



08 a 11 de Outubro de 2018
Instituto Federal Fluminense
Búzios - RJ

MODELAGEM DE PROPAGAÇÃO DAS ONDAS ELÁSTICAS EM MEIOS POROSOS ESTRATIFICADOS

Marcia M. Azeredo¹ – marcia578@gmail.com

Igor B. de Oliveira² – igorbarbosa.lenep@gmail.com

Mariane R. S. T. Miranda³ – mariane_rds@hotmail.com

Viatcheslav I. Priimenko⁴ – slava211054@gmail.com

^{1,2,3,4} Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, Laboratório de Engenharia e Exploração de Petróleo (LENEP) – Macaé, RJ, Brasil

Resumo. A Teoria da Poroelasticidade descreve, através de um sistema de equações diferenciais parciais, a propagação da onda elástica em um meio poroso saturado por fluido. Johnson-Koplik-Dashen (JKD) expandiram o sistema das equações de Biot utilizando o modelo de permeabilidade dinâmica para descrever a dissipação viscosa de energia. O objetivo deste trabalho é simular, a partir de um problema misto para os sistemas das equações de Biot e Biot-JKD, a resposta poroelástica em meios porosos estratificados. Para isto, considera-se o regime de baixas e altas frequências para modelos geológicos que caracterizam as escalas de reservatório e laboratorial, respectivamente. O método é baseado no Formalismo de Ursin, o qual permite encontrar a solução na forma matricial, explícita e simplificada.

Palavras chave: Meio poroso estratificado; Modelo de Biot-JKD; Formalismo de Ursin

1. INTRODUÇÃO

Estruturas formadas por materiais poroelásticos são amplamente utilizadas na engenharia de petróleo e geofísica, podendo também ser aplicadas em outras áreas, como por exemplo: vibroacústica, modelagem de estruturas ósseas, hidrogeologia, geofísica ambiental e sismologia de terremoto, dentre outras.

O comportamento mecânico destas estruturas é descrito matematicamente através da teoria da poroelasticidade, onde os fenômenos físicos são modelados através de um sistema de equações diferenciais parciais.

O grande avanço no desenvolvimento da teoria da poroelasticidade foi obtido através dos trabalhos desenvolvidos pelo pesquisador belga Maurice Biot, o qual apresentou uma

descrição geral e completa do comportamento mecânico de um meio poroelástico. Seu estudo foi dividido em duas partes: Biot (1956a) e Biot (1956b), onde o primeiro caso considera um regime de frequências baixas enquanto o segundo abrange o regime de altas frequências considerando o processo de dissipação viscosa para geometrias particulares de poros. Devido ao sucesso de seus trabalhos, a teoria da poroelasticidade ficou também conhecida como teoria de Biot. Um de seus resultados é a demonstração da existência de uma segunda onda compressional, a onda P lenta. Desta forma, a teoria de Biot se fundamenta na abordagem de três tipos de ondas de corpo: duas ondas compressionais e uma cisalhante. A onda P rápida é similar à onda compressional para meios sólidos não porosos enquanto que a onda P lenta descreve a defasagem dos deslocamentos entre a porção sólida e fluida da rocha.

Segundo Muller *et al.* (2010), a passagem da onda no meio cria gradientes de pressão na fase fluida resultando no movimento do fluido em relação ao sólido acompanhado de uma fricção interna até que a pressão do poro seja equilibrada.

Na Teoria de Biot o fluxo de fluido acontece em escala macroscópica. Assim, para baixas frequências, uma grande camada viscosa é formada ao redor do fluido dificultando o movimento relativo entre as fases sólida e fluida. Desta forma, em regime de baixas frequências a onda lenta é altamente atenuada. Por outro lado, para altas frequências, os efeitos inerciais começam a superar os efeitos viscosos, provocando um retardamento no movimento do fluido com relação à fase sólida. De acordo com Masson & Pride (2010), este processo resulta na expulsão do fluido em cada poro, exceto próximo da interface fluido/sólido onde as forças cisalhantes ainda são dominantes. Desta forma, surgem camadas viscosas nas paredes dos poros cujas espessuras diminuem com o aumento da frequência.

Em 1987, Johnson, Koplik e Dashen (JKD) publicaram uma expressão geral para descrever a dissipação viscosa considerando para isto uma rede de poros aleatórios de raio constante. Este estudo conduziu ao modelo de Biot-JKD para altas frequências, o qual é determinado pela permeabilidade dinâmica (Johnson *et al.*, 1987).

