



08 a 11 de Outubro de 2018
Instituto Federal Fluminense
Búzios - RJ

PROJETO E ANÁLISE DE SISTEMAS DE CONTROLE EM UM PROBLEMA DE CONDUÇÃO DE CALOR EM PLACAS TERMICAMENTE FINAS

Miller Labandeira da Silva¹ - millerlabandeira@hotmail.com

Bernardo Sotto-Maior Peralva¹ - bernardo@iprj.uerj.br

Luiz Alberto da Silva Abreu¹ - abreu.l@gmail.com

¹Universidade do Estado do Rio de Janeiro - Instituto Politécnico, Nova Friburgo, RJ, Brasil

Resumo. *O avanço tecnológico contínuo para o surgimento de novos materiais em diversas áreas exige uma caracterização mais detalhada dos mesmos, onde muitas técnicas utilizadas atualmente com esta finalidade fazem uso da solução de problemas diretos e inversos em transferência de calor em regime estacionário. Entretanto, em muitos problemas físicos que envolvem transferência de calor, o regime permanente é alcançado após longos períodos de tempo, tornando a modelagem destes problemas mais complexa e muitas vezes inviabilizando que algumas validações sejam obtidas. O uso de algoritmos de controle pode reduzir subitamente a parte transitória relacionada ao problema de transferência de calor, além de evitar que a solução em regime permanente tenha variações devido às mudanças climáticas no ambiente. O presente trabalho apresenta as diferenças, vantagens e desvantagens no projeto de uso de controladores do tipo proporcional e proporcional-integral em um problema de transferência de calor unidimensional numa placa plana, visando acelerar o regime transiente de transferência de calor controlando um fluxo de calor aplicado e mantendo uma temperatura final controlada e estável, mesmo com variações no ambiente.*

Palavras-chave: *Transferência de Calor, Fluxo térmico, Sistemas de controle, Controle proporcional, Controle proporcional-integral.*

1. INTRODUÇÃO

Com o avanço tecnológico contínuo associado à necessidade do surgimento de novos materiais para aplicações em diversas áreas existentes tanto na engenharia quanto nas demais, consequentemente há uma progressão nos métodos de caracterização dos mesmos. Existem várias formas de caracterização de um material, algumas clássicas e outras vêm sendo desenvolvidas nas últimas décadas, a partir de soluções diretas e inversas em problemas de transferência de calor (Alifanov, 1994; Beck, Blackwell; Ozisik e Orlande, 2000; Padilha et al., 2016; Abreu et al., 2016). Uma importante etapa na proposição de novos métodos de solução de problemas consiste na validação dos resultados a partir de aparatos experimentais adequados Knupp e Abreu (2016).

A determinação da condutividade térmica, por exemplo, tipicamente é realizada através de metodologias envolvendo a solução de problemas inversos de transferência de calor em regime permanente, que em geral, ocorre após um longo período de tempo. Os resultados obtidos a partir destes métodos, em geral são afetados pelas instabilidades provocadas por distúrbios de temperatura presentes nos ambientes onde os experimentos associados aos mesmos são realizados. O uso de algoritmos de controle pode reduzir subitamente a parte transitória relacionada ao problema de transferência de calor, além de evitar que a solução em regime permanente tenha variações devido às mudanças climáticas no ambiente (Pereira, Abreu e Silva Neto; Guths et al., 2005).

2. FUNDAMENTOS TEÓRICOS

Neste trabalho considerou-se o problema de condução de calor unidimensional numa placa termicamente fina, como mostra a Fig. (1), onde são apresentadas duas placas supostamente fabricadas em material bom condutor térmico e aquecidas com uma resistência delgada entre elas. Considera-se, portanto, que quando submetida a uma tensão elétrica, esta resistência gere um fluxo de calor uniforme e que supostamente se distribui igualmente entre estas duas placas (cada placa recebe metade). Desta forma, considera-se um problema unidimensional de transferência de calor em apenas uma das placas, supondo simetria no eixo x e ainda que as perdas de calor nas superfícies laterais sejam nulas. A partir do modelo unidimensional, mostrado na Fig 1.b, considera-se ainda que as placas troquem calor com o ambiente em $x = L$ por convecção e em $x = 0$ estejam expostos a um fluxo de calor com variação no tempo $Q_w(t)$ que representa a energia que entra no sistema por meio da resistência elétrica (Incropera, 1998).

