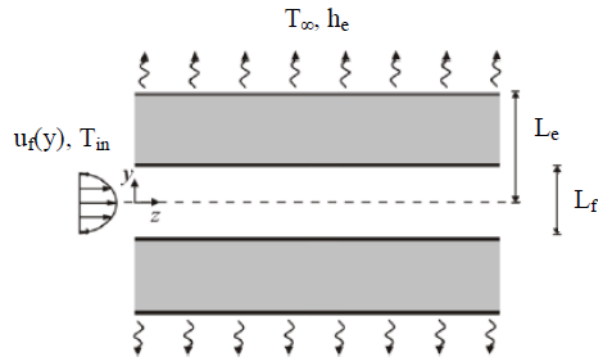


Figura 1- Representação esquemática do problema.

este problema pode ser escrito, baseando-se na formulação de domínio único (Knupp et al., 2013; 2015b), como

$$U(Y) \frac{\partial \theta^*(Y, Z)}{\partial Z} = \frac{\partial}{\partial Y} \left(K(Y) \frac{\partial \theta^*}{\partial Y} \right) + K_{ac}(Y) \frac{\partial^2 \theta}{\partial Z^2}, \quad 0 < Y < 1 + L_{fic}, \quad Z > 0 \quad (2)$$

e

$$\theta^*(Y, 0) = 1, \quad \frac{\partial \theta^*}{\partial Z} \Big|_{Z=Z_\infty} = 0, \quad 0 \leq Y \leq 1 + L_{fic} \quad (3)$$

$$\frac{\partial \theta^*}{\partial Y} \Big|_{Y=0} = 0, \quad \frac{\partial \theta^*}{\partial Y} \Big|_{Y=1+L_{fic}} + Bi \theta^*(1 + L_{fic}, Z) = 0, \quad Z > 0 \quad (4)$$

onde

$$U(Y) = \begin{cases} U_f(Y), & \text{se } 0 < Y < Y_i \\ 0, & \text{se } Y_i < Y < 1 + L_{fic} \end{cases}, \quad K(Y) = \begin{cases} 1, & \text{se } 0 < Y < Y_i \\ K_{fic}, & \text{se } Y_i < Y < Y_i + L_{fic} \\ \frac{k_s}{k_f}, & \text{se } Y_i + L_{fic} < Y < 1 + L_{fic} \end{cases} \quad (5, 6)$$

e

$$K_{ac}(Y) = \begin{cases} 1, & \text{se } 0 < Y < Y_i \\ 0, & \text{se } Y_i < Y < Y_i + L_{fic} \\ \frac{k_s}{k_f}, & \text{se } Y_i + L_{fic} < Y < 1 + L_{fic} \end{cases} \quad (7)$$

com

$$K_{fic} = \frac{2Kn\beta_t}{L_{fic}} \quad (8)$$

com L_{fic} escolhido arbitrariamente.

A camada fictícia é modelada com o objetivo de impor uma resistência térmica na direção transversal, simulando o salto de temperatura. Para que a distribuição de temperatura no interior da camada fictícia permaneça linear, como foi assumido para a derivação da Eq. (8), esta camada é feita anisotrópica, sem condução axial.

O coeficiente do salto de temperatura é dado por

$$\beta_t = \frac{(2 - \alpha_t)}{\alpha_t} \frac{2\gamma}{(\gamma + 1)} \frac{1}{Pr} \quad (9)$$

onde α_t é o coeficiente de acomodação térmica, λ é o livre caminho médio molecular e $\gamma = \frac{c_p}{c_v}$.

O perfil de velocidade adimensional é dado por (Mikhailov e Cotta, 2005)

$$U_f(Y) = \frac{6Kn\beta_v + 3(1 - Y^2)/2}{1 + 6Kn\beta_v} \quad (10)$$

onde

$$\beta_v = \frac{2 - \alpha_m}{\alpha_m} \quad (11)$$

é o coeficiente de velocidade de deslizamento na parede e α_m é o coeficiente de acomodação do momento tangencial.

