

08 a 11 de Outubro de 2018  
Instituto Federal Fluminense  
Búzios - RJ

## IDENTIFICAÇÃO DE DANOS NA PLACA DE KIRCHHOFF VIA METAMODELO KRIGING

**Luciano dos Santos Rangel**<sup>1</sup> - lrangel@iprj.uerj.com

**Isabela Cristina da Silveira e Silva Rangel**<sup>2</sup> - isilva@iprj.uerj.com

**Leonardo Tavares Stutz**<sup>3</sup> - ltstutz@iprj.uerj.br

**Diego Campos Knupp**<sup>4</sup> - diegoknupp@gmail.com

<sup>1,2,3,4</sup>Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Instituto Politécnico - Nova Friburgo, RJ, Brasil

<sup>1,2</sup>Faculdade Professor Miguel Ângelo da Silva Santos - Macaé, RJ, Brasil

**Resumo.** Neste trabalho, é discutida a identificação de danos estruturais na placa de Kirchhoff, baseada no metamodelo Kriging. A matriz de flexibilidade é considerada no presente trabalho. O metamodelo Kriging foi adotado no problema de identificação de danos estruturais, baseado na relação entre os parâmetros nodais de coesão ( $\beta$ ) e elementos da matriz de flexibilidade da estrutura. O problema inverso da identificação de danos é definido como um problema de otimização, onde o objetivo é minimizar, com relação aos parâmetros nodais de coesão, a diferença entre o vetor de resposta experimental, composto por elementos da matriz de flexibilidade obtida de um ensaio experimental na suposta estrutura danificada, e o correspondente, previsto por um metamodelo Kriging. O método de otimização Enxame de Partículas (Partition Swarm Optimization - PSO) foi considerado para resolver o problema inverso de identificação de danos resultante. São apresentados os resultados numéricos da identificação dos danos considerando o modelo Kriging da placa, onde mostra que a estratégia adotada foi capaz de localizar e quantificar os danos com precisão.

**Palavras-chave:** Identificação de danos, Placa de Kirchhoff, Modelo Kriging, Matriz de flexibilidade

### 1. INTRODUÇÃO

O desenvolvimento de procedimentos para identificação de danos é indispensável para garantir a segurança da estrutura, visto que estruturas de engenharia estão expostas a processos de deterioração e à ocorrência de dano durante sua vida útil. Nos últimos anos, o procedimento de aferir a integridade estrutural utilizando técnicas fundamentadas na resposta dinâmica da estrutura vem se tornando uma prática utilizada nas indústrias da construção civil e aeroespacial, devido à possibilidade de se identificar a presença de danos de maneira rápida e econômica. Sendo assim, o contínuo monitoramento da estrutura e a identificação de danos em um estágio

inicial contribuem para a redução dos custos de manutenção e de reparo, além de aumentar sua confiabilidade e vida útil.

Métodos de detecção de dano possuem dependência (ou não) de um modelo estrutural, sendo então classificados em: métodos baseados em sinais (experimentais) e os métodos baseados em modelos (Zou et al., 2000). Métodos baseados em modelos conseguem estimar a posição do dano e sua intensidade mediante o uso de um modelo (analítico ou numérico) da estrutura e utilizando tanto dados experimentais de vibração quanto de deslocamentos estáticos (Worden e Dulieu-Barton, 2004). Métodos baseados em modelos dinâmicos têm despertado a atenção da comunidade científica, podendo citar, entre outros: Wang e Chang (2009), Alvandi e Cremona (2006), Fan e Qiao (2011), Majumder e Manohar (2003). O monitoramento de estruturas e técnicas de identificação de danos estruturais baseadas no domínio modal (domínio contendo os parâmetros modais da estrutura, quais sejam: frequências naturais, razões de amortecimento e formas modais) são constantes na literatura especializada (Alvandi e Cremona, 2006), com aplicações bem sucedidas nas engenharias civil, aeroespacial e mecânica (Tomaszewska, 2010).

O Método de Elementos Finitos (MEF) é o mais utilizado para a descrição do comportamento dinâmico de estruturas (Stutz et al., 2005), entretanto, seus resultados dependem da discretização utilizada e conseqüentemente, quanto mais refinada for à malha, maior será o custo computacional envolvido para a obtenção da solução de um problema inverso de identificação de danos. No presente trabalho, será apresentado o Kriging em substituição ao MEF.