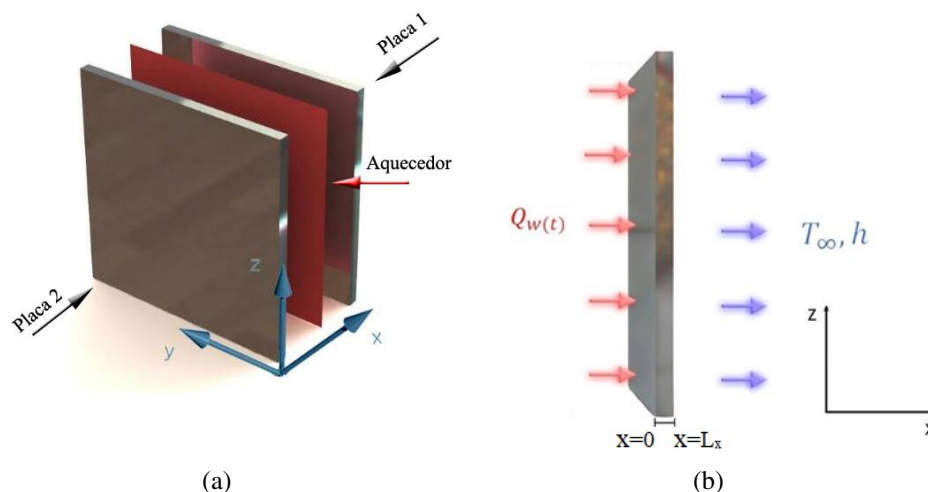


Figura 1- Placas e fita de resistência.

Considerando que o problema trata de placas termicamente finas (Incropera, 1998), ou seja, pode-se aplicar uma abordagem de parâmetros concentrados, e que não há geração de energia interna devido à inexistência de fontes geradoras no interior do volume de controle e, uma vez que o material é homogêneo, nas direções x , y e z , ou seja, considerando que as propriedades térmicas são constantes, tem-se o seguinte balanço de energia:

$$\dot{E}_e + \dot{E}_a - \dot{E}_s = \dot{E}_{ac} \quad (1)$$

em que \dot{E}_e representa a energia que entra no sistema, \dot{E}_a a energia interna gerada, \dot{E}_s a energia que sai do sistema e, finalmente, \dot{E}_{ac} a energia acumulada no mesmo. Como a taxa de energia acumulada na placa é a diferença entre a taxa de energia que entra no sistema, $Q_w(t)$, através do aquecimento da resistência térmica (por efeito Joule) e a energia que sai do sistema através da troca de calor com o ambiente, por convecção, a equação 1 é reescrita como:

$$Q_w(t) - hA_{sup}(T - T_\infty) = \rho V C_p \frac{dT(t)}{dt} \quad (2)$$

onde $Q_w(t) = \frac{U^2}{R}$, U é a diferença de potencial (ddp em Volts), R é a resistência elétrica (Ohms), h é o coeficiente de troca térmica por convecção (W/m^2K), A_{sup} é a área superficial da placa (m^2), T_∞ é a temperatura ambiente ($^\circ C$), C_p é o calor específico à pressão constante ($J/Kg.K$), ρ é a massa específica do material (Kg/m^3) e V o volume da placa em análise (m^3). A solução analítica da equação diferencial 2 é (Incropera (1998)):

$$T(t) = T_\infty + \frac{U^2}{2RhA_{sup}} \left(1 - e^{-\frac{hA_{sup}t}{\rho V C_p}}\right) \quad (3)$$

A Fig. (2) mostra, experimentalmente Pereira (Abreu e Silva Neto), a característica exponencial do comportamento da temperatura, ressaltando que a curva desvia-se de uma exponencial ideal devido a perturbações externas impostas às medidas de temperatura.