Depois que o problema dado pelas Eqs. (2)–(4) é resolvido, a distribuição final de temperatura pode ser obtida omitindo-se a camada fictícia da solução:

$$\theta(Y, Z) = \begin{cases} \theta^*(Y, Z), & \text{se } 0 < Y < Y_i \\ \theta^*(Y + L_{fic}, Z), & \text{se } Y > Y_i \end{cases} \quad (12)$$

Assim, enquanto θ^* é definido para $0 \leq Y \leq 1 + L_{fic}$, θ é definido para $0 \leq Y \leq 1$, correspondendo ao domínio do problema original antes da introdução da camada fictícia.

Como foi mostrado em Knupp et al. (2013), o problema dado pelas Eqs. (2)–(4) pode ser resolvido mediante a proposição do seguinte problema não-clássico de autovalor, com as autofunções e os autovalores dados por $\psi_i(Y)$ e μ_i , respectivamente:

$$\frac{d}{dY} \left(K(Y) \frac{d\psi_i}{dY} \right) + [K_{ac}(Y)\mu_i^4 + U(Y)\mu_i^2] \psi_i = 0 \quad (13)$$

com as condições de contorno

$$\frac{d\psi_i}{dY} \Big|_{Y=0} = 0, \quad \frac{d\psi_i}{dY} \Big|_{Y=1} + Bi\psi_i(Y=1) = 0 \quad (14)$$

Assim, a solução da Eq. (12) é dada por

$$\theta^*(Y, Z) = \sum_{i=1}^{\infty} C_i e^{-\mu_i^2 Z} \psi_i(Y) \quad (15)$$

O problema dado pelas Eqs. (13)–(14) não admite uma solução analítica explícita, mas a Técnica da Transformada Integral Generalizada pode ser utilizada para obter uma solução, híbrida numérica-analítica, em que a Eq. (13) é a transformada integral baseada em um problema de autovalor auxiliar, com solução analítica explícita. Nesse caso, o problema de transformação integral leva a um problema de autovalor algébrico, que pode ser resolvido numericamente com uma ordem de truncamento finita M . Detalhes adicionais da solução do problema de autovalor podem ser encontrados em Knupp et al. (2013).

3. FORMULAÇÃO E SOLUÇÃO DO PROBLEMA INVERSO

Na estrutura Bayesiana, o problema inverso é formulado como um problema de inferência estatística e é baseado nos seguintes princípios (Kaipio e Sommersalo, 2006): (i) todas as variáveis do modelo são modeladas como variáveis aleatórias; (ii) a aleatoriedade descreve nosso grau de informação; (iii) o grau de informação é codificado em distribuições de probabilidade; e (iv) a solução do problema inverso é a distribuição de probabilidade *a posteriori*. Assim, na abordagem Bayesiana toda informação possível é incorporada ao modelo, visando reduzir o grau de incerteza presente no problema.

Considere que alguma informação *a priori* a respeito dos parâmetros $\mathbf{P} = [\beta_t, \beta_v, Bi]$ possa estar disponível. Assumindo que esta informação pode ser modelada como uma densidade de probabilidade Gaussiana, o teorema de Bayes para problemas inversos pode ser expresso por (Kaipio e Sommersalo, 2006)

$$\pi_{post}(\mathbf{P}) = \pi(\mathbf{P}|\mathbf{Y}) = \frac{\pi(\mathbf{P})\pi(\mathbf{Y}|\mathbf{P})}{\pi(\mathbf{Y})} \quad (16)$$

onde $\pi_{post}(\mathbf{P})$ é a densidade de probabilidade *a posteriori*, $\pi(\mathbf{P})$ é a informação *a priori* dos parâmetros desconhecidos, modelada como uma distribuição de probabilidade, $\pi(\mathbf{Y}|\mathbf{P})$ é a função de verossimilhança e $\pi(\mathbf{Y})$ é a densidade marginal, que atua como uma constante de normalização.

