

XXI ENMC  
ENCONTRO NACIONAL DE  
MODELAGEM COMPUTACIONAL

IX ECTM  
ENCONTRO DE CIÊNCIA E  
TECNOLOGIA DE MATERIAIS

08 a 11 de Outubro de 2018  
Instituto Federal Fluminense  
Búzios - RJ

## ANÁLISE DO NÚMERO DE SENSORES E DADOS EXPERIMENTAIS NA IDENTIFICAÇÃO DE DANOS ESTRUTURAIS VIA MÉTODO DE MONTE CARLO HAMILTONIANO

**Carlos Eduardo Závoli Cordeiro** – cezcordeiro@iprj.uerj.br

**Diego C. Knupp** – diegoknupp@iprj.uerj.br

**Leonardo T. Stutz** – ltstutz@iprj.uerj.br

Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Instituto Politécnico – Nova Friburgo, RJ, Brasil

**Resumo.** *O presente trabalho busca investigar a influência dos dados experimentais em um problema de identificação de danos estruturais em uma viga de Euler-Bernoulli simplesmente apoiada. Tal identificação é feita a partir da vibração da estrutura, em resposta a aplicação de um carregamento externo. Esta física é modelada a partir de uma equação diferencial parcial, cuja solução é obtida através da Técnica da Transformada Integral Generalizada (Generalized Integral Transform Technique – GITT). A identificação de danos é definida como um problema inverso formulado via inferência Bayesiana. Para solução do problema inverso, o Monte Carlo Hamiltoniano (Hamiltonian Monte Carlo – HMC) é usado como o Método de Monte Carlo com Cadeias de Markov, onde a amostragem da distribuição de probabilidade a posteriori dos parâmetros de coesão é inspirada na dinâmica Hamiltoniana. Neste trabalho utilizou-se dados experimentais sintéticos com dois níveis de ruído. Além disso, para a avaliação da influência dos dados experimentais, variou-se a posição e o número de sensores. A principal conclusão é que a posição escolhida para o(s) sensor(es) é de fundamental importância, mais do que o número de sensores.*

**Keywords:** *Identificação de danos estruturais, Técnica da Transformada Integral Generalizada, Monte Carlo Hamiltoniano, Inferência Bayesiana.*

### 1. INTRODUÇÃO

Em uma estrutura, a presença de danos modifica suas propriedades físicas que, por sua vez, alteram suas características vibracionais (Pandey & Biswas, 1994), de modo que a partir de dados experimentais relacionados à dinâmica da estrutura, pode-se buscar identificar a existência de danos, por meio de comparações de destes dados experimentais com os dados esperados de uma estrutura sabidamente íntegra. Neste trabalho, a abordagem utilizada para o estudo da estrutura tem como base sua resposta impulsiva (Matt, 2013), ou seja, é observada a

deflexão da estrutura a partir de um carregamento externo – no caso específico deste trabalho, uma aproximação de um impulso unitário.

Na formulação do problema, é considerada uma viga de Euler-Bernoulli, e na solução da Equação Diferencial Parcial obtida, é utilizada a Técnica da Transformada Integral Generalizada (Cotta, 1993; Cotta & Mikhailov, 2006 e Knupp et al., 2012; Matt, 2013).

No modelo utilizado, a presença de danos é continuamente descrita, na coordenada espacial, através de um parâmetro denominado parâmetro de coesão. Dessa forma, o problema inverso consiste em um problema de estimação do campo de coesão a partir de dados experimentais de deflexão da estrutura.

Para a solução do problema inverso, tomando como base a abordagem Bayesiana, optou-se por utilizar o Monte Carlo Hamiltoniano (Neal, 2011), que consiste no Método de Monte Carlo com Cadeias de Markov (Orlande, 2011) com geração dos estados da cadeia utilizando a dinâmica Hamiltoniana.

Tanto a qualidade quanto a quantidade de dados experimentais influenciam diretamente na qualidade da estimativa do campo de coesão, e esta análise é realizada neste trabalho. O objetivo principal é detalhar esta análise, verificando a influência da posição escolhida para aquisição de dados e o número de sensores, bem como do número de dados experimentais. Para os diferentes cenários investigados, foram considerados dados experimentais simulados, obtidos a partir da solução do modelo, considerando um estado de dano prescrito, e adição de ruído de uma distribuição normal com desvio padrão conhecido.

