

08 a 11 de Outubro de 2018  
Instituto Federal Fluminense  
Búzios - RJ

## EXCEL COMO FERRAMENTA NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS QUE ENVOLVEM A TAXA DE TRANSFERÊNCIA DE CALOR EM ALETAS TIPO PINO

**Daiane Ribeiro Dias**<sup>1</sup> – daianedias2301@gmail.com

**Polyana Gomes de Aguiar**<sup>2</sup> – polyana.eq@gmail.com

**João Carlos Gonçalves**<sup>2</sup> – joaocarloseq@gmail.com

<sup>1</sup> Universidade Federal de Uberlândia, Campus Santa Mônica – Uberlândia, MG, Brasil.

<sup>2</sup> Instituto Federal do Norte de Minas Gerais, Campus Montes Claros – Montes Claros, MG, Brasil.

**Resumo.** Aletas são dispositivos utilizados para aumentar a transferência de calor em um corpo, expondo uma superfície maior à convecção e a radiação. Devido a essa característica e aplicabilidade, estudos sobre taxa de transferência de calor são realizados constantemente para identificar a melhor extensão de uma aleta ou mesmo um arranjo que resulta em uma melhor taxa de transferência de calor, sendo esse parâmetro avaliado pelo desempenho da aleta que é mensurado pela efetividade e eficiência. A solução para as equações gerais das aletas disponíveis na literatura, para a maioria dos modelos, soa problemas de alta complexidade para resolução de forma analítica. Neste contexto este trabalho teve o objetivo de realizar experimentalmente a distribuição de temperaturas ao longo da seção de três aletas piniformes e com esses dados utilizar uma metodologia mais geral para o cálculo da taxa de transferência de calor utilizando o software Excel e sua ferramenta SOLVER. A metodologia proposta, mostrou-se simples e eficiente para obtenção dos parâmetros desejados, gerando resultados confiáveis.

**Palavras-chave:** Solver. Aletas. Taxa de transferência de calor.

### 1. INTRODUÇÃO

As superfícies estendidas, também denominadas de aletas, são dispositivos utilizados para aumentar a área de troca térmica entre paredes metálicas e um fluido mau condutor de calor como os gases. Envolvem a transferência de calor por condução, no interior do sólido, e por convecção nas fronteiras do sólido com a vizinhança (BIRD, 2011). São diversas as aplicações, como dispositivos para resfriar cabeçotes de motores de motocicletas e de cortadores de grama, ou para resfriar transformadores de potência elétrica (INCROPERA, 2008). Devido à grande utilidade há uma diversidade de configurações das quais são amplamente estudadas. Dentre várias, existem as retangulares, triangulares, tipo pino de perfil retangular.

O grande aumento proporcionado na área de troca térmica permite um aumento significativo na taxa de transferência de calor, seja para ganho ou liberação de energia (SILVA, 2015). No entanto, a inclusão de aletas em uma superfície não garante aumento na taxa de transferência de calor. Sendo assim é importante avaliar o desempenho das superfícies estendidas (CENGEL; GHAJAR, 2012). Uma investigação sobre o contexto pode ser feita através da determinação da efetividade e da eficiência da aleta. Desta maneira, faz-se necessário a realização de estudos sobre seu desempenho para verificar o comportamento na aplicação pretendida (INCROPERA, 2008). No entanto a resolução dos modelos de distribuição de temperaturas e de taxa de transferência de calor são os primeiros parâmetros a serem determinados para posteriormente avaliar o desempenho.

A solução geral para as equações da aleta em alguns casos de condições na extremidade ( $x = L$ ) é bastante complicada. Logo, este trabalho teve como objetivo a determinação experimental da distribuição de temperaturas em aletas tipo pino de três tipos de materiais constituintes diferentes e com esses dados utilizar a ferramenta SOLVER do Excel para obtenção da solução da equação geral de transferência de calor, de forma a resultar em economia de tempo e esforço para os cálculos e posteriormente determinar o desempenho das aletas.