O objetivo deste trabalho é apresentar um método capaz de fornecer a solução analítica-numérica dos sistemas de equações diferenciais parciais de Biot e Biot-JKD e, posteriormente, apresentar alguns resultados obtidos a partir da implementação computacional deste método comprovando sua efetividade.

O método de solução foi desenvolvido com base no formalismo apresentado em Ursin (1983), onde este foi originalmente utilizado para a análise de propagação de ondas eletromagnéticas e elásticas. Esta abordagem apresenta vantagens em relação aos métodos numéricos convencionais existentes para o estudo da teoria da poroelasticidade pois permite a elaboração de uma solução explícita e analítica para o problema e, além disso, todo o desenvolvimento da solução é dado em forma matricial, o que colabora de forma significativa na fase de implementação computacional.

2. FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

Neste trabalho considera-se que os espaços vazios entre os grãos do meio poroso estão interconectados e completamente preenchidos por fluido. A interação física e química neste caso é mais complexa do que em um meio monofásico. Desta forma, um volume elementar infinitesimal é utilizado para representar todas as propriedades físicas do meio sendo visto como a sobreposição no tempo e no espaço de dois meios contínuos: a matriz porosa e a região vazia preenchida por fluido.

O modelo geológico tratado aqui é formado por camadas horizontais de materiais poroelásticos homogêneos e isotrópicos onde os parâmetros físicos do meio são caracterizados por funções constantes por partes, variando apenas com a profundidade $x_3 \equiv z$.

O fluxo de fluido numa rocha reservatório é modelado através da lei generalizada de Darcy (Carcione, 2007), onde o modelo de Biot considera a permeabilidade estática enquanto que o modelo de Biot-JKD utiliza a permeabilidade dinâmica $\kappa(\omega)$.

De acordo com Johnson *et al.* (1987), a equação dinâmica da permeabilidade é dada por

$$\frac{\kappa(\omega)}{\kappa_0} = \left[\sqrt{1 - i \frac{\omega}{\Omega}} - i \frac{\omega}{\omega_J} \right]^{-1}, \quad (2)$$

onde κ_0 é o limite de permeabilidade para frequência nula, ω é a frequência temporal e $i^2 = -1$. As frequências de relaxamento são definidas como

$$\omega_J = \frac{\eta}{\kappa_0 a \rho_f} \quad \text{e} \quad \Omega = \frac{n_J \omega_J}{4}. \quad (3)$$

O termo n_J é um parâmetro adimensional dado por

$$n_J = \frac{\Lambda^2}{F \kappa_0}, \quad (4)$$

onde F é o fator elétrico da formação, dado pela razão entre a tortuosidade e a porosidade do meio, e Λ é o comprimento viscoso característico.

Para cada ponto $x = (x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3$, os sistemas de Biot e Biot-JKD são

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} + \rho_f \frac{\partial^2 \mathbf{w}}{\partial t^2} &= \nabla \cdot \boldsymbol{\tau} + \mathbf{F} \\ \rho_f \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} + \rho_E \frac{\partial^2 \mathbf{w}}{\partial t^2} + d(t) * \frac{\partial \mathbf{w}}{\partial t} &= -\nabla p + \mathbf{f} \\ \boldsymbol{\tau} &= (\lambda \nabla \cdot \mathbf{u} + C \nabla \cdot \mathbf{w}) \mathbf{I} + \mathbf{G}(\nabla \mathbf{u} + \nabla \mathbf{u}^T) \\ -p &= C \nabla \cdot \mathbf{u} + M \nabla \cdot \mathbf{w} \end{aligned} \quad (5)$$

onde $*$ é o operador de convolução e o coeficiente d é representado no domínio espectral por

$$d(\omega) = \frac{\eta}{\kappa} \begin{cases} 1, & \text{Biot} \\ \sqrt{1 - \frac{i\omega}{\Omega}}, & \text{Biot-JKD} \end{cases}. \quad (6)$$