## 2. FORMULAÇÃO E SOLUÇÃO DO PROBLEMA DIRETO

O problema direto trata do comportamento dinâmico de uma viga de Euler-Bernoulli, simplesmente apoiada, dado um carregamento externo. A representação esquemática da viga é dada pela Fig. 1.

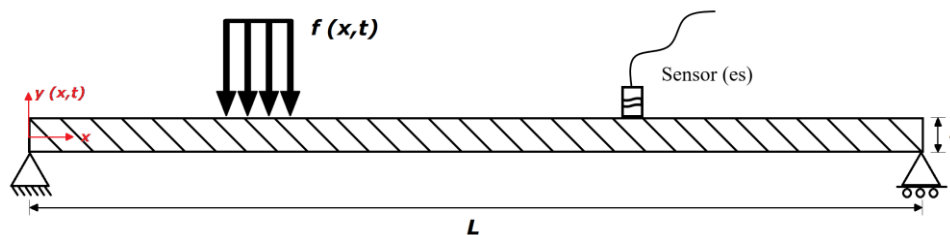


Figura 1. Representação esquemática da viga de Euler-Bernoulli simplesmente apoiada.

No problema, os sensores medem o deslocamento da linha neutra  $y(x,t)$  em um ponto  $x$ , no instante de tempo  $t$ , resultante de um carregamento externo  $f(x,t)$ , distribuído por unidade de comprimento. A equação de movimento que descreve esse problema é dada por (Matt, 2013):

$$\rho A \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2} + \eta \frac{\partial y(x,t)}{\partial t} + EI_0 \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[ \beta(x) \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} \right] = f(x,t) \quad (1)$$

com condições de contorno, no caso da viga simplesmente apoiada, dadas por

$$y(0,t) = 0, \quad y(L,t) = 0, \quad \left. \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} \right|_{x=0} = 0, \quad \left. \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} \right|_{x=L} = 0 \quad (2)$$

Tem-se ainda as condições iniciais do problema de deflexão e velocidades nulas,

$$y(x,0) = 0, \quad \left. \frac{\partial y(x,t)}{\partial t} \right|_{t=0} = 0 \quad (3)$$

onde a constante  $\eta$  é o coeficiente de amortecimento viscoso,  $\rho$  é a massa específica do material,  $A$  é a área da seção transversal,  $E_0$  é o módulo de elasticidade nominal,  $I_0$  o momento de inércia de área nominal da seção transversal da viga com relação ao eixo  $z$  e o coeficiente com variação espacial  $\beta(x)$  é chamado campo de coesão. Este, em suma, mensura o estado da ligação entre os pontos materiais da viga, indicando a presença ou não de danos estruturais.

Fazendo, por simplicidade, as considerações de que a presença de danos altera somente as propriedades geométricas da viga e que os danos são uniformes ao longo da largura das seções transversais da viga, é possível definir que o campo de coesão de uma viga de seção retangular como:

$$\beta(x) = \left( \frac{h(x)}{h_0} \right)^3 \quad (4)$$

onde  $h(x)$  é a espessura da viga na posição  $x$  e  $h_0$  é a espessura nominal da viga.

Tem-se que para  $\beta=1$ , todas as ligações entre os pontos materiais da viga estão preservadas, indicando a ausência de danos. Valores entre 0 e 1 indicam a presença de dano. Já o caso extremo de  $\beta=0$  representa a completa ruptura das ligações entre os pontos materiais da viga.

Para a solução do problema direto, será utilizada a Técnica da Transformada Integral Generalizada (Generalized Integral Transform Technique – GITT). Basicamente, é considerado que se pode escrever um potencial de interesse em termos de uma base de autofunções. Sabendo a base de autofunções e o potencial transformado, é possível obter uma expressão para o potencial original.

Inicialmente, define-se o par de transformação integral, que é composto pela fórmula de inversão e pela transformada integral, respectivamente apresentadas a seguir

$$y(x,t) = \sum_{i=1}^{N_r} \tilde{\psi}_i(x) \bar{y}_i(t) \quad (5)$$

$$\bar{y}_i(t) = \int_0^L \tilde{\psi}_i(x) y(x,t) dx \quad (6)$$

onde  $N_r$  é o truncamento do somatório,  $\bar{y}_i(t)$  é o potencial transformado e  $\tilde{\psi}_i(x)$  são autofunções normalizadas, com normalização dada por

$$\tilde{\psi}_i(x) = \frac{\psi_i(x)}{\sqrt{N_i}}, \quad \text{com } N_i = \int_0^L [\psi_i(x)]^2 dx \quad (7)$$

