

08 a 11 de Outubro de 2018
Instituto Federal Fluminense
Búzios - RJ

TRANSFORMAÇÃO INTEGRAL E INFERÊNCIA BAYESIANA APLICADAS NA ESTIMATIVA DE PARÂMETROS EM UM MODELO DE EMISSÃO INSTANTÂNEA DE SEDIMENTOS NÃO-COESIVOS

Ademilton Luiz Rodrigues de Souza¹ - ademilton.souza@cefet-rj.br

Diego Campos Knupp² - diegoknupp@iprj.uerj.br

Pedro Paulo Gomes Watts Rodrigues² - pwatts@iprj.uerj.br

Antônio J. Silva Neto² - ajsneto@iprj.uerj.br

¹Centro Federal de Educação Tecnológica Celso Suckow da Fonseca, CEFET/RJ - Nova Friburgo, RJ

² Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Instituto Politécnico - Nova Friburgo, RJ, Brasil

Resumo. Neste trabalho apresenta-se uma abordagem de solução híbrida analítico-numérica com a Técnica da Transformada Integral Generalizada (GITT) para solução de um problema bidimensional transiente de emissão instantânea de sedimentos não-coesivos. Foram aplicados filtros analíticos para homogeneizar os contornos e melhorar a convergência. A equação foi transformada em um sistema acoplado de equações diferenciais parciais unidimensional, que foi resolvido numericamente empregando recursos do Software Wolfram Mathematica[®] 10. Os resultados são comparados com dados experimentais disponíveis e indicam a viabilidade da solução deste problema por meio da GITT, o que leva a ganhos computacionais importantes. Para o problema de identificação de parâmetros de dispersão e de transporte, no modelo 2D de advecção-dispersão, é utilizado o método de Monte Carlo com Cadeias de Markov, e que apresenta resultados satisfatórios.

Palavras-chave: Simulação Ambiental, Transporte de Sedimentos, GITT, Problemas Inversos.

1. INTRODUÇÃO

É observada uma preocupação crescente com o aumento da concentração de poluentes em corpos d' água, a qual se originou principalmente pelo crescimento industrial e populacional desordenado. O movimento de sedimentos e de poluentes representa um dos problemas mais comuns enfrentados pela população mundial, e por isso o conhecimento e a caracterização do comportamento dos sedimentos em meio hídrico se tornam essenciais para a proteção do meio ambiente, manutenção dos canais de navegação, construção de obras hidráulicas, bem como conservação do solo e dos recursos hídricos disponíveis. Na busca por soluções eficientes para esses problemas ambientais, modelos de transporte de poluentes, incluindo aí sedimentos em suspensão, estão sendo cada vez mais utilizados para previsão e estimativa do comportamento de plumas de contaminantes em corpos hídricos (Souza, 2010).

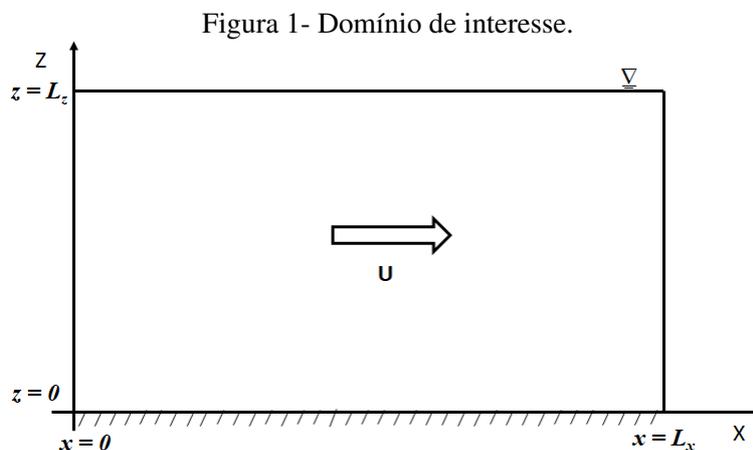
Recentemente tem sido grande o esforço de pesquisas voltadas para modelagem de fenômenos de transporte e dispersão de sedimentos em escoamentos naturais. Por exemplo, trabalhos desenvolvidos por Fan et al. (2015) e Guerrero et al. (2013) mostram que modelos analíticos e numéricos podem ser usados para representar os processos de advecção-dispersão que regem o transporte de poluentes em rios. Por outro lado, simplificações, premissas e estimativas de parâmetros presentes nestes modelos resultam em várias incertezas dentro do processo de modelagem. Neste contexto, torna-se necessária a exploração dessas incertezas, que são devidas à simplificação da equação de advecção-dispersão e aos parâmetros geralmente estimados empiricamente, como os coeficientes de dispersão.