Considere que a informação *a priori* para os parâmetros pode ser modelada como uma distribuição normal. Logo, $\pi(\mathbf{P})$ pode ser expressa por

$$\pi(\mathbf{P}) = (2\pi)^{-N_p/2} |\mathbf{V}|^{1/2} \exp \left[-\frac{1}{2} (\mathbf{P} - \mu^T) \mathbf{V}^{-1} (\mathbf{P} - \mu) \right] \quad (17)$$

onde N_p é o número de parâmetros, \mathbf{V} e μ são, respectivamente, a matriz de covariância e a média para \mathbf{P} , como modelado a partir da informação *a priori*. Substituindo a Eq. (17) na Eq. (16) e usando a função de verossimilhança, obtém-se

$$\ln[\pi_{post}(\mathbf{P}|\mathbf{Y})] \propto -\frac{1}{2} [(N_p + N_d) \ln(2\pi) + \ln|\mathbf{W}^{-1}| + \ln|\mathbf{V}^{-1}| + S_{MAP}(\mathbf{P})] \quad (18)$$

onde \mathbf{W} é a matriz de covariância dos erros experimentais, que supostamente seguem uma distribuição normal, e

$$S_{MAP}(\mathbf{P}) = [\mathbf{Y} - \theta(\mathbf{P})]^T \mathbf{W}^{-1} [\mathbf{Y} - \theta(\mathbf{P})] + [\mu - \mathbf{P}]^T \mathbf{V}^{-1} [\mu - \mathbf{P}] \quad (19)$$

é a função objetivo do *maximum a posteriori* (MAP). A minimização de $S_{MAP}(\mathbf{P})$ produz as estimativas de \mathbf{P} que maximizam a distribuição *a posteriori* $\pi_{post}(\mathbf{P}|\mathbf{Y})$. Neste trabalho, a função objetivo do MAP foi minimizada com o procedimento iterativo do método de Gauss-Newton (Beck e Arnold, 1977)

$$\mathbf{P}^{n+1} = \mathbf{P}^n + [(\mathbf{J}^T)^n \mathbf{W}^{-1} \mathbf{J}^n + \mathbf{V}^{-1}]^{-1} [(\mathbf{J}^T)^n \mathbf{W}^{-1} (\mathbf{Y} - \theta(\mathbf{P}^n)) + \mathbf{V}^{-1} (\mu - \mathbf{P}^n)] \quad (20)$$

Os elementos da matriz Jacobiana \mathbf{J} são dados por

$$\mathbf{J}_{ij} = \frac{\partial \theta_i(\mathbf{P})}{\partial \mathbf{P}_j}, \quad i = 1, 2, \dots, N_d, \quad j = 1, 2, \dots, N_p \quad (21)$$

Para erros de medição distribuídos normalmente, com média zero e variância constante, o desvio padrão dos parâmetros estimados correspondentes à função objetivo do MAP pode ser aproximado pela expressão (Beck e Arnold, 1977)

$$\sigma_{\mathbf{P}_i} = \sqrt{[(\mathbf{J}^T \mathbf{W}^{-1} \mathbf{J} + \mathbf{V}^{-1})^{-1}]_{i,i}}, \quad i = 1, 2, \dots, N_p \quad (22)$$

Assumindo uma distribuição normal para os erros medidos e 95% de confiança, os limites inferior e superior, respectivamente, para as quantidades estimadas $\hat{\mathbf{P}}_i$ são determinados por

$$\hat{\mathbf{P}}_i^- = \hat{\mathbf{P}}_i - 1,96\sigma_{\mathbf{P}_i}, \quad \hat{\mathbf{P}}_i^+ = \hat{\mathbf{P}}_i + 1,96\sigma_{\mathbf{P}_i}, \quad i = 1, 2, \dots, N_p \quad (23)$$

A análise de sensibilidade desempenha um importante papel na formulação e solução de problemas inversos (Ozisk e Orlande, 2002). Os elementos da matriz de sensibilidade \mathbf{J} , definidos na Eq. (21), são chamados de coeficientes de sensibilidade. Para obter boas estimativas, dentro de intervalos de confiança razoáveis, é necessário que os coeficientes de sensibilidade sejam altos e, quando dois ou mais parâmetros são estimados simultaneamente, seus coeficientes de sensibilidade precisam ser linearmente independentes. Caso contrário, $|\mathbf{J}^T \mathbf{J}| \approx 0$ e o problema é mal condicionado. Neste trabalho, na análise de sensibilidade foram utilizados os coeficientes de sensibilidade normalizados:

$$X_{\mathbf{P}_j} = \mathbf{P}_j \frac{\partial \theta_i(\mathbf{P})}{\partial \mathbf{P}_j}, \quad i = 1, 2, \dots, N_d, \quad j = 1, 2, \dots, N_p \quad (24)$$