## 2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Como engenheiros, é fundamental o conhecimento da extensão ou um arranjo de aletas que possa melhorar a transferência de calor de uma superfície para um fluido adjacente. Para determinar a transferência de calor associada a uma aleta, o primeiro passo, é obter a distribuição de temperaturas ao longo da sua seção (INCROPERA, 2008). A distribuição de temperaturas e a taxa de transferência de calor de aletas de seção uniforme encontra-se na Tabela 1.

Tabela 1 – Distribuição de temperaturas e perda de calor para aletas de seção transversal uniforme.

Caso	Condição na extremidade ( $x = L$ )	Distribuição de temperaturas ( $\theta/\theta_b$ )	Taxa de transferência de calor da aleta $q_f$
A	Taxa de transferência de calor convectiva: $h\theta(L) = -kd\theta/dx _{x=L}$	$\frac{\cosh m(L-x) + \sinh m(L-x)}{\cosh mL + (h/mk) \sinh mL}$	$M \frac{\sinh mL + (h/mk) \cosh mL}{\cosh mL + (h/mk) \sinh mL}$
B	Adiabática: $kd\theta/dx _{x=L} = 0$	$\frac{\cosh m(L-x)}{\cosh mL}$	$M \tanh mL$
C	Temperatura especificada $\theta(L) = \theta_L$	$\frac{(\theta_L/\theta_b) \sinh mx + \sinh m(L-x)}{\sinh mL}$	$M \frac{(\cosh mL - \theta_L/\theta_b)}{\sinh mL}$
D	Aleta infinita ( $L \rightarrow \infty$ ): $\theta(L) = 0$	$e^{-mx}$	$M$
		$m^2 \equiv hP/kA_{tr}$	
		$M \equiv \sqrt{hPkA_{tr}\theta_b}$	
		$\theta \equiv T - T_\infty$	
		$\theta_b = \theta(0) = T_b - T_\infty$	

Fonte: INCROPERA (2008)

O grande aumento proporcionado na área de troca térmica resulta em um incremento considerável na capacidade de transferência de calor, apesar disso a mesma representa uma resistência condutiva à transferência de calor na superfície original. No entanto, não existe garantia de que a aleta irá aumentar a taxa de transferência de calor caso a configuração geométrica adotada não seja adequada (INCROPERA, 2008). Sua utilização em determinada superfície só é recomendada se o aumento da transferência de calor justificar o aumento do custo e da complexidade associados às mesmas. Assim, uma investigação pode ser realizada através da determinação da eficácia da aleta  $\varepsilon_{aleta}$ , que é avaliada com base no aumento da transferência de calor em relação ao caso sem aletas, definida pela Equação 1 (CENGEL; GHAJAR, 2012).

$$\varepsilon_a = \frac{\dot{q}_a}{hA_b(T_b - T_\infty)} \quad (1)$$

A temperatura da aleta diminui ao longo de sua seção, conseqüentemente a transferência de calor é menor. Para levar em conta o efeito dessa diminuição de temperatura na transferência de calor, outra medida de desempenho pode ser feita, a eficiência da aleta,  $\eta_a$ , que é representada pela Equação 2 para aletas piniformes (CENGEL; GHAJAR, 2012).

$$\eta_a = \frac{\tanh mL_c}{mL_c} \quad (2)$$

Onde  $L_c = L + D/4$ .

Para determinação desses parâmetros é essencial o cálculo do coeficiente de transferência de calor por convecção médio das superfícies. Segundo Holman (1983), algumas simplificações são utilizadas para uma estimativa rápida, porém aproximada para superfícies isotérmicas no ar à pressão atmosférica e em temperaturas moderadas. Para resultados mais precisos empregam-se expressões mais exatas. A equação simplificada utilizada neste trabalho se aplica para o ar entre 20 e 800 °C.

$$\bar{h} = 1,32 \left( \frac{\Delta T}{d} \right)^{\frac{1}{4}} \quad (3)$$

As expressões de perfis de temperaturas e taxa de transferência de calor para os casos A, B e C (Tabela 1) são um tanto complexas para determinação dos parâmetros de forma analítica. Assim, torna-se importante o uso de ferramentas computacionais para resolução de problemas desse nível de complexidade. Para este tipo de situação o SOLVER do Excel é uma ferramenta muito útil. Segundo D'Angelo (2017), o SOLVER faz parte de um pacote de programas algumas vezes chamado de ferramentas de teste de hipóteses. Com o SOLVER é possível obter um valor ideal (máximo ou mínimo) para uma fórmula em uma célula, chamada célula de objetivo, conforme restrições ou limites, sobre os valores de outras células de fórmula em uma planilha.