Dentre as diferentes metodologias que surgiram para combinar a flexibilidade dos métodos numéricos com a robustez dos métodos analíticos destaca-se a técnica da Transformada Integral Generalizada - GITT (Generalized Integral Transform Technique) que é um método híbrido muito utilizado na solução de diversos problemas de escoamento e transferência de calor por meio do método de transformações integrais (Cotta, 1993; Souza et al., 2016).

Neste trabalho é realizada a estimação de parâmetros hidrodinâmicos e de transporte utilizando inferência Bayesiana e uma solução híbrida do modelo 2D-vertical de transporte de sedimentos não-coesivos empregando a GITT e a plataforma Wolfram Mathematica[®].

2. PROBLEMA DIRETO

O transporte e a dispersão de sedimentos em cursos d'água naturais podem ser descritos por um modelo bidimensional expresso por uma equação diferencial parcial, conhecida como equação de advecção-dispersão, deduzida a partir de um balanço de massa, onde os fluxos são regidos pela lei de Fick. A Figura 1, a seguir, ilustra a geometria do problema abordado neste trabalho.



A concentração de sedimentos não-coesivos para cada classe granulométrica pode ser representada pela seguinte equação de advecção-dispersão, com adição do termo de velocidade de queda da partícula de sedimento, e respectivas condições de contorno e inicial (Pinto et al., 2012; Rijn, 1986):

$$\frac{\partial C(x, z, t)}{\partial t} + U(z) \frac{\partial C(x, z, t)}{\partial x} - W_s \frac{\partial C(x, z, t)}{\partial z} = D_x \frac{\partial^2 C(x, z, t)}{\partial x^2} + D_z \frac{\partial^2 C(x, z, t)}{\partial z^2},$$

$$0 \leq x \leq L_x, \quad 0 \leq z \leq L_z, \quad t > 0 \quad (1a)$$

$$C(0, z, t) = C_0 + G\delta_{zt}(z - z_0, t - t_0), \quad 0 \leq z \leq L_z, \quad t > 0 \quad (1b)$$

$$\frac{\partial C(L_x, z, t)}{\partial x} = 0, \quad 0 \leq z \leq L_z, \quad t > 0 \quad (1c)$$

$$W_s C(x, L_z, t) + D_z \frac{\partial C(x, L_z, t)}{\partial z} = 0, \quad 0 \leq x \leq L_x, \quad t > 0 \quad (1d)$$

$$W_s C_a + D_z \frac{\partial C(x, 0, t)}{\partial z} = D - E, \quad 0 \leq x \leq L_x, \quad t > 0 \quad (1e)$$

$$C(x, z, 0) = C_1, \quad 0 \leq x \leq L_x, \quad 0 \leq z \leq L_z, \quad t = 0 \quad (1f)$$

onde $U(z)$ representa a velocidade do escoamento na direção x , W_s é a velocidade de queda da partícula de sedimento, D_x e D_z são os coeficientes de dispersão da concentração longitudinal e vertical, respectivamente, L_x e L_z são os comprimentos longitudinal e vertical do domínio de interesse, C_0 é a concentração natural de sedimentos que entra no domínio de cálculo, δ_{zt} é a função delta de Dirac, sendo G a quantidade de massa de sedimentos por unidade de largura do domínio emitida na posição $x = 0$, $z = z_0$ e no instante $t = t_0$, C_1 é a concentração inicial de sedimentos ao longo de todo o domínio, C_a é uma concentração de referência no leito do escoamento em condições de equilíbrio, e D e E são os fluxos de deposição e erosão de sedimentos, respectivamente.

A velocidade longitudinal ($U(z)$) pode ser determinada considerando um perfil logarítmico proveniente da lei da parede, dado pela expressão:

$$u(z) = \frac{u_*}{\kappa} \ln\left(\frac{z}{z_1}\right) \quad (2)$$

sendo $\kappa = 0,4$ a constante de von Karman, z_1 uma constante correspondente à camada desde o leito onde a velocidade é nula, e $u_* = \sqrt{\tau/\rho}$ é a velocidade de atrito junto ao fundo, sendo τ a tensão de cisalhamento entre as camadas de fluido e ρ a massa específica da água.