As autofunções são obtidas de um problema de autovalor diferencial que deve guardar o máximo de informações do problema original para haver uma boa representação do potencial de interesse. Neste trabalho, foi utilizada a versão homogênea da Eq. (1), sem a presença de danos, no qual foi aplicado o Método de Separação de Variáveis, para obter

$$\frac{\partial^4 \psi(x)}{\partial x^4} - \frac{\mu^4}{EI_0} \psi(x) = 0 \quad (8)$$

com condições de contorno dadas por

$$\psi(0) = 0, \quad \psi(L) = 0, \quad \left. \frac{d^2 \psi(x)}{dx^2} \right|_{x=0} = 0, \quad \left. \frac{d^2 \psi(x)}{dx^2} \right|_{x=L} = 0 \quad (9)$$

Com a solução para as autofunções, que é obtida analiticamente, falta apenas a expressão para o potencial transformado, que é obtido ao aplicar a integral  $\int_0^L \tilde{\psi}_i(x)(\cdot) dx$  no problema original, Eq. (1), de modo a obter o seguinte sistema de equações

$$\rho A \frac{d^2 \bar{y}_i(t)}{dt^2} + \eta \frac{d \bar{y}_i(t)}{dt} + \mu_i^4 \bar{y}_i(t) = g_i(t) + g_{i,j}(t, \bar{y}_j) \quad (10)$$

onde

$$g_i(t) = \int_0^L \tilde{\psi}_i(x) f(x, t) dx \quad (11)$$

$$g_{i,j}(t, \bar{y}_j) = EI_0 \sum_{j=1}^{N_{tr}} \bar{y}_j(t) \int_0^L (1 - \beta(x)) \frac{d^2 \tilde{\psi}_i(x)}{dx^2} \frac{d^2 \tilde{\psi}_j(x)}{dx^2} dx \quad (12)$$

com condições iniciais transformadas dadas por

$$\bar{y}_i(0) = 0, \quad \left. \frac{d \bar{y}_i(t)}{dt} \right|_{t=0} = 0 \quad (13)$$

A solução de Eq. (10) é obtida numericamente, nesse caso utilizando a rotina *NDSolve* do software Wolfram Mathematica. Obtida a solução, basta aplicar a fórmula de inversão, Eq.(5), para conseguir a solução para o potencial original,  $y(x, t)$ .

### 3. FORMULAÇÃO DO PROBLEMA INVERSO

Para solução do problema inverso de estimativa dos parâmetros de coesão, foi utilizado o Método de Monte Carlo com Cadeias de Markov (MCMC). Este método tem como base a abordagem bayesiana, e a solução passa a ser uma função de densidade de probabilidade. O teorema de Bayes é apresentado a seguir

$$P_{\text{posteriori}}(\boldsymbol{\theta}) = P(\boldsymbol{\theta} | \mathbf{Y}) = \frac{P_{\text{priori}}(\boldsymbol{\theta}) P(\mathbf{Y} | \boldsymbol{\theta})}{P(\mathbf{Y})} \quad (14)$$

onde  $P(\boldsymbol{\theta} | \mathbf{Y})$  é chamada de função de densidade de probabilidade a posteriori do vetor de parâmetros. O vetor de parâmetros é dado por  $\boldsymbol{\theta} = \{\beta(x_1), \beta(x_2), \dots, \beta(x_{NP})\}$ , contendo NP

valores discretos do campo de coesão  $\beta(x)$ .  $P_{\text{priori}}(\boldsymbol{\theta})$  é a função de densidade a priori,  $P(\mathbf{Y})$  é a função de densidade de probabilidade marginal das medidas  $\mathbf{Y}$  e  $P(\mathbf{Y}|\boldsymbol{\theta})$  é a função de verossimilhança, definida como

$$P(\mathbf{Y}|\boldsymbol{\theta}) = (2\pi)^{-N_d/2} |\mathbf{W}|^{-1/2} \exp\left(-\frac{1}{2}(\mathbf{Y} - \mathbf{Y}_{\text{calc}}(\boldsymbol{\theta}))^T \mathbf{W}^{-1} (\mathbf{Y} - \mathbf{Y}_{\text{calc}}(\boldsymbol{\theta}))\right) \quad (15)$$

em que  $\mathbf{W}$  é a matriz de covariância associada aos erros de experimento e  $\mathbf{Y}_{\text{calc}}(\boldsymbol{\theta})$  é o vetor contendo as respostas calculadas para um conjunto de parâmetros  $\boldsymbol{\theta}$  específico.