4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Na ausência de dados experimentais reais, foram simulados dados experimentais utilizando-se da distribuição de temperatura obtida com o modelo proposto, adicionando-se ruído de uma distribuição normal:

$$\mathbf{Y}_i = \theta_i(\mathbf{P}_{exato}) + \sigma_e r \quad (25)$$

onde r é um número aleatório de uma distribuição normal com média zero e desvio padrão unitário. Um total de 200 pontos uniformemente distribuídos ao longo do canal, de $Z = 0$ a $Z = Z_f = 2$, foram considerados. O problema aqui tratado consiste em um microcanal feito de polimetilmetacrilato (PMMA - *polymethyl methacrylate*, em inglês), com $k_s = 0,2$ W/mK, tendo ar como fluido de trabalho ($k_f = 0,0271$ W/mK). Logo, $\frac{k_s}{k_f} = 7,38$. Os seguintes valores típicos foram adotados para os parâmetros governantes do problema (Naveira-Cotta et al. 2010): $\beta_t = 2$, $\beta_v = 1,5$ e $Bi = 10$.

Inicialmente, uma análise da convergência da distribuição de temperatura para diferentes ordens de truncamento da solução do problema não-clássico de autovalor, Eqs. (13)–(14), é feita. A Tabela 1 apresenta a temperatura em duas posições transversais ao longo do canal: $Y = 0$ (centro do canal) e $Y = 0,5$ (parede), no comprimento axial de $Z = 0,05$, para ordens de truncamento variando de $M = 25$ a $M = 200$ e para diferentes números de Knudsen ($0,0025 \leq Kn \leq 0,025$), com $N = 5$ (número de termos na expansão da autofunção). Conforme pode ser observado, uma convergência de praticamente três dígitos ocorre para $M \geq 50$ em quase todas as posições analisadas.

Tabela 1- Comportamento da convergência da distribuição de temperatura ao longo do canal para diferentes ordens de truncamento e números de Knudsen

M	$Kn = 0,0025$		$Kn = 0,0095$		$Kn = 0,025$	
	$\theta(0, 0.05)$	$\theta(0.5, 0.05)$	$\theta(0, 0.05)$	$\theta(0.5, 0.05)$	$\theta(0, 0.05)$	$\theta(0.5, 0.05)$
25	0,987327	0,949899	0,992140	0,954869	0,998048	0,960620
50	0,982181	0,953204	0,986862	0,959175	0,993858	0,969074
100	0,982690	0,953719	0,986856	0,959873	0,993526	0,970606
150	0,982771	0,953978	0,986759	0,960073	0,993301	0,970948
200	0,982795	0,953980	0,986691	0,960077	0,993166	0,971091

Antes de dar início à estimação dos parâmetros desconhecidos, uma análise de sensibilidade é feita com o objetivo de mostrar a influência de tais parâmetros na solução do problema inverso. Baseando-se em possíveis configurações experimentais, três diferentes números de Knudsen são considerados: $Kn = 0,0025$, $0,0095$ e $0,025$, para o problema de condução de calor conjugado, ou seja, $Y_i = 0,5$. Essa escolha foi feita já que números de Knudsen na faixa $10^{-3} < Kn < 10^{-1}$ são frequentemente encontrados em microssistemas. Essa faixa corresponde ao regime de escoamento com escorregamento, no qual os coeficientes de velocidade de deslizamento e do salto de temperatura exercem grande influência no processo de transferência de calor (Colin, 2012).

Nas Figuras 2(a–c) são apresentados os coeficientes de sensibilidade escalados com respeito aos parâmetros β_t , β_v e Bi , respectivamente. Conforme pode ser observado, aumentando-se o número de Knudsen, tem-se um aumento na sensibilidade de β_t , principal parâmetro a ser estimado no problema inverso. Já em relação ao parâmetro β_v , vale a pena destacar a magnitude dos coeficientes de sensibilidade escalados, da ordem de 10^{-4} , ou seja, sua sensibilidade em relação a variações do número de Knudsen é praticamente nula. Por último, apesar da sensibilidade do número de Biot (Bi) ser relativamente alta, ela é pouco afetada pelo número de Knudsen (as curvas são praticamente coincidentes).