Para o problema apresentado foi proposta uma solução de filtro analítica para remover as informações dos termos fonte presentes nas condições de contorno na direção z , de forma a acelerar a convergência das expansões em autofunções do problema de autovalor. Desta forma, considerou-se que o campo de concentrações $C(x, z, t)$ da solução desejada possa ser representado pela soma de um potencial filtrado e uma função filtro, conforme apresentado a seguir:

$$C(x, z, t) = C_f(z) + C^*(x, z, t) \quad (3)$$

onde $C^*(x, z, t)$ é a solução do problema filtrado obtida através da técnica GITT, como uma expansão em autofunções, e $C_f(z)$ é a solução filtro proposta.

A função $C_f(z)$ é encontrada por meio do seguinte problema de filtragem homogêneo de segunda ordem, obtido derivando a Equação (3) e substituindo nas Equações (1a)-(1f):

$$-W_s \frac{\partial C_f(z)}{\partial z} = D_z \frac{\partial^2 C_f(z)}{\partial z^2} \quad (4a)$$

$$W_s C_f(L_z) + D_z \frac{\partial C_f(L_z)}{\partial z} = 0 \quad (4b)$$

$$W_s C_a + D_z \frac{\partial C_f(0)}{\partial z} = D - E \quad (4c)$$

O Sistema (4a)-(4c) é resolvido analiticamente, apresentando solução dada pela seguinte expressão:

$$C_f(z) = \frac{W_s \exp\left[-\frac{W_s}{D_z} z\right] + (D - E - W_s C_a) \exp\left[-\frac{L_z W_s}{D_z}\right]}{W_s^2} \quad (5)$$

2.1 Problema de Autovalor e Problema Transformado

A solução do problema filtrado é obtida por um esquema de transformação parcial, apenas na direção transversal, resultando em um problema transformado formado por um sistema de equações diferenciais parciais unidimensional. Em consequência, o seguinte problema de autovalor do tipo Sturm-Liouville associado é proposto:

$$D_z \frac{d^2 \psi_i(z)}{dz^2} + \beta_i^2 \psi_i(z) = 0 \quad (6a)$$

$$W_s \psi_i(L_z) + D_z \frac{d\psi_i(L_z)}{dz} = 0 = \frac{d\psi_i(0)}{dz} \quad (6b)$$

O problema apresentado permite definir o seguinte par de transformação integral:

$$\bar{C}_i(x, t) = \int_0^{L_z} \tilde{\psi}_i(z) C^*(x, z, t) dz \quad (\text{transformada}) \quad (7a)$$

$$C^*(x, z, t) = \sum_{i=1}^{\infty} \tilde{\psi}_i(z) \bar{C}_i(x, t) \quad (\text{inversa}) \quad (7b)$$

onde $\tilde{\psi}_i(z) = \frac{\psi_i(z)}{\sqrt{N_i}}$ são as autofunções normalizadas com $N_i = \int_0^{L_z} \tilde{\psi}_i(z)^2 dz$.

Aplica-se então o operador $\int_0^{L_z} \tilde{\psi}_i(z) (\cdot) dz$ no problema filtrado, para obter o seguinte problema transformado, com respectivas condições inicial e de contorno:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{C}_i(x, t)}{\partial t} + \sum_{j=1}^{\infty} \frac{d\bar{C}_j(x, t)}{dx} \int_0^{L_z} \tilde{\psi}_i(z) \tilde{\psi}_j(z) U(z) dz + (W - W_s) \sum_{j=1}^{\infty} \bar{C}_j(x, t) \int_0^{L_z} \tilde{\psi}_i(z) \frac{d\tilde{\psi}_j(z)}{dz} dz = \\ = D_x \frac{\partial^2 \bar{C}_i(x, t)}{\partial x^2} - \beta_i^2 \bar{C}_i(x, t) \end{aligned} \quad (8a)$$

$$\overline{C}_i(x, 0) = \int_0^{L_z} \tilde{\psi}_i(z)(C_1 - C_f(z))dz \quad (8b)$$

$$\overline{C}_i(0, t) = \int_0^{L_z} \tilde{\psi}_i(z)(C_0 + G\delta_{zt} - C_f(z))dz \quad (8c)$$

$$\frac{\partial \overline{C}_i(L_x, t)}{\partial x} = 0 \quad (8d)$$

O sistema formado pelas Equações (8a)-(8d) é resolvido numericamente para os potenciais transformados $\overline{C}_i(x, t)$, de modo que a fórmula de inversão, Equação (7b), pode ser empregada para obtenção da solução para o potencial filtrado, $C^*(x, z, t)$.