Os termos $\mathbf{F} = (F_1, F_2, F_3)$ e $\mathbf{f} = (f_1, f_2, f_3)$ representam o campo de força imposto na matriz sólida e na fase fluida, respectivamente. As variáveis das equações são: $\mathbf{u} = (u_1, u_2, u_3)$, o campo de deslocamentos da fase sólida; $\mathbf{w} = (w_1, w_2, w_3)$, o campo de deslocamentos

relativos do fluido; τ , o tensor de tensões *bulk* do meio e p , a função escalar da pressão de poro. Os parâmetros materiais que aparecem nas equações de Biot são: λ e G , os parâmetros de Lamé; C e M , os módulos de Biot; ρ , a densidade *bulk* do meio; ρ_f , a densidade do fluido; ρ_E , a densidade efetiva do fluido; κ , a permeabilidade e η , a viscosidade do fluido. Além disso, \mathbf{I} é a matriz identidade 3×3 .

As duas primeiras equações do Sistema (5)-(6) representam as equações do movimento e podem ser obtidas a partir da segunda Lei de Newton. Já as duas últimas equações representam as equações constitutivas, as quais relacionam os parâmetros poroelásticos do meio com as grandezas de interesse consideradas (tensão, deslocamentos e pressão) e são obtidas a partir da relação tensão-deformação (Lei de Hooke) (Carcione, 2007).

2.1 Condições de fronteira

De acordo com Carcione (2007), considerando-se as notações $\dot{u} = -i\omega u$ e $\dot{w} = -i\omega w$ para a velocidade da fase sólida e a velocidade relativa do fluido no domínio espectral, respectivamente, é possível verificar que na interface entre duas camadas homogêneas do meio geológico as variáveis $\dot{u}_i, \dot{w}_3, p, \tau_{i3}$ ($i = 1, 2, 3$) são contínuas.

Além disso, na superfície livre do meio poroso não existem restrições para o deslocamento. Por esta razão, as componentes de tensão e a pressão de fluido desaparecem. Sendo assim, as condições naturais na superfície livre são: $p = \tau_{i3} = 0$ ($i = 1, 2, 3$).

3. ANÁLISE DE DISPERSÃO E ATENUAÇÃO

A onda elástica, ao se propagar no meio poroso saturado, induz um fluxo de fluido capaz de causar dispersão e atenuação da onda sísmica através de processos dissipativos de energia. A dispersão é definida como a variação da velocidade em função da frequência que ocorre devido ao movimento relativo entre a matriz sólida da rocha e o fluido que satura o meio poroso. Já a atenuação está associada com a taxa de decaimento exponencial da amplitude da onda em relação à distância (Oliveira, 2018).

Em um recente trabalho, Blanc (2013) derivou a relação de dispersão entre a frequência e o número de onda. Sendo assim, dados os números de onda $k_1(\omega)$, $k_2(\omega)$ e $k_3(\omega)$, os quais correspondem, respectivamente, à onda P rápida, onda P lenta e onda S , obtém-se as velocidades de fase

$$C_j(\omega) = \frac{\omega}{\text{Re}[k_j(\omega)]}, \quad j = 1, 2, 3, \quad (7)$$

onde $0 < C_2 < C_1$ e $C_3 > 0$, e também as atenuações

$$\alpha_j(\omega) = \text{Im}(k_j(\omega)), \quad j = 1, 2, 3. \quad (8)$$

Os resultados apresentados nesta seção são decorrentes do trabalho de Miranda (2016). A Fig. 1 apresenta o gráfico de dispersão da onda S , enquanto que a Fig. 2 mostra o gráfico de atenuação desta onda. Os dados utilizados na simulação são apresentados na Tabela 1. Os casos das ondas P rápida e P lenta podem ser avaliados de forma similar.

Tabela 1- Propriedades do meio poroso (Blanc, 2013)

Propriedade	Símbolo	Unidade	Valor
Densidade do fluido	ρ_f	Kg/m^3	1040
Densidade do meio poroso	ρ	Kg/m^3	1660
Viscosidade	η	$Pa.s$	10^{-3}
Porosidade	ϕ	-	0,2
Tortuosidade	a	-	2
Permeabilidade	κ	m^2	10^{-11}
Parâmetro de Lamé	λ	Pa	$6,14 \times 10^9$
Módulo de Biot	M	Pa	$6,49 \times 10^9$
Módulo de Biot	C	-	0,956
Módulo de cisalhamento	G	Pa	$2,93 \times 10^9$
Comprimento viscoso característico	Λ	m	$5,88 \times 10^{-6}$