Uma das formas de resolver este problema, é a partir de técnicas de amostragem, com o objetivo de inferir a distribuição  $P_{\text{posteriori}}(\boldsymbol{\theta})$ , conhecidos como Métodos de Monte Carlo com Cadeias de Markov. No presente trabalho, utilizou-se o método Monte Carlo Hamiltoniano (Neal, 2011), que utiliza a dinâmica Hamiltoniana para simular a trajetória de uma partícula fictícia, com posição definida como sendo o vetor de incógnitas  $\boldsymbol{\theta}$  e a quantidade de movimento  $\mathbf{p}$  é dada por uma variável aleatória auxiliar. O sistema descrito possui hamiltoniano dado por

$$\mathcal{H}(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{p}) = \mathcal{U}(\boldsymbol{\theta}) + \mathcal{K}(\mathbf{p}) \quad (16)$$

onde  $\mathcal{U}(\boldsymbol{\theta}) = -\ln(\pi_{\text{posterior}}(\boldsymbol{\theta}))$  é a energia potencial e  $\mathcal{K}(\mathbf{p}) = \frac{1}{2}\mathbf{p}^T \mathbf{M}_{\mathcal{K}}^{-1} \mathbf{p}$  é a energia cinética, onde  $\mathbf{M}_{\mathcal{K}}$  é uma matriz diagonal positiva. As equações que governam a dinâmica Hamiltoniana são

$$\frac{d\boldsymbol{\theta}}{dt} = \frac{\partial \mathcal{H}(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{p})}{\partial \mathbf{p}}; \quad \frac{d\mathbf{p}}{dt} = -\frac{\partial \mathcal{H}(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{p})}{\partial \boldsymbol{\theta}} \quad (17)$$

Essas equações definem a evolução das variáveis  $\boldsymbol{\theta}$  e  $\mathbf{p}$  que, neste trabalho, é obtida com a aplicação do método de integração numérica *Leapfrog*. Afim de exemplificar o método, o estado  $(\boldsymbol{\theta}(t), \mathbf{p}(t))$  evolui para  $(\boldsymbol{\theta}(t+\delta), \mathbf{p}(t+\delta))$ , utilizando apenas um único passo de tamanho  $\delta$ , como se segue.

$$\begin{aligned} \mathbf{p}(t + \delta/2) &= \mathbf{p}(t) - \frac{\delta}{2} \frac{d\mathcal{U}(\boldsymbol{\theta}(t))}{d\boldsymbol{\theta}} \\ \boldsymbol{\theta}(t + \delta) &= \boldsymbol{\theta}(t) + \delta \mathbf{M}_{\mathcal{K}}^{-1} \mathbf{p}(t + \delta/2) \\ \mathbf{p}(t + \delta) &= \mathbf{p}(t + \delta/2) - \frac{\delta}{2} \frac{d\mathcal{U}(\boldsymbol{\theta}(t + \delta))}{d\boldsymbol{\theta}} \end{aligned} \quad (18)$$

Cumpramos ressaltar que o número de passos do *Leapfrog* não é necessariamente único, sendo este um valor escolhido.

O valor do parâmetro  $\boldsymbol{\theta}$  obtido ao fim passa a ser o candidato  $\boldsymbol{\theta}^*$ , que possui probabilidade de aceitação dada por

$$\alpha_{\text{HMC}} = \min\left\{1, \exp\left(\mathcal{H}(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{p}) - \mathcal{H}(\boldsymbol{\theta}^*, \mathbf{p}^*)\right)\right\} \quad (19)$$

Tal procedimento é repetido para cada estado da cadeia de Markov. Vale destacar que, para a resolução das equações em Eq. (18), o gradiente da energia potencial foi determinado numericamente por diferença avançada.

#### 4. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Para a análise numérica, foram considerados os parâmetros apresentados na Tabela 1, os mesmos utilizados por Matt (2013).

Tabela 1. Parâmetros do modelo.