3. Problema Inverso

A estimação de parâmetros por meio da técnica de problemas inversos consiste na minimização de uma função objetivo que compara a resposta obtida pela solução do problema direto com a resposta observada pelos dados experimentais. Para isso, a partir de uma dada métrica, formula-se o problema de tal maneira que se possa estimar um conjunto de parâmetros que melhor se ajustam ao conjunto de valores medidos de entrada e saída (Silva Neto et al., 2016).

Nesta seção são apresentados os fundamentos teóricos para a solução do problema inverso de acordo com a abordagem Bayesiana, com a descrição do método de Monte Carlo via Cadeias de Markov (MCMC) para estimação de parâmetros dispersivos e de transporte presentes no problema original. De fato, devido à complexidade de medição dessas variáveis, buscou-se na análise do problema inverso a identificação dos parâmetros D_x , D_z , W_s e u_* , os quais têm grande influência no perfil de concentração de sedimentos e de contaminantes do modelo bidimensional (2DV) apresentado na seção anterior. Aliado a isso, considerou-se condições de fronteira realistas na superfície livre e no fundo do escoamento, onde os mecanismos de transporte e a dinâmica do fluxo sedimentar são mais complexas e, em geral, não são abordadas por grande parte das simplificações encontradas na comunidade científica, e que desprezam a carga de sedimentos transportados junto ao leito (Pinto et al., 2012; Rijn, 1986).

3.1 Inferência Bayesiana

No tratamento de problemas inversos surgem diferentes fatores que contribuem para as incertezas na identificação de parâmetros que podem ser consideradas e contornadas ao se empregar a abordagem Bayesiana, onde os parâmetros são analisados como variáveis aleatórias. As vantagens desta abordagem são a possibilidade de incluir informações *a priori* e incorporá-las em um contexto formal de decisão, bem como o tratamento explícito das incertezas e a habilidade de assimilar novas informações em contextos adaptativos (Costa, 2004).

A solução do problema inverso pela abordagem Bayesiana consiste em se obter a probabilidade *a posteriori* ($P_{post}(\beta|Z_e)$), com o emprego do teorema de Bayes, tal que:

$$P_{post}(\beta|Z_e) = P(Z_e|\beta)P_{pr}(\beta)/P(Z_e) \quad (9)$$

onde $P_{pr}(\beta)$ é a densidade de probabilidade *a priori* para os parâmetros β , $P(Z_e)$ é a função de densidade de probabilidade marginal e $P(Z_e|\beta)$ é a verossimilhança obtida pela Equação (10),

que descreve a probabilidade de se encontrar os dados experimentais \mathbf{Z}_e , sabendo a resposta real e desconhecida do problema físico ($\mathbf{Z}(\beta)$) e a variância (\mathbf{V}) dos dados experimentais (Schwaab, 2007):

$$P(\mathbf{Z}_e|\beta) = \frac{1}{\sqrt{\det\mathbf{V}(2\pi)^{n_e}}} \exp \left[-\frac{1}{2}(\mathbf{Z}_e - \mathbf{Z}^m)^T \mathbf{V}^{-1}(\mathbf{Z}_e - \mathbf{Z}^m) \right] \quad (10)$$

onde n_e representa o número de dados experimentais considerados no problema.

Em problemas mais complexos a informação *a priori* nem sempre pode ser representada por uma distribuição normal ou mesmo uniforme, o que torna muito complicada a obtenção de uma distribuição de probabilidade *a posteriori*. Nesses casos é necessário o emprego de técnicas de amostragem para simular as amostras de distribuição *a posteriori* e inferir medidas de tendência central e de dispersão desta distribuição (Kaipio e Somersalo, 2005). Dentre essas técnicas de amostragem destaca-se o método de Monte Carlo via Cadeias de Markov (MCMC). A ideia essencial do MCMC é simular uma sequência aleatória de distribuições *a posteriori* convergente para uma distribuição estacionária e de interesse do problema inverso.