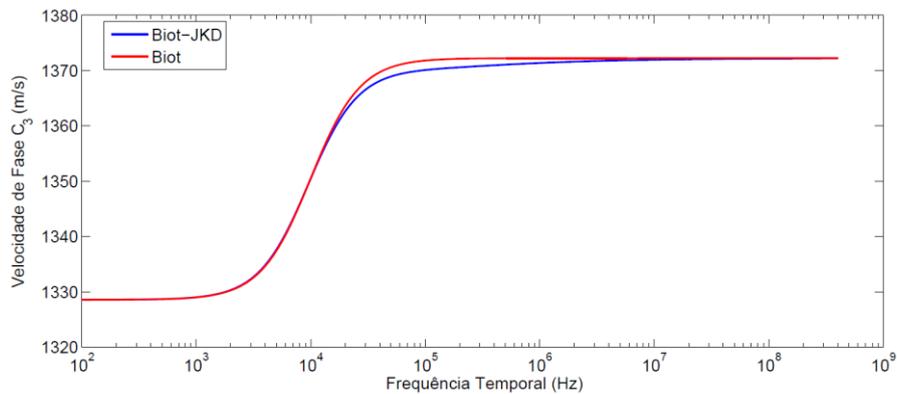


Figura 1- Curvas da velocidade de fase C_3 em termos da frequência.

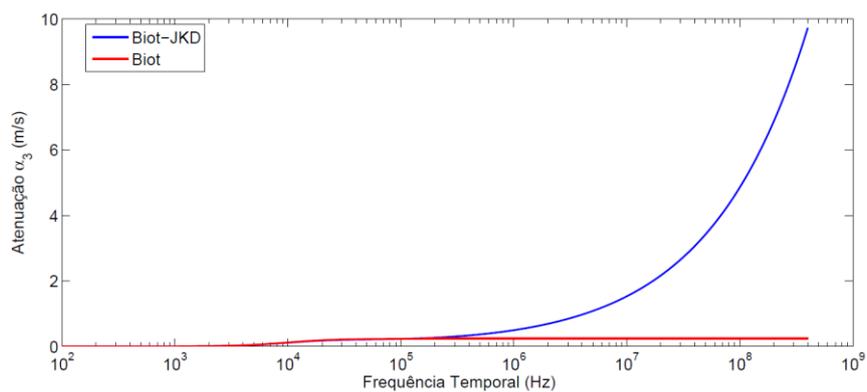


Figura 2- Curva da atenuação α_3 em termos da frequência.

Ao analisar a Fig. 1 nota-se que, para valores de frequências baixas, as curvas de dispersão são bem similares, com $C_3^0 \cong 1329 \text{ m/s}$, onde $C_3^0 = \lim_{\omega \rightarrow 0} C_3(\omega) = \sqrt{G/\rho}$. Além disso, na faixa de frequências de 10^4 Hz até 10^6 Hz há uma diferença significativa entre as

velocidades de fase $C_3(\omega)$. Já nas frequências maiores do que 10^6 Hz as velocidades se aproximam ao valor $C_3^\infty \cong 1370$ m/s, onde $C_3^\infty = \lim_{\omega \rightarrow \infty} C_3(\omega) = \sqrt{G\rho_E / (\rho_E\rho - \rho_f^2)}$ (Miranda, 2016).

Observa-se na Fig. 2 que, para as frequências baixas (até 10^4 Hz), as curvas são bem similares. Por outro lado, na faixa de frequências entre 10^4 Hz e 10^5 Hz há um pequeno desvio nos valores da atenuação. Já a partir de um valor um pouco maior do que 10^5 Hz a atenuação, no caso do modelo de Biot, é quase estática, porém, para o modelo de Biot-JKD esta cresce de forma bem rápida.

4. TEORIA E MÉTODO

A solução analítica do Sistema (5)-(6) foi apresentada em Azeredo (2013) com base no formalismo de Ursin (1983). De forma geral, este formalismo tem a proposta de representar o sistema de equações diferenciais parciais (5)-(6) como dois sistemas desacoplados de equações diferenciais ordinárias lineares, os quais possuem a seguinte forma

$$\frac{d}{dz} \Phi^{(m)} = -i\omega \mathbf{M}^{(m)} \Phi^{(m)} + \mathbf{S}^{(m)}, \quad m = 1, 2, \quad (9)$$

onde $\Phi^{(m)}$ são vetores $2n_m \times 1$ ($n_1 = 3, n_2 = 1$), definidos pelas variáveis do Sistema (5)-(6), $\mathbf{S}^{(m)}$ são os vetores $2n_m \times 1$ que representam a fonte e $\mathbf{M}^{(m)}$ são matrizes $2n_m \times 2n_m$ definidas em blocos e formadas por matrizes simétricas.