A evolução da temperatura na Fig. (2), sugere a modelagem desse sistema térmico por um sistema de primeira ordem, cujo modelo no domínio da frequência complexa é dado por:

$$G(s) = \frac{S(s)}{R(s)} = \frac{K e^{\theta_0 s}}{\tau s + 1} \quad (4)$$

onde $S(s)$ e $R(s)$ são as transformadas de Laplace para a saída e entrada do sistema, respectivamente. As constantes K , θ e τ modelam o sistema térmico de primeira ordem (Ogata (2003)). O método para a determinação das constantes K , θ e τ é feito através de dados experimentais do sistema, e na literatura já existem trabalhos correlatos (Pereira, Abreu e Silva Neto). Assim, para o caso que está sendo tratado, o valor de K será a diferença entre o valor final e inicial da diferença de temperatura. O valor de t_0 é o instante de tempo em que a resposta atinge 63% do valor do regime permanente. E θ_0 é determinado pela interseção da reta definida pela máxima derivada como eixo horizontal. Por fim, τ , a constante de tempo, é determinada por $\tau = t_0 - \theta_0$ (Pereira (Abreu e Silva Neto)).

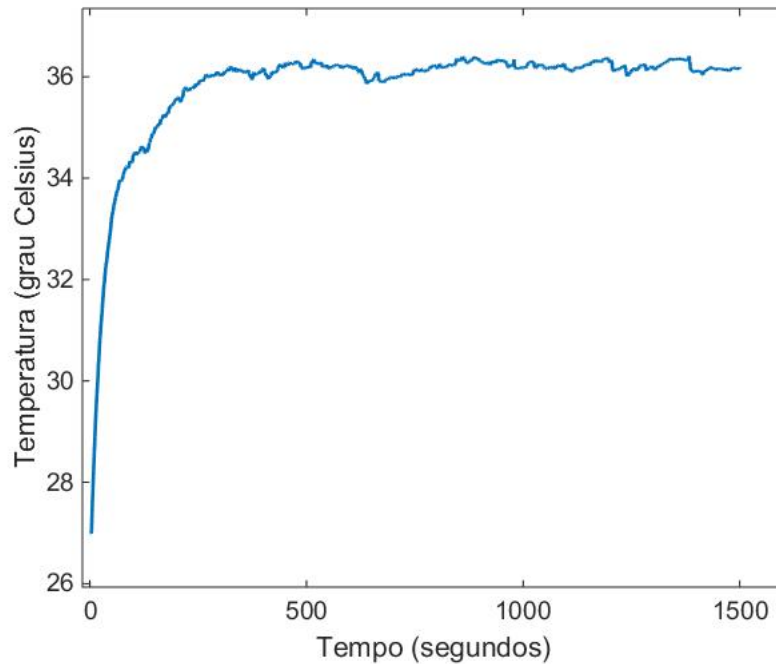


Figura 2- Comportamento experimental da temperatura.

3. METODOLOGIA

Para que se utilize a mesma técnica de determinação das constantes citadas acima no presente problema, foi utilizada a Eq.(2) através do código computacional. Os parâmetros do modelo foram escolhidos baseando-se nos dados que são utilizados no experimento real, onde se tem uma placa de alumínio com dimensões $L_y = 40mm$, $L_z = 40mm$ e $L_x = 2mm$ e propriedades termofísicas conhecidas, $\rho = 2703 \frac{kg}{m^3}$, $C_p = 903 \frac{J}{KgK}$, $T_\infty = 25^\circ C$. Em termos da fonte de energia, utiliza-se $U = 4$ Volts, $R = 39,8$ ohms e $i = 0,2$ A. O coeficiente de transferência de calor por convecção utilizado foi $h = 15,8739 \frac{W}{m^2K}$.

Utilizando o procedimento descrito anteriormente, tem-se

Com as constantes determinadas, é possível obter a função de transferência do problema. Substituindo os valores obtidos na função de transferência padrão já apresentada para um sistema de primeira ordem:

$$G(s) = \frac{7,91e^{0s}}{306s + 1} = \frac{0,026}{s + 0,0033} \quad (5)$$

A entrada sinal que melhor descreve o problema real é a função degrau unitário, e que sua transformada de Laplace possui a forma de $R(s) = \frac{1}{s}$. Portanto, no domínio da frequência, a resposta do problema em malha aberta é dada por $S(s) = G(s)R(s)$. Assim:

$$S(s) = \frac{0,026}{s + 0,0033} \times \frac{1}{s} \quad (6)$$

O objetivo do presente trabalho é analisar o comportamento do fluxo de calor entre as placas ao longo do tempo, verificando a eficiência do uso de controladores para que se atinja o

regime permanente da transferência de calor em um intervalo de tempo mais curto, assim, será utilizado um sistema de controle em malha fechada, apenas com retroalimentação, sistema de controle com controlador do tipo proporcional (P) e sistema de controle com controlador do tipo proporcional integral (PI). A Fig. (3) ilustrado o último caso.