4. Resultados

Para a análise e comprovação da efetividade dos métodos de solução do problema direto e inverso foram considerados um domínio contendo $L_x = 200\text{m}$ de comprimento por $L_z = 1\text{m}$ de profundidade, e os seguintes valores $C_0 = 50\text{mg/l}$, $C_1 = 0\text{mg/l}$, $C_a = 100\text{mg/l}$, $D - E = 0, 1\text{kg/m}^2\text{s}$, $G = 50\text{kg}$ $z_0 = 1\text{m}$ e $t_0 = 50\text{s}$.

Para a solução do problema direto foram considerados os valores $W_s = 0, 0065\text{m/s}$, $u_* = 0, 15\text{m/s}$, e coeficientes de dispersão $D_x = 0, 25\text{m}^2/\text{s}$ e $D_z = 0, 006\text{m}^2/\text{s}$ obtidos pelas fórmulas empíricas estabelecidas, respectivamente, por Fischer et al. (1979) e Elder (1959).

Observou-se pelos resultados a convergência da solução à medida que se aumenta a ordem de truncamento (N) da série na Equação (6b), de modo a atender o nível de precisão desejado para a solução e manter o mínimo esforço computacional. Para a convergência até pelo menos dois dígitos significativos, 5 termos da série foram suficientes.

Como o principal objetivo deste trabalho é a obtenção da solução do problema inverso de identificação de parâmetros dispersivos e de transporte, a primeira etapa consistiu em realizar uma análise de sensibilidade para estudar o efeito que a variação destes parâmetros pode ocasionar nos resultados. Esta análise contribui significativamente na formulação e solução de problemas inversos, pois permite, entre outras coisas, a escolha de dados experimentais que resultem em melhores estimativas para os parâmetros de interesse (Beck, 1985).

Na Figura 2 são apresentadas as curvas para cada coeficiente de sensibilidade obtidas numericamente através de uma aproximação por diferenças finitas centradas, considerando a expressão $X_j \cong \beta_j(C(\beta_j + \epsilon_j) - C(\beta_j - \epsilon_j))/2\epsilon_j$, com uma pequena variação ϵ_j para cada parâmetro desconhecido j . São mostradas duas posições longitudinais onde foram encontradas as maiores variações de sensibilidade dos parâmetros, em $x = 30\text{m}$ e $x = 100\text{m}$, que ocorreram nos primeiros 250 segundos. Diante disso, para a análise do problema inverso, foram gerados dados experimentais sintéticos até 250 segundos com intervalo de 2 segundos, considerando-se erros aditivos de uma distribuição normal com média zero e desvio padrão de 5% da concentração de pico.

Observa-se também pela análise dos gráficos que os coeficientes de sensibilidade foram maiores para os parâmetros u_* e W_s , enquanto que para os parâmetros de dispersão D_x e D_z

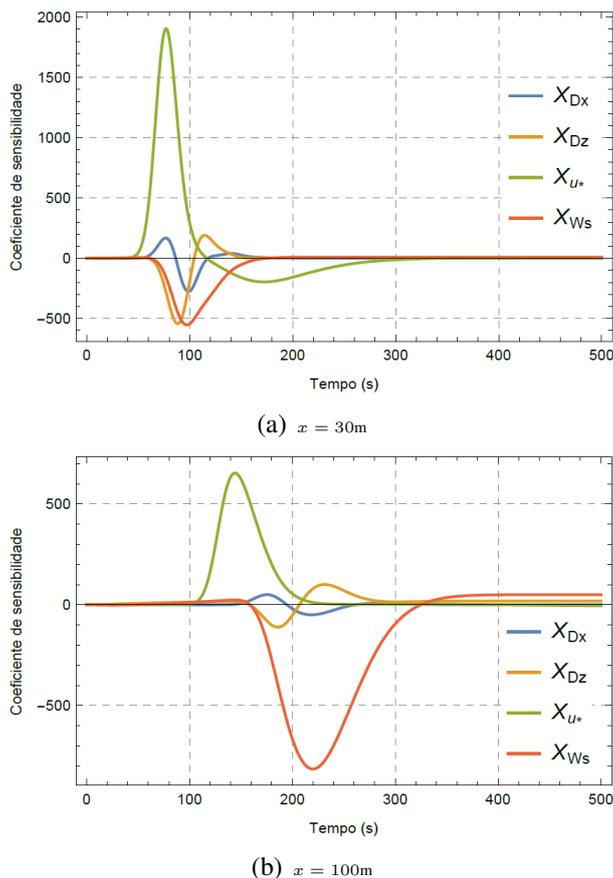


Figura 2- Coeficientes de sensibilidade normalizados para os parâmetros D_x , D_z , u_* e W_s .

observou-se uma menor sensibilidade. Baixos valores de sensibilidade podem causar uma impossibilidade de identificação de parâmetros na análise inversa. Na tentativa de amenizar esse problema foi utilizada uma *priori* informativa para o parâmetro D_x segundo uma distribuição normal com médias $0,25 \text{ m}^2/\text{s}$ e desvio padrão de 20% dessa média.