Abrahão (2007) realizou um estudo sobre o comportamento e desempenho de aletas do tipo pino, onde foi feita uma comparação de resultados experimentais e numéricos (utilizando técnicas de fluidodinâmica computacional) mostrando que as curvas de temperaturas *versus* comprimento são independentes das condições iniciais, o que possibilitou a estimativa dos

índices de desempenho da aleta e a taxa de transferência convectiva através do método numérico, uma vez que esta é uma propriedade difícil de ser mensurada analiticamente.

Hayabharathy e Mathiazhagan (2012) estudaram a dissipação de calor convectiva em superfícies aletadas de diferentes geometrias. Valores analíticos e numéricos foram calculados para as geometrias estudadas e concluíram que a taxa de transferência de calor é maior para a aleta triangular, seguida da aleta tipo pino e da retangular.

### 3. MATERIAL E MÉTODOS

Utilizou-se três aletas cilíndricas de seção transversal uniforme: (1) aleta de aço carbono (0,2% C; 1,02% Cr; 0,15% V); (2) aleta de alumínio liga (4,5% Cu; 1,5 % Mg; 0,6 % Mn) e (3) aleta de alumínio puro. As aletas foram submetidas ao aquecimento e, após atingir o estado estacionário, iniciou-se a medição. As temperaturas foram medidas na base e em pontos previamente marcados. Os experimentos foram realizados com quatro repetições e tomado os valores médios. As especificações das aletas utilizadas encontram-se na Tabela 2.

Tabela 2 – Dimensões e condutividade térmica teórica das aletas.

Aleta	L (m)	d (m)	$k(W/m \cdot K)$
1 – Aço carbono	0,560	0,009240	48,370
2 - Alumínio (liga)	0,549	0,001100	182,18
3 - Alumínio puro	0,541	0,003606	228,97

A partir dos dados experimentais de distribuição de temperaturas  $(\theta/\theta_b)$  para a aleta, foi determinado o parâmetro “m”, utilizando o Solver do Excel para minimizar a soma do quadrado das diferenças entre as distribuições de temperaturas experimentais e as calculadas pelas correlações descritas na Tabela 1, variando o parâmetro “m”. A função objetivo (F. O.) é dada pela Equação (4):

$$F. O. = \sum_1^n [(\theta/\theta_b)_{exp} - (\theta/\theta_b)_{cal}]^2 \quad (4)$$

A escolha da função objetivo deve-se à eliminação de valores negativos, buscando minimizar a soma dos desvios entre os dados experimentais e os calculados pelo modelo. Os valores experimentais de distribuição de temperaturas foram inseridos na tabela no Excel criou-se uma célula para armazenar o parâmetro “m” e outra para armazenar a função objetivo, além de mais duas colunas, uma para armazenar a distribuição de temperaturas calculada e outra para armazenar a diferença dos quadrados de cada dado disponível. Com os dados inseridos no Excel clicou-se no ícone do SOLVER, aparecendo a janela representada pela Figura 1, na qual se pode observar o campo para indicar a função objetivo, o campo para indicar se o desejado é obter um valor máximo ou mínimo para a função (nesse caso o desejado é o mínimo) e o campo para informar a célula variável que, nesse caso, foi o parâmetro “m”. Posteriormente, clicou-se em Resolver e o Excel calculou o valor de “m”.