Inicialmente, aplica-se a transformada de Fourier unidimensional ao Sistema (5)-(6) já que, como pode-se observar, a Eq. (9) assume uma dependência de $e^{-i\omega t}$ no tempo. O próximo passo a ser tomado em direção ao formalismo de Ursin é substituir o Sistema (5)-(6) nas variáveis x_1, x_2 e x_3 por um sistema de equações diferenciais que dependa apenas da variável z . Para isto, aplica-se a transformada de Fourier bidimensional com respeito às variáveis x_1 e x_2 . O sistema é então simplificado através de uma mudança de coordenadas. Sendo assim, ao invés de utilizar-se a base canônica $\{e_1, e_2, e_3\}$, considera-se para cada número de onda $(k_1, k_2)^T$ uma nova base ortogonal (Azeredo, 2013).

O formalismo de Ursin propõe que a solução do Sistema (9) seja interpretada como um vetor de ondas ascendentes e descendentes. Para isto, realiza-se uma diagonalização da matriz $\mathbf{M}^{(m)}$ deste sistema onde o vetor de variáveis passa então a ser escrito na nova base de autovetores.

De acordo com Azeredo (2013), a solução a uma profundidade z é obtida inicialmente para um meio homogêneo e, posteriormente, calculada em qualquer posição do reservatório. Para isto, são consideradas condições de salto nas fronteiras entre as camadas e utiliza-se matrizes de transmissão e reflexão.

Finalmente, para que a solução seja então obtida no domínio original, deve-se realizar a rotação inversa e, em seguida, a transformada inversa de Hankel (ou Fourier-Bessel).

Desta forma, a solução do sistema é obtida no domínio das coordenadas cilíndricas e evita-se maiores esforços computacionais caso fosse utilizada a transformada bidimensional inversa de Fourier. Em seguida, realiza-se a transformada de Fourier inversa para que a solução possa ser representada no domínio do tempo.

5. RESULTADOS NUMÉRICOS

As simulações da propagação das ondas elásticas foram realizadas através de uma análise *unidimensional* de modelos geológicos horizontalmente estratificados compostos por três camadas homogêneas e isotrópicas. Os resultados apresentados nesta seção são decorrentes do trabalho de Oliveira (2018). As propriedades físicas das camadas estão dispostas na Tabela 2.

Tabela 2- Propriedades físicas do meio poroelástico (Blanc, 2013; Chiavassa *et al.*, 2010)

Propriedade	Símbolo	Unidade	Camadas 1 e 3	Camada 2
Massa específica do fluido	ρ_f	Kg/m^3	1040	1000
Massa específica da fase sólida	ρ_s	Kg/m^3	2650	2644
Viscosidade	η	$Pa.s$	10^{-3}	10^{-3}
Porosidade	ϕ	-	0,3	0,2
Tortuosidade	a	-	2	2,4
Permeabilidade	κ	m^2	10^{-12}	$3,6 \times 10^{-13}$
Parâmetro de Lamé	λ	Pa	$8,4 \times 10^9$	$1,06 \times 10^{10}$
Módulo de Biot	M	Pa	$7,05 \times 10^9$	$9,7 \times 10^9$
Módulo de Biot	C	-	0,88	0,72
Módulo de cisalhamento	G	Pa	$1,85 \times 10^9$	$7,04 \times 10^9$
Comprimento viscoso característico	Λ	m	$7,3 \times 10^{-6}$	$5,88 \times 10^{-6}$

Os resultados das simulações são apresentados separadamente em relação ao domínio de frequência a que pertencem. Para o domínio das baixas frequências utilizou-se uma fonte com frequência dominante de 20 Hz. Já para o domínio das altas frequências utilizou-se uma fonte com frequência dominante de 200 kHz. Em ambos os casos, tanto a fonte quanto o receptor estão localizados na superfície livre (Fig. 3) e a fonte sísmica é representada por uma função composta por senoides truncadas (Blanc, 2013).