Os dados experimentais sintéticos transientes de concentração foram gerados utilizando os valores dos parâmetros assumidos como exatos e um sensor localizado na posição $x = 30 \text{ m}$ e $z = 1,0 \text{ m}$. A essas medidas foram adicionados ruídos aleatórios segundo uma distribuição normal com média zero e desvio padrão conhecido (σ_e), conforme apresentado na Equação (11), a seguir:

$$C e_i = C_i(\beta^{exato}) + \sigma_i, \quad \sigma_i \sim N(0, \sigma_e), \quad i = 1, \dots, n_e. \quad (11)$$

onde n_e representa o número de dados experimentais.

Os resultados do MCMC estão apresentados na Figura 3, onde observa-se os valores exatos dos parâmetros na linha vermelha, os histogramas e a convergência das cadeias de Markov. Os 10.000 estados iniciais foram descartados, por constituírem a fase de aquecimento (Burn-in) do processo. Das amostras restantes analisadas houve uma taxa de aceitação em torno de 16% empregando um ruído de 5% aos dados experimentais.

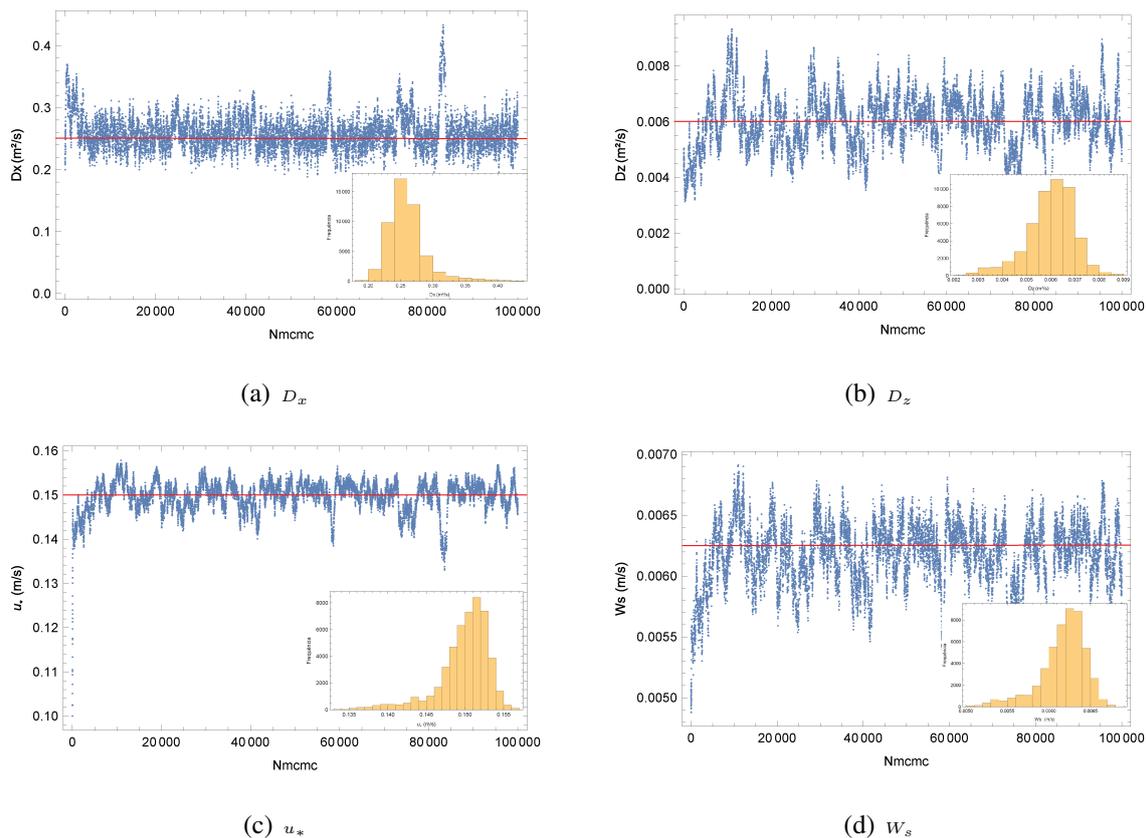


Figura 3- Evolução das Cadeias de Markov.