O Kriging é um método alternativo de interpolação, baseado em análise estatística, que fornece funções explícitas das relações entre as variáveis de entrada e de saída de sistemas não-lineares para a estimativa de respostas e estimação de parâmetros (Silva Cardoso, 2016). Foi originalmente apresentado em geoestatística e posteriormente utilizado em projetos de engenharia (Yang et al., 2017).

Neste contexto, o objetivo central deste trabalho consiste na modelagem de uma placa de Kirchhoff, tendo como objetivo principal a identificação e quantificação de danos estruturais a partir de formulações de problemas inversos utilizando dados modais da estrutura, e para isso, utiliza-se o método de otimização estocástico Enxame de Partículas (Particle Swarm Optimization-PSO).

O presente trabalho é organizado como se segue. A Seção 2 fornece uma descrição da modelagem matemática da placa de Kirchhoff, além do campo de dano adotado e a definição da matriz de flexibilidade. Os aspectos teóricos do modelo Kriging são apresentados na Seção 3. Na Seção 4 é apresentada a formulação do problema inverso de identificação de danos a ser resolvido, descrevendo a função objetivo. Na Seção 5 são apresentados os resultados e as discussões referentes à estimação dos parâmetros nodais de coesão para diferentes cenários de danos. Por fim, são apresentadas as conclusões do presente trabalho.

## 2. MODELAGEM MATEMÁTICA

### 2.1 Modelo de dano contínuo

Na estratégia de identificação de danos adotada, a integridade da estrutura é considerada como sendo continuamente descrita, no domínio do corpo, por um parâmetro estrutural  $\beta$  denominado parâmetro de coesão (Stutz et al., 2005). Este parâmetro está relacionado com a ligação entre os pontos materiais da estrutura e pode ser interpretado como uma medida do estado de coesão local do material, onde  $0 \leq \beta \leq 1$ . Se  $\beta = 1$ , presume-se que não há dano na estrutura. Por outro lado, se  $\beta = 0$ , é considerado uma ruptura local.

Assumindo que o dano afeta somente as propriedades elásticas da estrutura, e que, para o caso especial da teoria da placa de Kirchhoff, a matriz de rigidez de um elemento finito isotrópico é dado por

$$\mathbf{K}^e = \int_{\Omega_e} \beta^e(\bar{x}, \bar{y}) \mathbf{B}^T \mathbf{C} \mathbf{B} d\bar{x} \quad (1)$$

onde  $\beta^e(\bar{x}, \bar{y})$  representa o campo de coesão dentro do elemento finito,  $\bar{x}$  e  $\bar{y}$  são as coordenadas locais,  $\Omega$  é o domínio elástico,  $T$  é o operador de transposição de matriz, as matrizes  $\mathbf{C}$  e  $\mathbf{B}$ , matriz de deformação para curvatura, considerando um elemento retangular de quatro nós com três graus de liberdade por nó, são, respectivamente, dadas por

$$\mathbf{C} = \frac{E_0 h_0^3}{12(1 - \nu^2)} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & (1 - \nu)/2 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \partial^2 \varphi_1 / \partial \bar{x}^2 & \partial^2 \varphi_2 / \partial \bar{x}^2 & \dots & \partial^2 \varphi_{12} / \partial \bar{x}^2 \\ \partial^2 \varphi_1 / \partial \bar{y}^2 & \partial^2 \varphi_2 / \partial \bar{y}^2 & \dots & \partial^2 \varphi_{12} / \partial \bar{y}^2 \\ \partial^2 \varphi_1 / \partial \bar{x} \partial \bar{y} & \partial^2 \varphi_2 / \partial \bar{x} \partial \bar{y} & \dots & \partial^2 \varphi_{12} / \partial \bar{x} \partial \bar{y} \end{bmatrix} \quad (3)$$

sendo  $E_0$  o módulo de Young,  $h_0$  a espessura nominal da placa,  $\nu$  o coeficiente de Poisson e  $\varphi_i(\bar{x}, \bar{y})$ ,  $i = 1, 2, \dots, 12$  são as funções hermitianas para os elementos finitos considerados.

Por simplicidade, considerando que o módulo de elasticidade é uniforme ao longo da viga, o dano só altera as propriedades geométricas da estrutura (Stutz et al., 2015). Portanto, o parâmetro de coesão da estrutura pode ser definido como

$$\beta(x, y) = \left( \frac{h(x, y)}{h_0} \right)^3 \quad (4)$$

onde  $x$  e  $y$  são as coordenadas globais. No presente trabalho, a fim de calcular a matriz de rigidez, a Eq. (1), o campo de coesão foi espacialmente discretizado considerando a mesma malha de elementos finitos que foi utilizada para o campo de deslocamento.