$E_0 I_0$ (Nm <sup>2</sup> )	$\rho A$ (kg.m <sup>1</sup> )	$L$ (m)	$\eta$ (Ns.m <sup>2</sup> )
3,5	0,4	1,0	5,0

Para obter valores discretos de parâmetros de coesão ao longo da viga, foi criada uma malha com 21 pontos, cada um representando o valor de  $\beta$  em uma posição  $x$ . Os valores de  $\beta$  nos contornos são considerados conhecidos e iguais a 1, de modo que, neste trabalho, serão estimados 19 parâmetros de coesão. A Fig.2 apresenta a configuração de viga estudada, com dois danos, sendo o primeiro em  $x = 0,45$  m e o segundo em  $x = 0,75$  m, ambos com parâmetro de coesão  $\beta = 0,729$ , que representa uma redução de 10% na espessura nominal da viga.

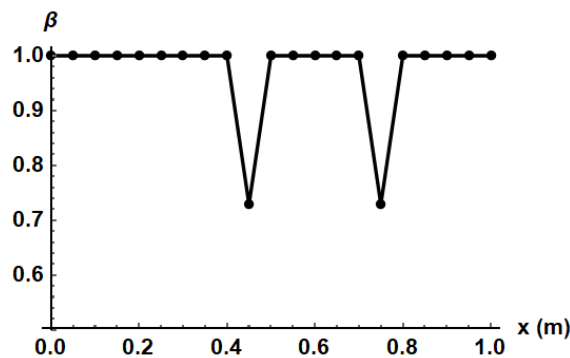


Figura 2. Parâmetros de coesão para uma viga com dois danos, nas posições  $x = 0,45$  m e  $x = 0,75$  m, com  $\beta = 0,729$ .

Na definição do teorema de Bayes, Eq. (14), é apresentada a função de densidade de probabilidade a priori, que guarda informações previamente conhecidas acerca dos parâmetros.

De acordo com os valores esperados para os parâmetros de coesão, neste trabalho foi utilizado, para todos os 19 parâmetros de coesão, uma função contínua por partes onde, para  $\beta \leq 1$ , tem-se uma distribuição gaussiana com desvio padrão  $\sigma_1 = 0,25$  e, para  $\beta > 1$ , uma distribuição normal com desvio padrão  $\sigma_2 = 0,01$ , com devidos ajustes de modo que a função resultante seja contínua.

A função densidade de probabilidade utilizada é apresentada na Fig. 3.

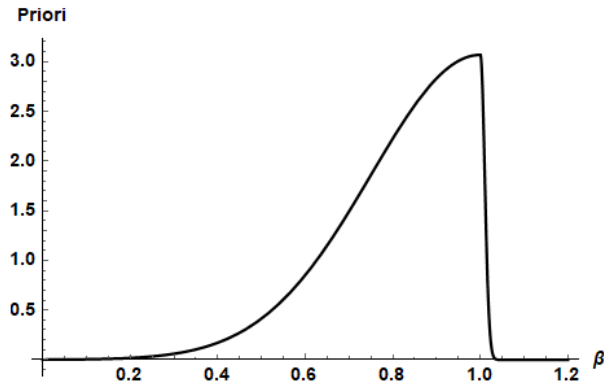


Figura 3. Função de densidade de probabilidade a priori referente aos parâmetros de coesão.

No presente trabalho, foram utilizados dados experimentais sintéticos para simular a medição da deflexão da viga. Para tal, foi utilizada a própria solução via GITT acrescida de ruído de distribuição gaussiana com média zero e desvio padrão constante. As respostas foram obtidas nas posições 0,2m e 0,6m. Foram considerados dois níveis distintos de ruídos,  $\sigma_{\text{ruído}} = 0,00059\text{m}$  e  $\sigma_{\text{ruído}} = 0,00185\text{m}$ , resultando em uma razão sinal-ruído (SNR) de aproximadamente 30dB e 20dB.

Foram adotados dois tempos finais para análise da resposta do sistema. Para os casos em que foram utilizados 500 dados experimentais, o tempo final foi de 0,3 s, enquanto que para 1000 dados, o tempo final foi de 0,6 s. A Fig. 4 mostra os dados experimentais com  $\sigma_{\text{ruído}} = 0,00059\text{m}$  para as posições 0,2 m e 0,6 m, considerando 1000 medições.