A Tabela 2(a–c) apresenta as estimativas obtidas para o caso com efeitos de conjugação ($Y_i = 0,5$), para diferentes números de Knudsen: $Kn = 0,0025$, $0,0095$ e $0,025$. Nesses casos, considerou-se um desvio padrão de $0,0025$ para modelar os erros experimentais e informações

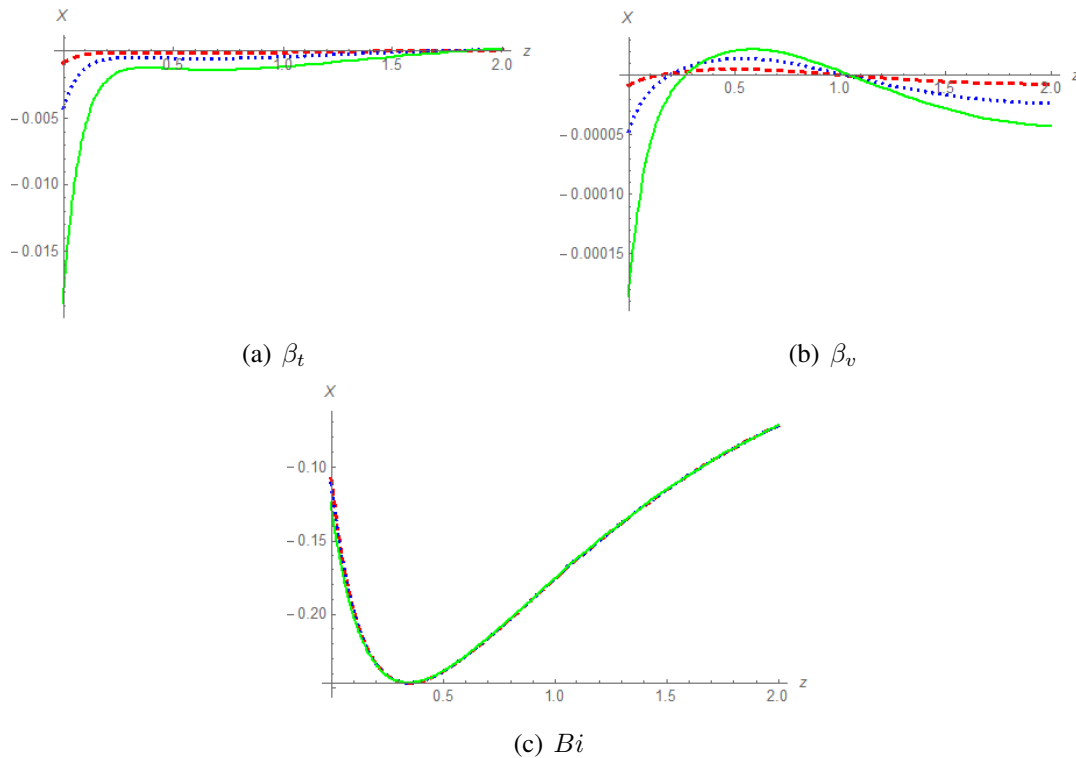


Figura 2- Coeficientes de sensibilidade dos parâmetros desconhecidos, para diferentes números de Knudsen: $Kn = 0,0025$ (tracejado), $Kn = 0,0095$ (pontilhado) e $Kn = 0,025$ (contínuo).

a priori para β_v e Bi , com 10% e 12,5%, respectivamente, de média. Para β_t , uma priori com 1,5% de média (sendo seu valor exato, supostamente desconhecido, igual a 2,0) e com desvio padrão unitário (que confere um grau de incerteza relativamente alto), foi considerada. A fim de fazer uma comparação direta entre os diferentes casos estudados, uma medida relativa da faixa dos intervalos de confiança é apresentada, dada por

$$CI_{r,i} = \frac{\hat{P}_i^+ - \hat{P}_i^-}{P_{i,exato}}, \quad i = 1, 2, \dots, N_p \quad (26)$$

onde \hat{P}_i^+ é o limite superior do intervalo de confiança estimado, em relação à estimativa do parâmetro, \hat{P}_i^- é o limite inferior e $P_{i,exato}$ é o valor exato do parâmetro.