## 2.2 Matriz de flexibilidade

As frequências naturais não amortecidas e formas de modais de uma estrutura podem ser obtidas a partir do problema de autovalor generalizado

$$(\mathbf{K} - \omega_i^2 \mathbf{M}) \phi_i = 0, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (5)$$

onde  $\mathbf{M}$  e  $\mathbf{K}$  são, respectivamente, as matrizes de massa e de rigidez, de dimensão  $n \times n$ ,  $\omega_i$  é a  $i$ -ésima frequência natural não-amortecida e  $\phi_i$  é a  $i$ -ésima forma modal da estrutura. Considerando as formas modais normalizadas em relação à matriz de massa, tem-se

$$\Phi^T \mathbf{M} \Phi = \mathbf{I} \quad (6)$$

$$\Phi^T \mathbf{K} \Phi = \Lambda \quad (7)$$

sendo  $\Phi$  a matriz modal,  $\mathbf{I}$  a matriz identidade e  $\Lambda$  uma matriz diagonal cujo  $i$ -ésimo componente (autovalor) é dado por  $\omega_i^2$ , ou seja, pelo valor quadrático da correspondente frequência natural não-amortecida do sistema.

Partindo da Eq. (7) e do fato de a matriz de flexibilidade de uma estrutura ser definida como a inversa da matriz de rigidez, tem-se

$$\mathbf{G} = \Phi \Lambda^{-1} \Phi^T = \sum_{i=1}^n \frac{1}{\omega_i^2} \phi_i \phi_i^T \quad (8)$$

Devido às limitações práticas inerentes aos testes modais, uma aproximação da matriz de flexibilidade pode ser obtida experimentalmente, como

$$\mathbf{G}_E = \sum_{i=1}^{n_E} \frac{1}{\omega_{iE}^2} \phi_{iE} \phi_{iE}^T \quad (9)$$

onde  $n_E < n$  é o número de modos obtidos do ensaio experimental,  $\omega_{iE}$  e  $\phi_{iE}$  são, respectivamente, a  $i$ -ésima frequência natural não-amortecida e a  $i$ -ésima forma modal obtidas experimentalmente. A ordem da matriz de flexibilidade experimental  $\mathbf{G}_E$  depende apenas do número  $m$  de graus de liberdade (GDL) medidos no ensaio modal, que é equivalente ao número de componentes das formas modais experimentais  $\phi_{iE}$ . Sendo assim, em um problema de identificação de danos estruturais baseado na matriz de flexibilidade, se faz necessário a determinação da matriz de flexibilidade reduzida  $\bar{\mathbf{G}}$ ,

$$\bar{\mathbf{G}} = \sum_{i=1}^{n_E} \frac{1}{\omega_i^2} \bar{\phi}_i \bar{\phi}_i^T \quad (10)$$

onde  $\bar{\phi}_i$  representa a  $i$ -ésima forma modal, prevista pelo MEF, cujos elementos englobam apenas os  $m$  GDL medidos no ensaio de vibração.

### 3. METAMODELO KRIGING

O modelo Kriging, assim como todo metamodelo, tem como objetivo básico fornecer uma relação entre dados de entrada e dados de saída, ou respostas da estrutura. No presente trabalho, os dados de entrada são representados por combinações dos parâmetros nodais de coesão,  $\mathbf{X} = \{\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_{N_c}\}^T$ , e os correspondentes dados de saída são elementos da matriz de flexibilidade reduzida,  $\bar{\mathbf{G}}$ , que por simplicidade a matriz de flexibilidade reduzida será referida como  $y$ . Portanto, para as realizações das amostras de entrada, obtêm-se suas saídas  $\mathbf{Y} = \{y_1, y_2, \dots, y_{N_c}\}^T$ . Assim, para uma dada resposta  $y$ , tem-se

$$y(\beta) = \mathbf{f}^T(\beta) \boldsymbol{\mu}_z + z(\beta) \quad (11)$$

onde  $\mathbf{f}^T(\beta)$  é um vetor contendo os polinômios das combinações de  $\beta$ ,  $\boldsymbol{\mu}_z$  é o vetor de coeficiente da regressão linear a serem estimados,  $z(\beta)$  é o erro, assumindo que segue uma distribuição normal com média nula e desvio padrão  $\sigma_z$  e  $N_c$  é a quantidade de amostras.