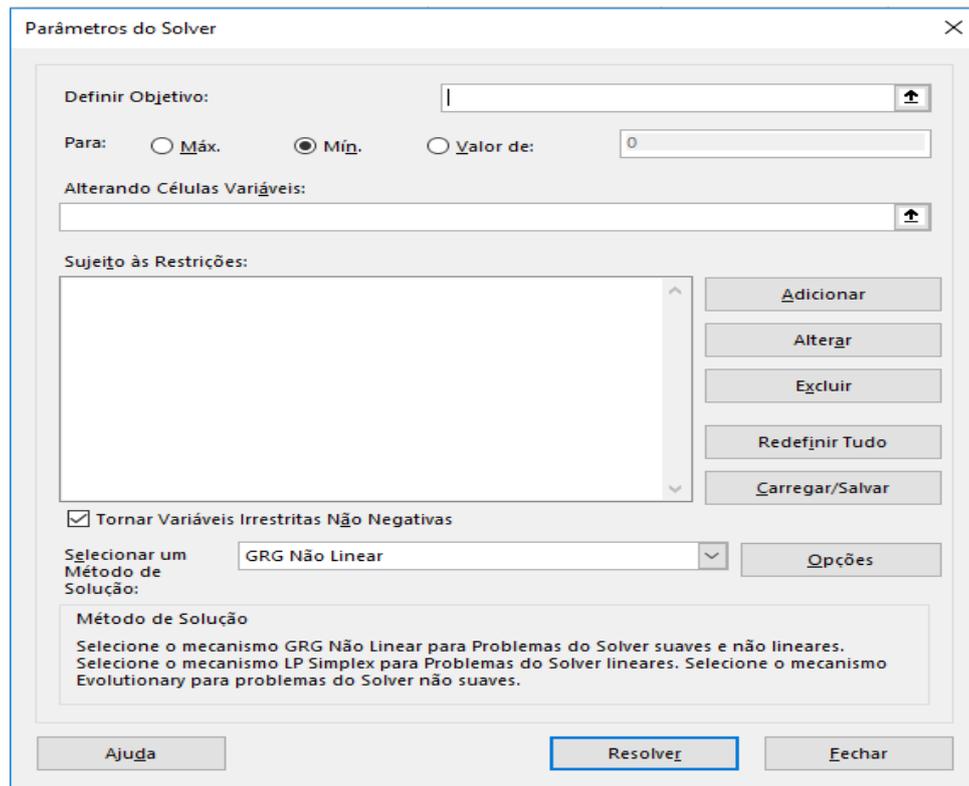


Figura 1 – Tela de trabalho da ferramenta SOLVER do EXCEL.

Os dados processados no Excel encontram-se no Quadro 1 para o Caso B da aleta 3, neste contexto o valor calculado para  $m$  foi de 9,0085. Com esse valor e a determinação do coeficiente de convecção pela Equação 3 é possível a obtenção da condutividade térmica experimental, taxa de transferência de calor, efetividade e eficiência das aletas em estudo.

Quadro 1 – Disposição dos dados processados no EXCEL para cálculo do parâmetro  $m$ . Aleta 3, Caso B.

$(\theta/\theta_b)$ Calculado	x (m)	T (K)	$\theta$	$(\theta/\theta_b)$ Experimental	Erro <sup>2</sup>	$T_\infty$ (K)	L (m)
1,0000	0	390,15	91,25	1	0	298,9	0,541
0,5825	0,06	351,4	52,50	0,575342	5,146E-05		
0,3394	0,12	328,65	29,75	0,326027	1,788E-04		
0,1979	0,18	316,15	17,25	0,189041	7,810E-05		
0,0679	0,30	307,15	8,250	0,090411	5,067E-04		
0,0405	0,36	303,15	4,250	0,046575	3,645E-05		
0,0253	0,42	303,40	4,500	0,049315	5,762E-04		
0,0177	0,48	302,15	3,250	0,035616	3,225E-04		
0,0153	0,54	301,65	2,750	0,030137	2,204E-04		
						Parâmetro m	
						9,0085	
						Função objetivo	
						0,001970694	

#### 4. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Os parâmetros calculados para a aleta de aço carbono encontram-se na Tabela 3. Os resultados sugerem que a aleta pode ser considerada adiabática (Caso B) ou infinita (Caso D), uma vez que o valor encontrado para a condutividade térmica experimental apresentou erro relativo inferior a 3% nos dois casos. Esses resultados sugerem que a taxa de transferência de calor, a efetividade e eficiência foram estimados com precisão para os modelos correspondentes. Os resultados para a efetividade, mostram que se obtém, um aumento superior a 37,629 vezes na transferência de calor através da aleta tipo pino utilizada no experimento.