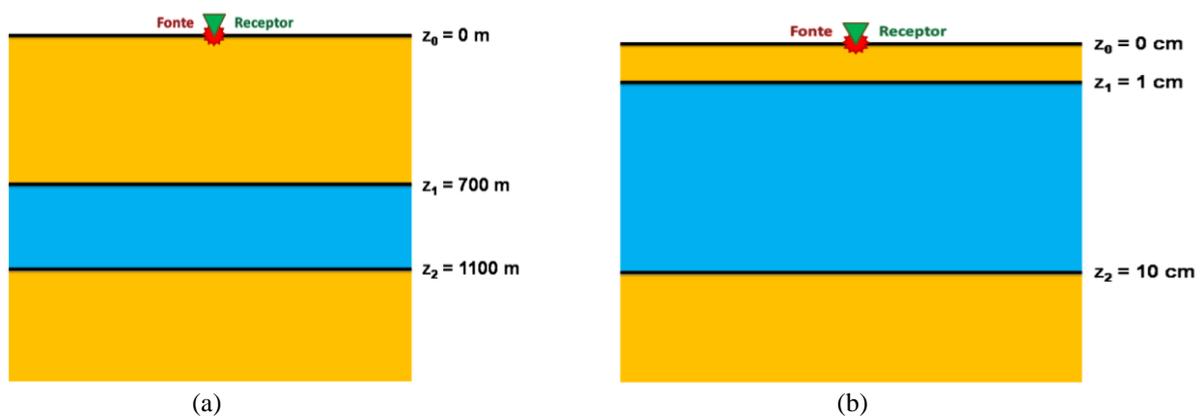


Figura 3- Modelo geológico utilizado para as simulações em baixas (a) e altas frequências (b).

Representa-se na Fig. 4 o gráfico da velocidade de deslocamento absoluto da fase sólida tanto para o modelo de Biot (curva azul), quanto para o modelo de Biot-JKD (curva

vermelha). Neste caso, considera-se o regime de baixas frequências. As setas numeradas indicam os tempos de chegada dos eventos detectados na simulação.

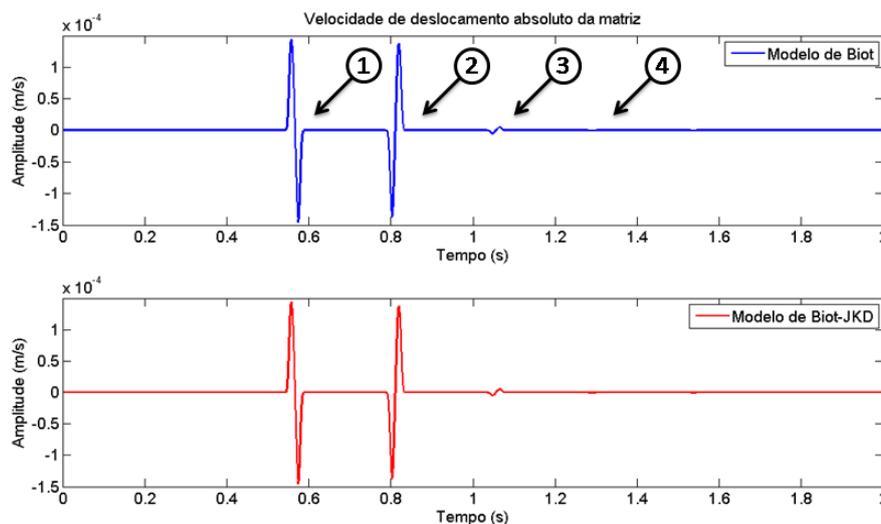


Figura 4- Velocidade de deslocamento absoluto da fase sólida para baixas frequências.

Como dito anteriormente, para baixas frequências o meio não suporta a onda lenta, já que esta se torna difusiva. Além disso, como os resultados apresentados foram obtidos através de uma simulação unidimensional, pode-se afirmar que não há a presença da onda cisalhante. Dessa forma, todos os eventos observados na Fig. 4 são referentes à propagação da onda compressional rápida no meio poroelástico.

A seta 1 na Fig. 4 é referente à onda refletida na primeira interface, a numeração 2 indica a onda refletida na segunda interface, já as setas 3 e 4 são referentes às múltiplas internas.