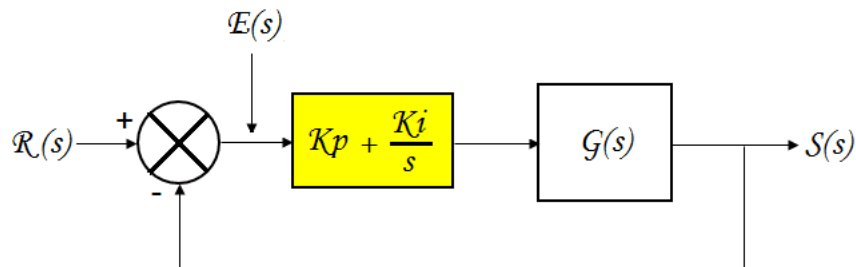


Figura 3- Sistema em malha fechada com o uso do controlador do tipo proporcional (PI).

4. RESULTADOS

É esperado que a saída dos métodos propostos neste trabalho acompanhe a entrada, ou seja, se os sistemas funcionarem eficientemente para a entrada em degrau unitário, a generalização para qualquer tipo de entrada em degrau (por exemplo, um valor fixo de tensão) pode ser feita.

4.1 Análise do sistema em malha aberta

Este tipo de sistema possui características como estabilidade garantida (pólos localizados no semiplano esquerdo do plano s), presença de um ganho alto e um elevado tempo para que a resposta atinja o estado permanente. A Fig. (4) mostra a resposta deste sistema quando a entrada é um degrau unitário. Pode-se observar que a resposta possui um tempo de subida lento, e se acomoda em aproximadamente 2.000 segundos.

4.2 Análise do sistema em malha fechada sem controlador

A realimentação permite a diminuição do tempo de acomodação (tempo em que a resposta atinja valores próximos do permanente) e do ganho introduzido pelo sistema dado uma entrada.

É esperado que o sistema de malha fechada tenha um menor tempo de acomodação, um menor ganho e não atinja ainda a resposta desejada, devido ao erro que o sistema introduz a uma entrada. A Fig. (5) mostra a resposta do sistema em malha fechada quando submetido a uma entrada em degrau unitário, corroborando com as características esperadas para este sistema.

4.3 Análise do sistema em malha fechada com controlador Proporcional (P)

O objetivo do uso do seguinte controlador é a utilização de um parâmetro independente de $s(K_p)$, o qual permite controlar a posição do pólo no eixo real, possibilitando um problema que antes era instável se torne estável, assim como controlar a velocidade de resposta do sistema. Desta forma, manipular o tempo de acomodação passa a ser possível, variando o valor de K_p . A Fig. (6) mostra essa variação no tempo de acomodação.