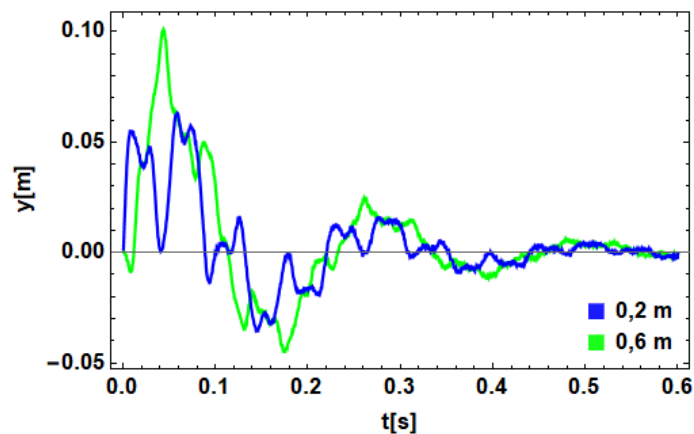


Figura 4. Dados experimentais obtidos nas posições 0,2 m e 0,6 m

Inicialmente, para o Caso 1, utilizou-se informação dos dois sensores, com os 500 primeiros dados, ou seja, a primeira metade dos dados experimentais apresentados na Fig.4. Os resultados obtidos estão apresentados na Fig. 5.

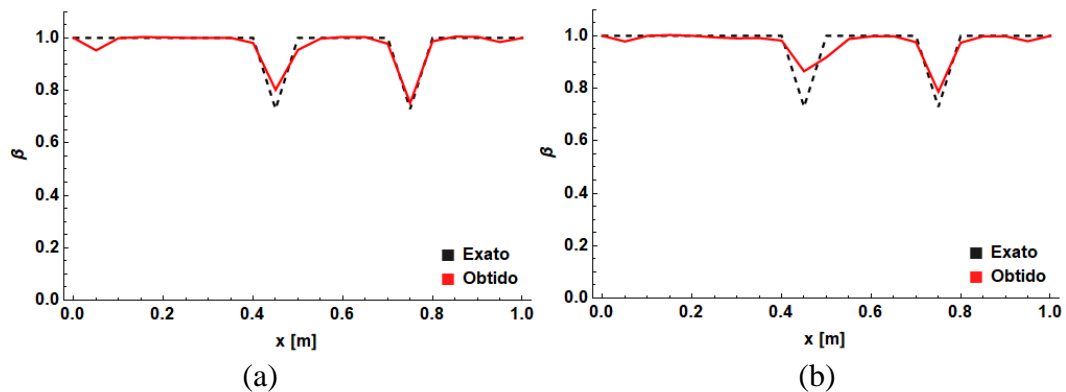


Figura 5. Parâmetros de coesão para o Caso 1, com dados experimentais com ruído de (a)  $\sigma_{\text{ruído}} = 0,00059\text{m}$  e (b)  $\sigma_{\text{ruído}} = 0,00185\text{m}$ .

Para ambos os níveis de ruído, houve a identificação do dano, embora a magnitude de um dos danos tenha ficado comprometida no caso de maior nível de ruído.

Já para o Caso 2, combinando os 1000 dados dos dois sensores, os resultados obtidos estão apresentados na Fig. 6.

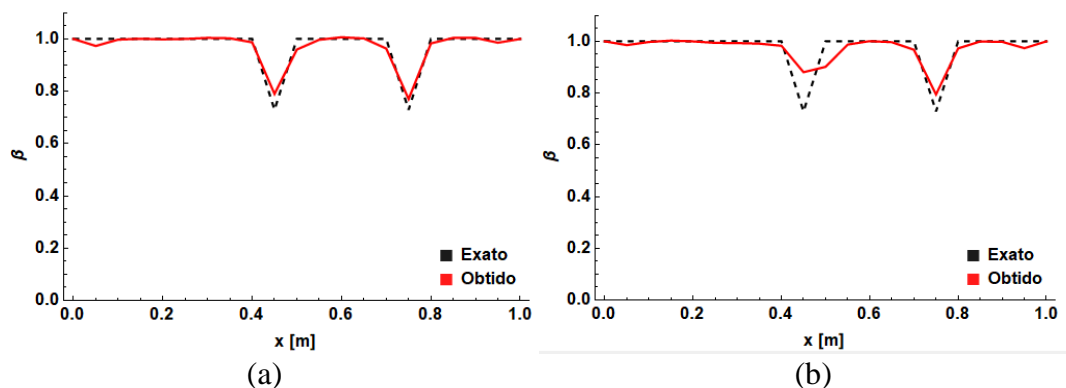


Figura 6. Parâmetros de coesão para o Caso 2, com dados experimentais com ruído de (a)  $\sigma_{\text{ruído}} = 0,00059\text{m}$  e (b)  $\sigma_{\text{ruído}} = 0,00185\text{m}$ .