Conforme pode ser observado na Tabela 2, a estimação do coeficiente do salto de temperatura, β_t , é bem mais acurada para valores maiores do número de Kn , o que está de acordo com o que foi qualitativamente previsto na análise de sensibilidade. Já as estimativas para β_v e Bi , sofrem pouca influência com as variações de Kn . Vale a pena lembrar que o principal parâmetro a ser estimado nesse procedimento é β_t , já que informações a priori podem ser obtidas para Bi , a partir de correlações empíricas para a convecção externa, e também para β_v , utilizando medidas de pressão e da taxa do fluxo de massa para aproximar o coeficiente de deslizamento (Naveira-Cotta et al., 2010). É importante observar como o intervalo de confiança de 95% para o parâmetro β_t fica mais estreito com o aumento do número de Knudsen.

Tabela 2- Valores estimados para os parâmetros com diferentes configurações experimentais: (a) $Kn = 0,0025$, (b) $Kn = 0,0095$ e (c) $Kn = 0,025$

(a)					
Parâmetro	Priori	Valor estimado	Valor exato	95%CI	CI_f
β_t	N(1.5, 1)	1,89	2,00	[0.05, 3.74]	184,8%
β_v	N(1.5, 0.1)	1,50	1,50	[1.21, 1.79]	39,2%
Bi	N(10, 1.25)	10,01	10,00	[9, 99, 10.03]	0,4%
(b)					
Parâmetro	Priori	Valor estimado	Valor exato	95%CI	CI_f
β_t	N(1.5, 1)	1,97	2,00	[0.92, 3.01]	104,6%
β_v	N(1.5, 0.1)	1,50	1,50	[1.21, 1.79]	39,2%
Bi	N(10, 1.25)	10,01	10,00	[9.99, 10.03]	0,5%
(c)					
Parâmetro	Priori	Valor estimado	Valor exato	95%CI	CI_f
β_t	N(1.5, 1)	1,99	2,00	[1.72, 2.26]	27,0%
β_v	N(1.5, 0.1)	1,50	1,50	[1.21, 1.80]	39,2%
Bi	N(10, 1.25)	9,98	10,00	[9.96, 10.01]	0,5%

5. CONCLUSÕES

No presente trabalho, a análise inversa da convecção forçada de um gás em placas paralelas é investigada, levando em consideração os efeitos de conjugação na parede e a condução axial. Na solução do problema direto, a Técnica da Transformada Integral Generalizada (GITT), combinada com a estratégia de reformulação de domínio único, foi utilizada na obtenção do campo de temperatura ao longo do canal. Já no problema inverso, a abordagem Bayesiana foi empregada, tendo por objetivo a estimação do coeficiente do salto de temperatura, β_t , e utilizando, para isso, informações *a priori* para o coeficiente de velocidade de escorregamento e para o número de Biot. Os resultados aqui apresentados permitem a análise de diferentes configurações experimentais possíveis, auxiliando na determinação de um cenário mais favorável para a estimação dos parâmetros desconhecidos. Diferentes números de Knudsen foram analisados ($10^{-3} \leq Kn \leq 10^{-1}$) e observou-se que valores mais altos do número de Knudsen permitem uma estimação mais acurada do coeficiente do salto de temperatura.

Agradecimentos

Os autores agradecem o apoio financeiro concedido pelas agências de fomento CAPES, CNPq e FAPERJ.

REFERÊNCIAS

- AGRAWAL, A.; PRABHU, S. V. Survey on measurement of tangential momentum accommodation coefficient. *Journal of Vacuum Science & Technology A: Vacuum, Surfaces, and Films*, v. 26, n. 4, p. 634-645, 2008.
- BECK, J. V.; ARNOLD, K. J. *Parameter estimation in engineering and science*. James Beck, 1977.
- ÇETIN, B.; YAZICIOĞLU, A. G.; KAKAÇ, S. Slip-flow heat transfer in microtubes with axial conduction and viscous dissipation—An extended Graetz problem. *International Journal of Thermal Sciences*, v. 48, n. 9, p. 1673-1678, 2009.