A Fig. 5 representa os eventos observados na propagação da onda elástica a partir dos modelos de Biot e Biot-JKD para o caso de altas frequências. Trata-se do gráfico da velocidade de deslocamento absoluto da fase sólida em função do tempo.

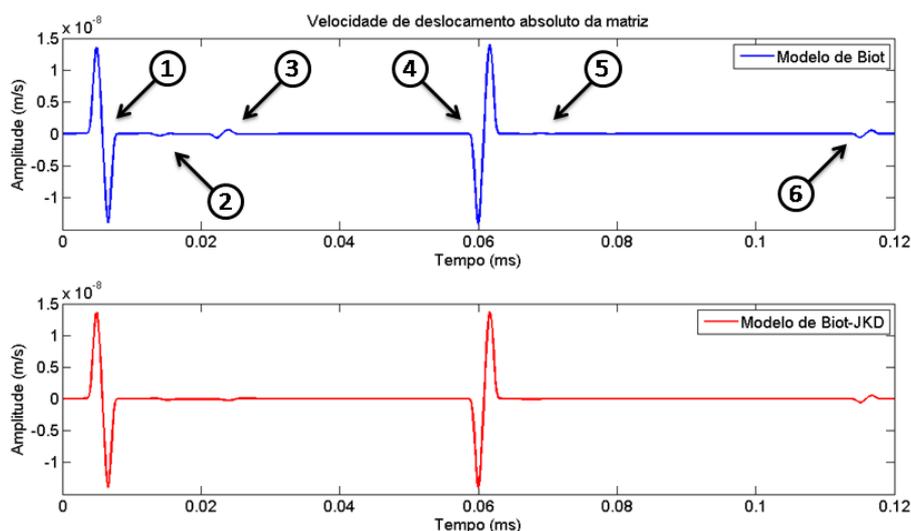


Figura 5- Velocidade de deslocamento absoluto da fase sólida para altas frequências.

As setas numeradas apontam os tempos de chegada dos eventos determinados pela simulação. A numeração 1 é referente à onda rápida refletida na primeira interface, a seta 2 indica a onda convertida rápida-lenta ou lenta-rápida, haja vista que ambas possuem o mesmo tempo de trânsito neste caso, a seta 3 assinala a onda lenta refletida na primeira interface, a seta 4 corresponde a onda rápida refletida na segunda interface, a quinta numeração indica a onda lenta que foi convertida para onda rápida ao refratar na primeira interface e, em seguida, refletir na segunda interface e a numeração 6 é referente à múltipla interna da onda rápida.

Observa-se na Fig. 5 que, para altas frequências, além da onda rápida a onda lenta também se propaga no meio poroelástico.

Outro fenômeno visualizado nesta simulação foi a presença da onda compressional convertida rápida-lenta e também lenta-rápida onde, durante a propagação da onda elástica, esta converte o seu modo de propagação ao refratar ou refletir em uma interface de descontinuidade entre dois meios poroelásticos distintos, conforme observado por Bouzidi (2013).

6. CONCLUSÕES

Neste trabalho foram considerados os modelos de Biot e Biot-JKD para um meio isotrópico 3D e estratificado.

Inicialmente, realizou-se uma análise da dispersão e atenuação para um meio homogêneo, comparando-se estes dois modelos e, em seguida, aplicou-se o formalismo de Ursin, o qual corresponde a um método matricial para obter a solução analítica-numérica dos sistemas de Biot e Biot-JKD. Por último foram apresentados alguns dos resultados obtidos através da implementação computacional do método, onde os tempos de chegada das ondas primárias podem ser facilmente verificados através da relação entre a velocidade e o deslocamento da onda.

O resultado encontrado para o domínio das altas frequências (Fig. 5) apresenta uma diferença de amplitude para os eventos sísmicos relacionados com a onda lenta entre os dois modelos utilizados, Biot e Biot-JKD. A explicação para tal fenômeno se encontra na análise de dispersão e atenuação das ondas que se propagam através de um meio poroelástico 1D (Figuras 1-2), onde pode-se observar que a atenuação para o modelo de Biot-JKD é maior do que para o modelo de Biot no domínio das altas frequências.

Já para o resultado da simulação no domínio das baixas frequências (Fig. 4) não se nota diferenças de amplitude entre os modelos de Biot e Biot-JKD, o que já era esperado teoricamente, haja vista que para este domínio as curvas de dispersão são similares, como pode ser visto na Fig. 1.