Tabela 3 – Parâmetros calculados para a Aleta 1.

Caso	m	$k(W/m \cdot K)$	Erro relativo k (%)	$q_f(W)$	$\varepsilon_a$	$\eta_a$
A	9,8720	63,81	31,920	5,5112	43,826	0,18374
B	11,497	47,05	2,7392	4,7319	37,6289	0,15777
C	11,683	45,56	5,8115	4,6566	37,0303	0,15526
D	11,497	47,04	2,7400	4,7319	37,6290	0,15777

Os resultados encontrados para a aleta 2 (Tabela 4) sugerem que a mesma pode ser considerada adiabática, pois o erro relativo de 0,00535% para a condutividade é significativamente pequeno. A transferência de calor nesse tipo de aleta é segundo Cengel e Ghajar (2012) proporcional à área da superfície e a superfície da ponta da aleta normalmente é uma fração desprezível da sua área total, assim a ponta da aleta pode ser considerada adiabática. Neste contexto a taxa de transferência de calor foi de 14,9013 W resultando em uma efetividade de 67,7484 e eficiência de 0,34086.

Tabela 4 – Parâmetros calculados para a Aleta 2.

Caso	m	$k(W/m \cdot K)$	Erro relativo k (%)	$q_f(W)$	$\varepsilon_a$	$\eta_a$
A	2,9970	567,02	211,24	28,4987	129,568	0,56199
B	5,2888	182,08	0,0535	14,9013	67,7484	0,34068
C	5,1885	189,19	3,8489	15,2151	69,1750	0,34703
D	4,9650	206,61	13,409	15,9690	72,6023	0,36199

Os resultados descritos na Tabela 5 sugerem que a taxa de transferência de calor, a efetividade e eficiência foram estimados com precisão pela consideração de aleta adiabática (Caso B), uma vez o erro relativo encontrado para a condutividade térmica foi inferior a 1,4%.

Tabela 5 – Parâmetros calculados para a Aleta 3.

Caso	m	$k(W/m \cdot K)$	Erro relativo k (%)	$q_f(W)$	$\varepsilon_a$	$\eta_a$
A	3,0070	2027,05	785,29	6,1388	398,574	0,56826
B	9,0085	225,86	1,3570	1,8965	123,1352	0,20482
C	9,8160	190,23	16,9180	1,7403	112,9908	0,18799
D	9,0141	225,58	1,479	1,8956	123,0736	0,20469

Para as três aletas estudadas nota-se que a eficiência, de acordo com o tipo sugerido, apresentou pequena magnitude. Esse fato está relacionado ao comprimento da aleta. Segundo Cengel e Ghajar (2012), a eficiência diminui com o aumento do comprimento, por causa da diminuição da temperatura dado seu comprimento. Neste contexto, não podem ser economicamente justificadas e devem ser evitadas na prática, tendo em vista que a maioria das aletas utilizadas na prática apresentam eficiência acima de 0,9.

## 5. CONCLUSÕES

Em relação às quatro condições (A, B, C e D) apresentadas na Tabela 1, o procedimento utilizando o SOLVER do Excel para determinar a taxa de transferência de calor e a distribuição de temperaturas para as aletas tipo pino foi significativamente viável pois resultou em economia de tempo/esforço nos cálculos e na análise dos dados, uma vez que a solução analítica soa problemas de alta complexidade. A efetividade e eficiência foram analisadas para as três aletas e, de acordo o caso proposto, a magnitude foi pequena, o que inviabiliza o uso na prática. A aplicação a partir do Excel é de fácil implementação e manuseio para usuários que utilizam o software, permitindo a obtenção de resultados confiáveis nos cálculos envolvidos.