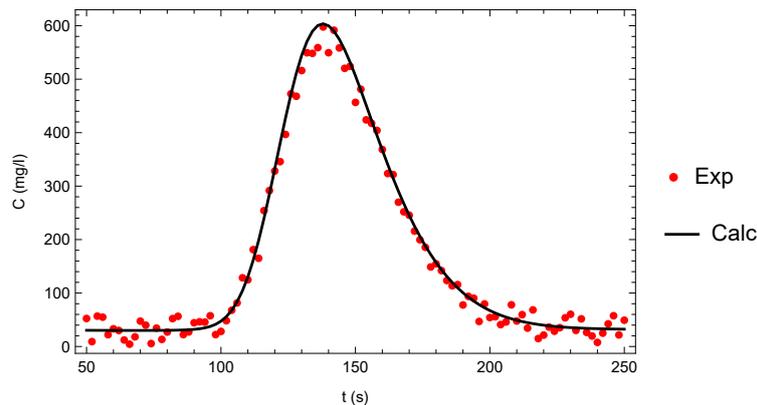
Observa-se pela Tabela 1 que os coeficientes de variação dos parâmetros D_x e D_z se mostraram maiores ao serem comparados aos demais parâmetros. Observa-se também que a distribuição *a posteriori* do parâmetro u_* foi melhor amostrada. Isso se deve ao fato de que esse parâmetro apresentou uma maior sensibilidade observada em todo o domínio.

Tabela 1- Propriedades Estatísticas dos parâmetros utilizando ruído de $\sigma_e=30,0 \text{ mg/l}$

Parâmetro	Exato	μ	σ	$\sigma/\mu(\%)$	I.C. (95%)
D_x	0,25	0,259674	0,010557	40,654	[0,214480;0,346237]
D_z	0,006	0,005998	0,000979	16,322	[0,003487;0,007645]
u_*	0,15	0,149850	0,003370	2,248	[0,139875;0,154323]
W_s	0,0065	0,006171	0,000276	4,472	[0,005397; 0,006573]
T.aceitação (%)	16,05				
RMS (mg/l)	1,2531				

Além disso, os valores médios dos parâmetros obtidos pelo MCMC e o baixo valor do RMS encontrados demonstram um bom ajuste aos dados experimentais sintéticos empregados na análise inversa, conforme apresentado na Figura 4.

Figura 4- Comparação entre a concentração calculada após solução do problema inverso e os dados experimentais



5. Conclusões

A metodologia utilizada para a análise inversa permitiu recuperar parâmetros, em geral de difícil medição, possibilitando a observação de comportamentos esperados para a concentração de sedimentos não-coesivos em corpos d'água naturais. O método de Monte Carlo com cadeias de Markov se mostrou eficaz para resolver o problema de identificação de parâmetros dispersivos e de transporte, abordado neste trabalho, com tempo médio de execução de aproximadamente 09 horas em um computador com processador Intel Core i7-6700, CPU 3.40 GHz com 16 GB de memória RAM. Os resultados obtidos mostraram a evolução do perfil de concentração de sedimentos em suspensão, e o decaimento do pico de concentração de sedimentos ao longo do domínio.

A utilização da técnica GITT na solução do problema proposto se mostrou eficiente, como era desejável para a viabilidade da solução do problema inverso. Ainda em relação à solução do problema direto, observou-se que estratégias híbridas através da técnica GITT apresentaram um bom potencial para utilização na solução de problemas inversos com diversas possibilidades de aplicação. Obviamente para modelos com maior complexidade, o uso da técnica apresenta maior dificuldade mas, quando adequadamente implementada, proporciona boas aproximações para a solução do problema.

Para trabalhos futuros, recomenda-se aplicar a análise do problema inverso utilizando MCMC para identificação do perfil de velocidade longitudinal presente no termo advectivo, e também de funções simples que descrevam os fluxos presentes nas condições de contorno da equação de advecção-dispersão, principalmente na superfície e no fundo do escoamento.