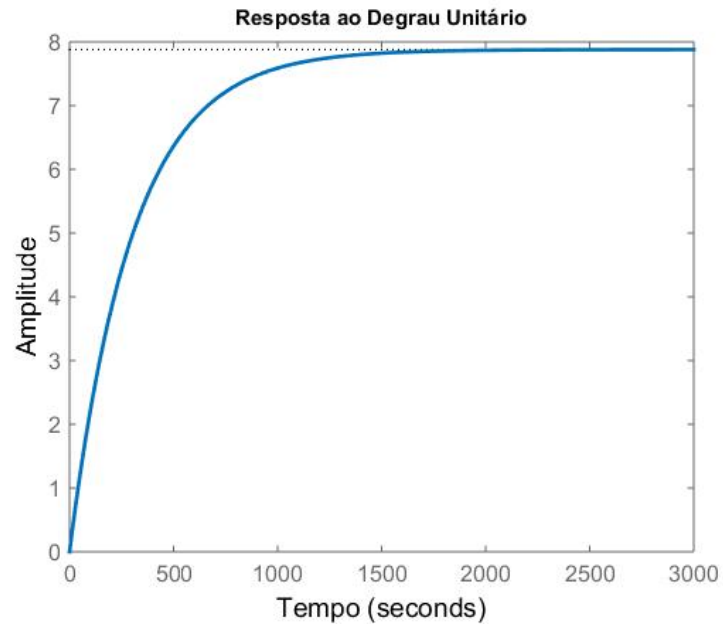


Figura 4- Comportamento do sistema a uma entrada degrau unitário.

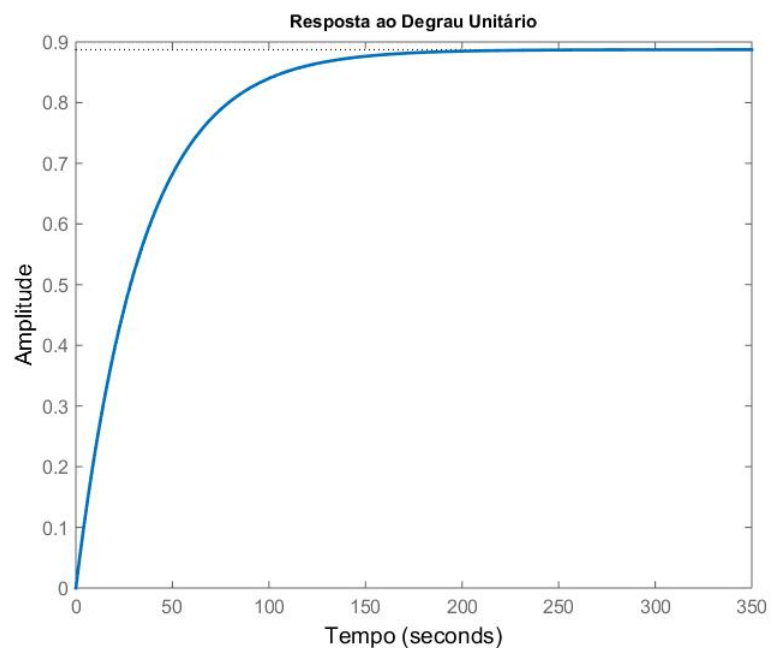


Figura 5- Comportamento do sistema de malha fechada a uma entrada degrau unitário.

Quanto maior o valor de K_p , mais rápido o sistema atinge a resposta desejada (igual à unidade), ocorrendo à movimentação da localização dos pólos, entretanto, a resposta passa a ter um maior erro associado.

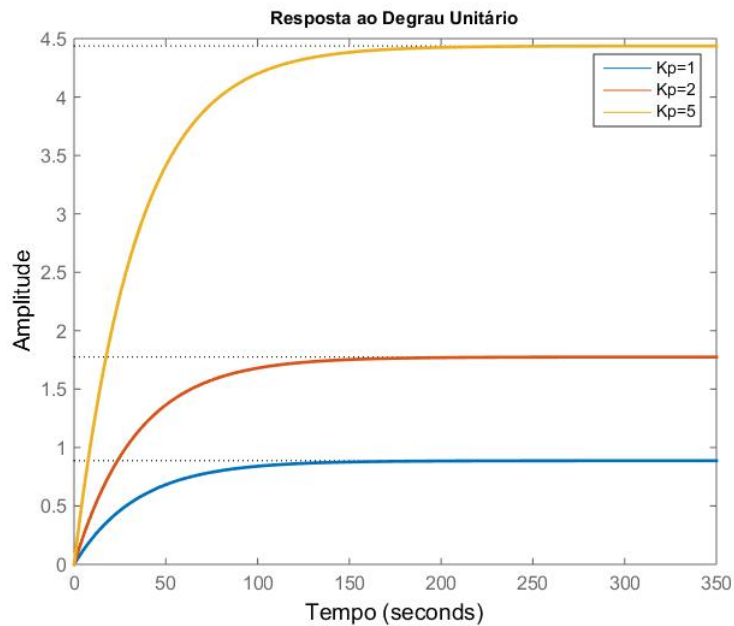


Figura 6- Comportamento da resposta do sistema para $K_p = 1$, $K_p = 2$ e $K_p = 5$.