Nota-se que os resultados para o caso de maior nível de ruído foram bastante similares para a região do dano, enquanto que para o outro caso, a utilização de 1000 dados em cada sensor (Caso 2) obteve resultados ligeiramente melhores.

Agora é realizada a análise dos resultados obtidos com os sensores separadamente, ambos com 1000 medições. Os Casos 3 e 4 referem-se, respectivamente, aos resultados para os sensores em 0,2m e 0,6m. Os resultados para o Caso 3 são apresentados a seguir na Fig. 7.

Os resultados do Caso 3 estão graficamente similares ao Caso 1, o que, em uma primeira visão, indica que a utilização dos dois sensores simultaneamente não contribuiu para melhorar a estimativa. A Fig. 8 apresenta os resultados para o outro sensor, localizado em 0,6m, utilizado isoladamente (Caso 4).

Os resultados para o Caso 4 não foram satisfatórios, já que até mesmo a posição de um dos danos foi equivocada, para os dois níveis de ruído. Tal fato pode ter ocorrido por uma série de fatores, como, por exemplo, a posição escolhida coincidir com algum nó de um modo de vibração relevante. Esse resultado leva a concluir que a posição do sensor em 0,6 m não é uma boa posição de medição.



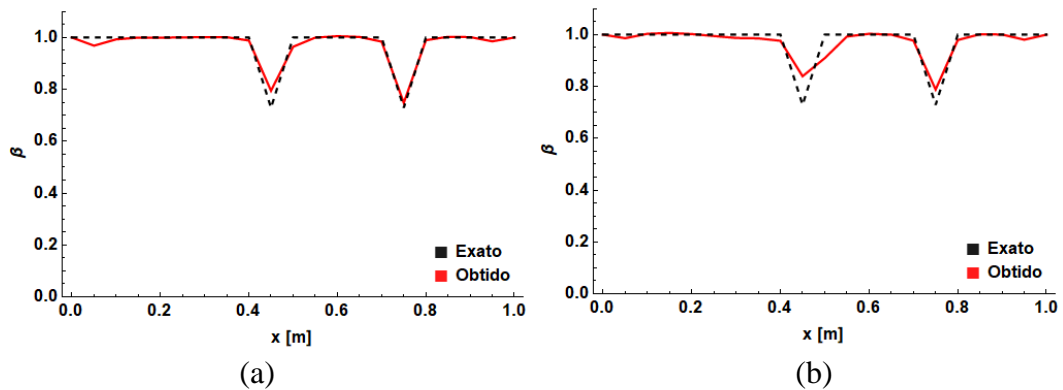


Figura 7. Parâmetros de coesão para o Caso 3, com dados experimentais com ruído de (a)  $\sigma_{\text{ruído}} = 0,00059\text{m}$  e (b)  $\sigma_{\text{ruído}} = 0,00185\text{m}$ .

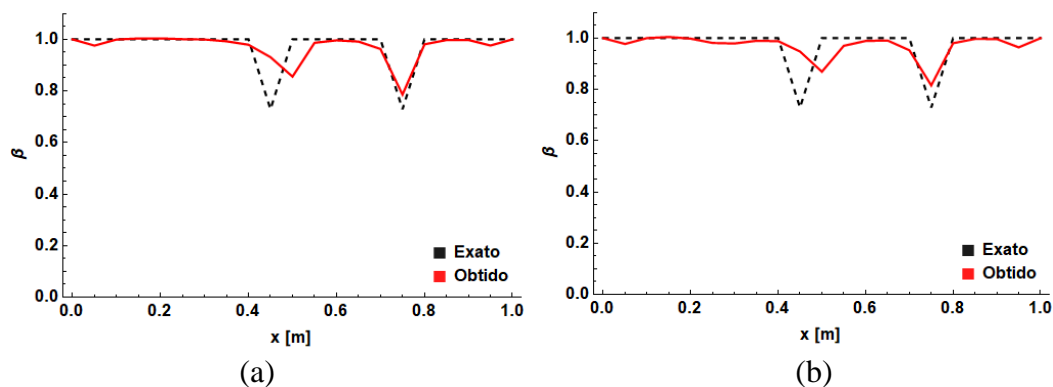


Figura 8. Parâmetros de coesão para o Caso 4, com dados experimentais com ruído de (a)  $\sigma_{\text{ruído}} = 0,00059\text{m}$  e (b)  $\sigma_{\text{ruído}} = 0,00185\text{m}$ .