Outro fenômeno importante que pôde ser observado no resultado da simulação para o domínio das altas frequências (Fig. 5) foi a conversão da onda compressional rápida-lenta.

A solução proposta para os sistemas de Biot e Biot-JKD se difere das demais encontradas na literatura por se tratar de uma solução matricial, o que diminui consideravelmente os esforços computacionais, além de ser uma solução analítica para o problema em questão.

Este trabalho pode ser aplicado para investigar as relações entre a propagação de ondas elásticas (sísmicas) e as propriedades físicas do meio poroso (reservatório). Além disso, o mesmo proporciona um método efetivo para encontrar a solução de problemas inversos associados com a caracterização de parâmetros petrofísicos de reservatórios.

Agradecimentos

Ao PRH-PB 226 pelo suporte financeiro e ao Laboratório de Engenharia e Exploração de Petróleo – LENEP/UENF por fornecer todas as condições necessárias à elaboração deste trabalho.

REFERÊNCIAS

- Azeredo, M.M. (2013), “*Modelagem matemática e computacional da propagação de ondas sísmicas em meios poroelásticos estratificados*”, Tese de Doutorado, UENF, Macaé-RJ.
- Biot, M.A. (1956a), “*Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid. I. Low-frequency range*”, *Acoust. Soc. Am.*, 28, 168-178.
- Biot, M. A. (1956b), “*Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid. II. Higher frequency range*”, *J. Acoust. Soc. Am.*, 28, 179-191.
- Blanc, E. (2013), “*Time-domain numerical modeling of poroelastic waves: the Biot-JKD model with fractional derivatives*”, Tese de Doutorado, Aix-Marseille Université.
- Bouzidi, Y. (2013), “*Numerical models of converted slow p-wave modes in porous media*”, in *Poromechanics V ASCE*. [S.l.: s.n.].
- Carcione, J.M. (2007), “*Wave fields in real media: wave propagation in anisotropic, anelastic, porous and electromagnetic media*”, second. [S.l.]: Elsevier.
- Chiavassa, G., Lombard, B., Piraux, J. (2010), “*Numerical modeling of 1d transiente poroelastic waves in the low-frequency range*”, *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 1757-1765.
- Johnson, D.L., Koplik, J., Dashen, R. (1987), “*Theory of dynamic permeability and tortuosity in fluid-saturated porous media*”, *Journal of Fluid Mechanics*, Cambridge Univ. Press, 176, 1, 379-402.
- Masson, Y., Pride, S. (2010), “*Finite-difference modeling of biot’s poroelastic equations across all frequencies*”, *Geophysics*, Society of Exploration Geophysicists, 75, N33-N41.
- Miranda, M.R.S.T. (2016), “*Método Matricial em Modelagem Poroelástica: Modelo de Biot-JKD*”, Dissertação de Mestrado, UENF.
- Muller, T.M., Gurevich, B., Lebedev, M. (2010), “*Seismic wave attenuation and dispersion resulting from wave-induced flow in porous rocks*” - A review, *Geophysics*, 75, 75-147.
- Oliveira, I. B. (2018), “*Modelagem de propagação das ondas elásticas em meios porosos 1D: modelos de Biot vs. Biot-JKD*”, Dissertação de Mestrado, UENF, Macaé-RJ.
- Ursin, B. (1983), “*Review of elastic and electromagnetic wave propagation in horizontally layered media*”. *Geophysics*, 48, 1063-1081.

MODELING OF ELASTIC WAVES PROPAGATION IN STRATIFIED POROUS MEDIA

Abstract. *Theory of poroelasticity describes, through a system of partial differential equations, the propagation of the elastic wave in a porous medium saturated by fluid. Johnson-Koplik-Dashen (JKD) expanded the Biot equation system using the dynamic permeability model to describe viscous energy dissipation. The objective of this work is to simulate, using a mixed problem for the systems of the Biot and Biot-JKD equations, the elastic response in stratified porous medium. It’s considered the low and high frequencies for geological models that characterize the reservoir and laboratory scales, respectively. The method is based on Ursin’s Formalism, which allows to find the solution in the matrix form, explicit and simplified.*

Keywords: *Stratified porous medium; Biot-JKD model; Ursin Formalism*