Agradecimentos

Os autores agradecem à FAPERJ, Fundação Carlos Chagas Filho de Amparo à Pesquisa do Estado do Rio de Janeiro, ao CNPq, Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico, e à CAPES, Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior.

Referências

- Beck, J. V., Blackwell, B., St. Clair Jr., C. R. (1985), *Inverse Heat Conduction : III-Posed Problems*. Nova York : Jhon Wiley & Sons.
- Costa, W. U. (2004), *Técnicas bayesianas para engenharia elétrica*. UFMG, Minas Gerais.
- Cotta, R. M. (1993), *Integral Transforms in Computational Heat and Fluid Flow*. CRC Press, pp. 180-188.
- Elder, J. W. (1959), The dispersion of marked fluid in turbulent shear flow. *Journal of Fluid Mechanics*, Vol.5, pp. 544-560, .
- Fan, F. M., Fleischmann, A. S., Collischonn, W., Ames, D. P. e Rigo, D. (2015), Large-scale analytical water quality model coupled with GIS for simulation of point sourced pollutant discharges, *Environmental Modelling & Software*, Vol.64, pp.58-71, Elsevier.
- Fischer, H. B., Imberger, J., List, E. J. Koh, R. C. Y. e Brooks, N. H. (1979), *Mixing in inland and coastal waters*. Elsevier, Academic Press, New York.
- Guerrero, J. S. P., Pontedeiro, E. M., van Genuchten, M. T. e Skaggs, T. H. (2013), Analytical solutions of the one-dimensional advection-dispersion solute transport equation subject to time-dependent boundary conditions, *Chemical engineering journal*, Vol.221, pp.487-491, Elsevier.
- Kaipio, J., Somersalo, E. (2005), *Statistical and Computational Inverse Problems*. Springer, New York.
- Pinto, L., Fortunato, A. B., Zhang, Y., Oliveira, A. e Sancho, F. E. P. (2012), *Development and validation of a three-dimensional morphodynamic modelling system for non-cohesive sediments*. *Ocean Modelling*, vol.57, Elsevier.
- Rijn, L. C. V. (1986), *Mathematical modeling of suspended sediment in nonuniform flows*, *Journal of Hydraulic Engineering*, vol. 112, American Society of Civil Engineers.
- Schwaab, M. e Pinto, J. C. (2007). *Análise de Dados Experimentais. I. Fundamentos de Estatística e Estimacão de Parâmetros*. E-papers, Rio de Janeiro, Brasil.
- Silva Neto, A. J.; Becceneri, J. C. e Campos Velho, H. F. (2016), *Inteligência Computacional Aplicada a Problemas Inversos em Transferência Radioativa*, EdUERJ.
- Souza, A. L. R. (2010) . *Estudo do Movimento Incipiente de Sedimentos Não-Coesivos em Escoamentos com Superfície Livre*, Dissertação de Mestrado, UFRJ/COPPE.
- Souza, A. L. R., Knupp, D. C., Rodrigues, P. P. G. W. e Silva Neto, A. J. (2016), *Estimativa de Parâmetros Hidrodinâmicos e Simulação do Transporte Bidimensional de Sedimentos Através da Técnica da Transformada Integral Generalizada e Inferência Bayesiana*. XIX Encontro Nacional de Modelagem Computacional, João Pessoa, Paraíba, 2016.

INTEGRAL TRANSFORMATION AND BAYESIAN INFERENCE APPLIED TO THE ESTIMATION OF PARAMETERS IN A MODEL OF INSTANT EMISSION OF NON-COHESIVE SEDIMENTS

Abstract. *In this work we developed an analytical-numerical hybrid solution through the Generalized Integral Transform technique (GITT) for solving a two-dimensional transient problem of instantaneous emission of non-cohesive sediments. To accelerate the convergence of the hybrid solution analytical filtering was applied in order to homogenize the contours, and the equation was transformed into a coupled system of partial-dimensional differential equations solved numerically employing Wolfram Mathematica 10. The results were compared with the solution obtained by NDSolve routine, indicating the feasibility of the solution of this problem GITT, which led to computational gains. For the identification of dispersion and transport parameters, we used Markov Chain Monte Carlo method, which showed results in agreement with the expected.*

Keywords: *Environmental Simulation, Sediment Transport, GITT, Inverse Problems.*