Por causa da pequena diferença gráfica entre os resultados obtidos de forma geral, a Tabela 2 ainda apresenta o erro RMS da estimativa para cada um dos casos analisados.

Tabela 2. Erro RMS.

	$\sigma_{\text{ruído}} = 0,00185\text{m}$	$\sigma_{\text{ruído}} = 0,00059\text{m}$
Caso 1	0.0405773	0.024633
Caso 2	0.0461113	0.0227902
Caso 3	0.038918	0.0194497
Caso 4	0.0645736	0.060091

Os resultados apresentados explicitaram o fato do Caso 3 ter sido o que obteve melhor desempenho para os dois níveis de ruído, seguido pelos Casos 1 e 2 no caso de maior nível de ruído. Já para o menor nível de ruído, o Caso 2 foi melhor que o Caso 1. O Caso 4 foi o pior para ambos os níveis de ruído.

## 5. CONCLUSÃO

Este trabalho buscou analisar inicialmente a influência do número de dados experimentais, através dos Casos 1 e 2, que levaram a concluir que, para as posições escolhidas, dobrar o

número de informações não representou uma melhoria considerável, já que para um nível de ruído houve melhora e para o outro houve piora.

Já na análise do número de sensores, a observação do Caso 3 passou a ideia de que na verdade a utilização de dois sensores atrapalhou no resultado final. Entretanto, o Caso 4 indicou que a posição escolhida não era boa para realização das medidas, o que indica que a escolha da posição do sensor é essencial para a qualidade do resultado final do processo de estimação. Para trabalhos futuros, recomenda-se realizar análises com outras posições para os sensores.

## AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao apoio financeiro das agências CNPq, CAPES e FAPERJ.

## REFERÊNCIAS

- Cotta, R.M., 1993, “Integral Transforms in Computational Heat and Fluid Flow”. CRC Press, 158p.
- Cotta, R.M., Mikhailov, M.D., 2006, “Hybrid methods and symbolic computations”, In: Handbook of Numerical Heat Transfer. 2.ed. Chapter 16, W.J. Minkowycz; E.M. Sparrow; J.Y. Murthy (eds.). New York: John Wiley.
- Knupp, D.C., Naveira-Cotta, C.P., Cotta, R.M., 2012, “Theoretical analysis of conjugated heat transfer with a single domain formulation and integral transforms”, Int. Commun. Heat Mass Transf. 39, 355–362.
- Matt, C.F.T., 2013, “Combined classical and generalized integral transform approaches for the analysis of the dynamic behavior of a damaged structure”. Appl. Math. Model. 37, 8431–8450.
- Neal, R. M., 2011, “MCMC using Hamiltonian dynamics”, In Brooks, S., Gelman, A., Jones, G. L., Meng, X. L. (ed.) Handbook of Markov Chain Monte Carlo. Boca Raton: Chapman and Hall–CRC Press, p. 113-162.
- Orlande, H. R. B., Colaço, M. J., Cotta, C. P. N., Guimarães, G., Borges, V. L., 2011, “Problemas Inversos em Transferência de Calor”, São Carlos, SP: SBMAC, 113 p. (Notas em Matemática Aplicada; v. 51).
- Pandey, A.K., Biswas, M., 1994, “Damage Detection in Structures Using Changes in Exibility”, J. Sound Vib. 169, 3–17.

## ANALYSIS OF THE NUMBER OF SENSORS AND EXPERIMENTAL DATA IN STRUCTURAL DAMAGE IDENTIFICATION VIA HAMILTONIAN MONTE CARLO METHOD

**Abstract.** *The present work is aimed at investigating the influence of the experimental data in a problem of structural damage identification in a Euler-Bernoulli simply supported beam. This identification is made from the structure vibration, caused by the application of an external load. This physics is modeled as a partial differential equation, which solution is obtained with the Generalized Integral Transform Technique (GITT). The damage identification is defined as an inverse problem, based on the Bayesian framework. For the inverse problem solution, the Hamiltonian Monte Carlo (HMC) is used as the Markov Chain Monte Carlo method, where the sampling of the posteriori probability distribution of the cohesion parameters is inspired by the Hamiltonian dynamics. This work employs synthetic data, where the position and the number of sensors are varied. The main conclusion is that the position of the sensor is extremely important, more than the number of sensors.*