4.4 Análise de malha fechada com controlador Proporcional-Integral

Visto que o sistema em malha fechada com controlador Proporcional responde rápido, porém, introduz um ganho (erro) alto na saída em estado permanente, a introdução de um componente integral visa eliminar tal erro em estado estacionário.

Entretanto, o sistema agora possui dois parâmetros livres, K_p e K_i , além de introduzir um pólo no sistema de malha fechada. A inclusão de mais um pólo, faz com que os pólos possam ter parte imaginária diferente de zero. Pólos complexos conjugados resultam em componentes senoidais na resposta do sistema. As figuras (7) e (8) mostram as variações dos parâmetros dos controladores, respectivamente.

Quanto maior o valor de K_i , maior é a frequência de oscilação e conseqüentemente, maior o valor do sobre-sinal. O valor de K_p (componente proporcional do controlador) não altera a frequência de oscilação, mas altera o ganho do sistema.

5. CONCLUSÕES

A temperatura exerce um papel fundamental no estudo das propriedades dos materiais e seu comportamento deve ser estudado sob diversos aspectos. Foi mostrado que se a função de transferência de calor de um sistema composto por um material e fonte de aquecimento pode ser calculada, a temperatura em um dado ponto do material pode ser manipulada de acordo com critérios de desempenho estabelecidos para a resposta em estados transitório e permanente.

Considerando as aproximações sugeridas para a modelagem do problema, o sistema pôde ser aproximado por uma função de primeira ordem. Na primeira análise proposta, em malha aberta, o sistema responde de forma natural, lentamente. Através da mudança de topologia, incluindo uma realimentação unitária negativa, a resposta se tornou mais rápida, como esperado,

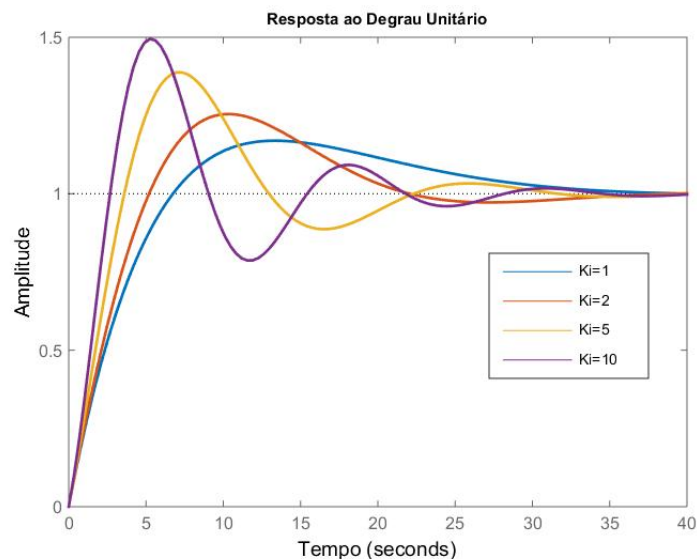


Figura 7- Resposta do sistema para $K_p = 10$ e K_i variando entre 1 e 10.

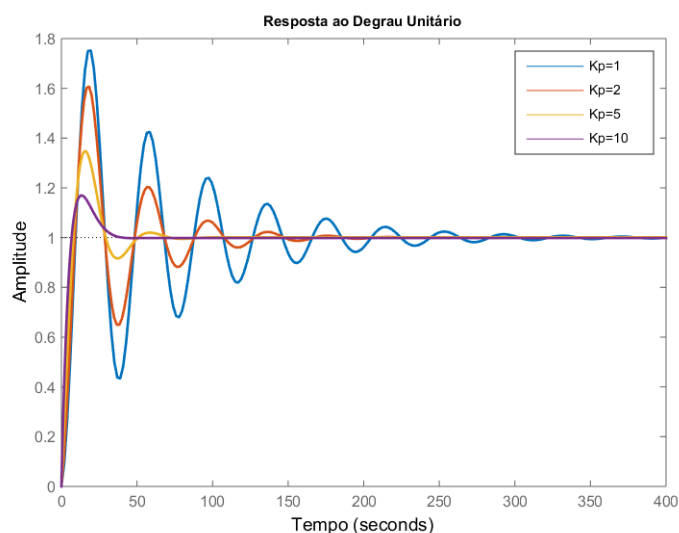


Figura 8- Resposta do sistema para $K_i = 1$ e K_p variando entre 1 e 10.