- COLIN, S. Gas microflows in the slip flow regime: a critical review on convective heat transfer. *Journal of Heat Transfer*, v. 134, n. 2, p. 020908, 2012.
- COTTA, R. M. *Integral transforms in computational heat and fluid flow*. CRC Press, 1993.
- HERWIG, H.; HAUSNER, O. Critical view on “new results in micro-fluid mechanics”: an example. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 46, n. 5, p. 935-937, 2003.
- KAPIO, J.; SOMERSALO, E. *Statistical and computational inverse problems*. Springer Science & Business Media, 2006.
- KNUPP, D. C. et al. Theoretical–experimental analysis of heat transfer in nonhomogeneous solids via improved lumped formulation, integral transforms and infrared thermography. *International Journal of Thermal Sciences*, v. 62, p. 71-84, 2012.
- KNUPP, D. C.; NAVEIRA-COTTA, C. P.; COTTA, R. M. Conjugated heat transfer in microchannels with slip flow regime via single domain formulation and integral transforms. In: *ICHMT DIGITAL LIBRARY ONLINE*. Begel House Inc., 2015.
- KNUPP, D. C.; NAVEIRA-COTTA, C. P.; COTTA, R. M. Theoretical analysis of conjugated heat transfer with a single domain formulation and integral transforms. *International Communications in Heat and Mass Transfer*, v. 39, n. 3, p. 355-362, 2012.
- KNUPP, D. C.; NAVEIRA-COTTA, C. P.; COTTA, R. M. Conjugated convection-conduction analysis in microchannels with axial diffusion effects and a single domain formulation. *Journal of Heat Transfer*, v. 135, n. 9, p. 091401, 2013.
- MARANZANA, G.; PERRY, I.; MAILLET, D. Mini-and micro-channels: influence of axial conduction in the walls. *International journal of heat and mass transfer*, v. 47, n. 17-18, p. 3993-4004, 2004.
- MIKHAILOV, M. D.; COTTA, R. M. Mixed symbolic–numerical computation of convective heat transfer with slip flow in microchannels. *International communications in heat and mass transfer*, v. 32, n. 3-4, p. 341-348, 2005.
- MORINI, G. L. Single-phase convective heat transfer in microchannels: a review of experimental results. *International Journal of Thermal Sciences*, v. 43, n. 7, p. 631-651, 2004.
- NAVEIRA-COTTA, C. P.; COTTA, R. M.; ORLANDE, H. RB. Inverse analysis of forced convection in micro-channels with slip flow via integral transforms and Bayesian inference. *International Journal of Thermal Sciences*, v. 49, n. 6, p. 879-888, 2010.
- NUNES, J. S. et al. Conjugated heat transfer in microchannels. In: *Microfluidics Based Microsystems*. Springer, Dordrecht, 2010. p. 61-82.
- OZISIK, M. N.; ORLANDE, H. R. B.; KASSAB, A. J. Inverse heat transfer: fundamentals and applications. *Applied Mechanics Reviews*, v. 55, p. B18, 2002.
- SOBHAN, C. B.; PETERSON, G. P. *Microscale and nanoscale heat transfer: fundamentals and engineering applications*. CRC Press, 2008.
- TSO, C. P.; MAHULIKAR, S. P. Experimental verification of the role of Brinkman number in microchannels using local parameters. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 43, n. 10, p. 1837-1849, 2000.
- TUNC, G.; BAYAZITOGU, Y. Heat transfer in microtubes with viscous dissipation. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 44, n. 13, p. 2395-2403, 2001.

APPLICATION OF THE GENERALIZED INTEGRAL TRANSFORM TECHNIQUE IN THE DIRECT AND INVERSE ANALYSIS OF THE CONJUGATED HEAT TRANSFER PROBLEM BY FORCED CONVECTION ON PARALLEL PLATES VIA BAYESIAN INFERENCE

Abstract. *In this work, the direct and inverse analysis of the forced convection of an incompressible gas flow within parallel plates, in the range of the slip flow regime, taking into account the effects of conjugation on the wall and the axial conduction is done. The Generalized Integral Transform Technique, combined with the single domain reformulation strategy, is employed in the direct problem solution. Bayesian inference is used in the formulation of the inverse problem, whose main objective is to estimate the temperature jump and the velocity slip coefficients and the Biot number, using external temperature measurements for this. Some preliminary results are presented, addressing different experimental setups, in which is possible to verify the influence of the Knudsen number on the accuracy of the unknown parameter estimation.*

Keywords: *Inverse problem, Heat transfer, Forced convection, Knudsen number*