## 6. NOMENCLATURA

$A_b$	Área da base da aleta [ $m^2$ ]
$A_{tr}$	Área da seção transversal [ $m^2$ ]
$d$	Diâmetro [ $m$ ]
$h$	Coefficiente de convecção [ $W/m^2K$ ]
$\bar{h}$	Coefficiente de convecção médio [ $W/m^2K$ ]
$k$	Condutividade térmica [ $W/mK$ ]
$L$	Comprimento da aleta [ $m$ ]
$L_c$	Comprimento corrigido [ $m$ ]
$P$	Perímetro [ $m$ ]
$\dot{q}_a$	Taxa de transferência de calor da aleta [ $W$ ]
$q_f$	Taxa de transferência de calor da aleta [ $W$ ]
$T_b$	Temperatura da base [ $K$ ]
$T_\infty$	Temperatura ambiente [ $K$ ]
$x$	Distância ao longo do comprimento [ $m$ ]
$\Delta T$	Variação de temperaturas [ $K$ ]
$\theta$	Excesso de temperatura [ $K$ ]
$\varepsilon_a$	Efetividade da aleta
$\eta_a$	Eficiência da aleta

## *Agradecimentos*

A equipe agradece ao Instituto Federal de Ciência, Tecnologia e Educação do Norte de Minas Gerais – *Campus Montes Claros* pelo suporte ao trabalho realizado.

## REFERÊNCIAS

- ABRAHÃO, P.B. *et al.* (2007), Estudo do comportamento e desempenho de aleta tipo pino. 2007. Relatório de trabalho de conclusão de curso. Escola de Engenharia, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.
- BIRD, Robert Byron. (2011), *Fenômenos de transporte*. 2ª ed. Rio de Janeiro: Editora LTC.
- CENGEL, Yunus A; GHAJAR, Afshin J. (2012), *Transferência de calor e massa: uma abordagem prática*. 4ª ed. Porto Alegre: Editora AMGH.
- D'ANGELO, José Vicente Hallak. (2017), Curso especial: Excel avançado com aplicações em Engenharia Química. Faculdade de Engenharia Química, UNICAMP, Campinas.
- HOLMAN, J.P. (1983), *Heat Transfer*. São Paulo: Editora Mc Graw Hill; Kogakusha.
- INCROPERA, Frank P. (2008), *et al. Fundamentos de transferência de calor e de massa*. 6ª ed. Rio de Janeiro: Editora LTC.
- JAYABHARATHY S, MATHIAZHAGAN P. (2012), Heat transfer and temperature distribution of diferente fin geometry using numerical method. *JP Journal of heat and Mass Transfer*, Allahabad, v.6,p. 223-234.
- SILVA, Ivan Costa. (2015), *Otimização de superfícies aletadas em tubos da seção de radiação de fornos sujeitos a chama*. 2015. Dissertação (mestrado). UFRJ/COPPE/ Programa de Engenharia Mecânica, Rio de Janeiro.

### EXCEL TOOL TO SOLVE PROBLEMS INVOLVING HEAT TRANSFER RATE IN PIN FINS

**Abstract:** *Fins are devices used to increase the heat transfer in a body, exposing a greater surface to convection and radiation. Due to this aspect and applicability, studies about the rate of heat transfer are constantly performed in order to identify the best extension for a fin or an arrangement resulting in a better heat transfer rate. This parameter is evaluated by the performance of the fin, which is measured by effectiveness and efficiency. The solution for the general equations for fins available in the literature, for most models, results in problems with high complexity to solve through analytical methods. In the given context, this project had the goal to perform experimentally the temperature distribution along the sections of three pin fins and with this data to use a more general methodology to calculate the heat transfer rate using the software Excel and the tool Solver. The proposed methodology showed itself to be simple and efficient to obtain the desired parameters, generating reliable results.*

**Key-words:** *Solver. Fins. Heat transfer rate.*