além de apresentar um ganho relativamente pequeno, quase atingindo a resposta desejada, onde já era esperada uma variação entre a resposta desejada e a resposta obtida, devido ao surgimento do erro. Controladores do tipo proporcional permitem que o sistema atinja o regime permanente de maneira muito mais rápida em comparação com os casos anteriores, entretanto, existe uma elevação do ganho à medida que K_p assume maiores valores. O uso de controladores do tipo proporcional-integral possui uma combinação interessante, em que a parte integral tem a função de diminuir o erro associado à parte proporcional. Este controlador confere ao sistema uma resposta em estado permanente rápida além de um menor erro associado, se mostrando adequado para este tipo de aplicação.

Agradecimentos

Os autores agradecem ao CNPq, CAPES, FAPERJ e a UERJ pelo apoio.

Referências

- Abreu, L. A. S., Colaço, M. J., Orlande, H.R.B. e Alves, C.J.S. (2016), Thermography detection of contact failures in double layered materials using the reciprocity functional approach, *Applied Thermal Engineering*, vol. 100, 1173-1178.
- Alifanov, O.M. (1994), *Inverse heat transfer problems*, Springer-Verlag, Berlin, New York.
- Beck, J.V., Blackwell, B., St. Clair, C.R. (1985), *Inverse heat conduction: ill-posed problems*, Wiley, New York.
- Guths, S. *et al.*, (2005) Desenvolvimento e avaliação de um dispositivo caixa quente protegida *Encontro Nacional sobre Conforto No Ambiente Construído*, Maceió, 45-53.
- Incropera, F. P. e Dewitt, D. P. Fundamentos de Transferência de Calor e de Massa.4.ed. Rio de Janeiro: LTC, 494p (1998).
- Knupp, D.C. e Abreu, L.A.S. (2016), Explicit boundary heat flux reconstruction employing temperature measurements regularized via truncated eigenfunction expansions, *Internacional Communications in Heat and Mass Transfer*, vol. 78, 241-252.
- Ogata, K. (2003), *Engenharia de controle moderno*, 4 ed., São Paulo: Pearson Prentice Hall.
- Ozisik, M.N. e Orlande, H.R.B. (2000), *Inverse heat transfer: fundamentals and applications*, Taylor & Francis, New York.
- Padilha, R.S., Colaço, M.J., Orlande, H.R.B. e Abreu, L.A.S. (2016), An analytical method to estimate spatially-varying thermal contact conductances using the reciprocity functional and the integral transform methods: Theory and experimental validation, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 100, 599-607.
- Pereira, F.R., Abreu, L.A.S, Silva Neto, A.J. (2010), Controle PID Aplicado à Determinação da Condutividade Térmica, *XII Encontro de Modelagem Computacional*, Rio de Janeiro.

DESIGN AND ANALYSIS OF CONTROL SYSTEMS IN A HEAT CONDUCTION PROBLEM ON THERMICALLY FINE PLATES

Abstract. *The continuous technological advance for the emergence of new materials in several areas requires a more detailed characterization of them, where many techniques currently used for this purpose make use of the solution of direct and inverse problems in steady state heat transfer. However, in many physical problems involving heat transfer, the permanent regime is reached after long periods of time, making the modeling of these problems more complex and often making some validations impossible to obtain. The use of control algorithms can suddenly reduce the transient part related to the problem of heat transfer, in addition to avoiding that the solution in permanent regime has variations due to the climatic changes in the environment. The present work presents the differences, advantages and disadvantages in the design of proportional and integral proportional controllers in a one-dimensional heat transfer problem in a flat plate, in order to accelerate the transient heat transfer regime controlling an applied heat flux and maintaining a final temperature controlled and stable, even with variations in the environment.*

Keywords: *Heat transfer, Heat transfer, Control systems, Proportional control, Proportional-integral control.*