O modelo Kriging recupera precisamente a resposta dado uma combinação na regressão polinomial, sendo assim, o desvio do erro é referente ao erro de modelagem, independente dos fatores aleatórios. A parte polinomial é frequentemente considerada constante na literatura especializada, portanto o modelo Kriging se resume em estimar  $z(\beta)$ . A Krigagem parte do princípio que o modelo gerado é contínuo, ou seja, quaisquer dois pontos tendem a ter o mesmo valor o quanto a distância entre eles forem próximas de zero. Com isso, a correlação entre  $z(\beta)$

de quaisquer dois pontos de amostragem pode ser expressa como uma função de sua distância espacial. O modelo de correlação Gaussiano é adaptado como:

$$R(z(\beta_i), z(\beta_j)) = \exp\left(-\sum_{k=1}^{n_p} \theta_k |\beta_i^k - \beta_j^k|^2\right) \quad (12)$$

onde  $\beta_i^k$  e  $\beta_j^k$  são as  $k$ -ésimas componentes de dois pontos  $\beta_i$  e  $\beta_j$  e  $\theta_k$  controla a taxa de decaimento da correlação em diferentes dimensões. A correlação é afetada pela escolha de  $\theta_k$ , a partir de  $\theta_k$  pode-se verificar o quanto uma variável pode influenciar na resposta, um valor baixo indica que as correlações são pouco afetadas, ou seja, o parâmetro associado a  $\theta_k$  tem pouca influencia na resposta. Já um valor mais elevado para  $\theta_k$  indica que o parâmetro possui maior influência na resposta (Silva Cardoso, 2016).

Então a matriz de correlação entre os pontos de amostra é obtida como

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} R(z(\beta_1), z(\beta_2)) & \dots & R(z(\beta_1), z(\beta_{N_c})) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ R(z(\beta_{N_c}), z(\beta_1)) & \dots & R(z(\beta_{N_c}), z(\beta_{N_c})) \end{bmatrix} \quad (13)$$

Para obter a correlação é necessário definir um problema de otimização não linear, minimizando os parâmetros  $\theta_k$  de cada variável. No processo de minimização, é utilizada uma função de verossimilhança, onde o cálculo da estimativa por máxima verossimilhança resulta nos melhores valores para os parâmetros do modelo Kriging. A função de verossimilhança do ponto de amostragem pode então ser escrita com o

$$L = \frac{1}{(2\pi\sigma_z^2)^{n_p/2} |\mathbf{R}|^{1/2}} \exp\left[-\frac{(\mathbf{Y} - \mathbf{F}\boldsymbol{\mu}_z)^T \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{Y} - \mathbf{F}\boldsymbol{\mu}_z)}{2\sigma_z^2}\right] \quad (14)$$

onde  $\mathbf{F}$  é matriz do vetor  $\mathbf{f}$  de cada amostra, comumente considerada como a matriz identidade,  $|\mathbf{R}|$  é o determinante da matriz de correlação  $\mathbf{R}$ , que é função de  $\theta_k$ . De acordo com a estimativa por máxima verossimilhança, pode-se obter

$$\hat{\boldsymbol{\mu}}_z = (\mathbf{F}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{F})^{-1} (\mathbf{F}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{Y}) \quad (15)$$

$$\hat{\sigma}_z = \frac{(\mathbf{Y} - \mathbf{F}\boldsymbol{\mu})^T \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{Y} - \mathbf{F}\boldsymbol{\mu})}{N_c} \quad (16)$$

A forma logarítmica da função de máxima verossimilhança pode ser escrita como

$$\ln(L) \approx -\frac{n_p}{2} \ln(\sigma_z^2) - \frac{1}{2} \ln|\mathbf{R}| \quad (17)$$

Como o valor da função depende do valor de  $\theta_k$  que a maximize, se faz necessário um método de otimização, que no presente trabalho foi utilizado o algoritmo PSO.

### 3.1 Predição do modelo

Com os valores de  $\theta_k$  determinados, um modelo de Krigagem vinculando aos pontos de amostragem e as respectivas respostas é construído. O próximo passo é prever o valor de novos

pontos. Para qualquer ponto  $\beta_0$ , seguindo o princípio de que o valor previsto para o ponto continua a maximizar a função de verossimilhança aumentada tanto do ponto de amostra quanto do novo ponto, o vetor de correlações entre a amostra e a predição é dado por

$$\mathbf{R}_{\beta_0} = \begin{bmatrix} R(z(\beta_1), z(\beta_0)) \\ \vdots \\ R(z(\beta_{N_c}), z(\beta_0)) \end{bmatrix} \quad (18)$$

A matriz de correlações aumentada é

$$\tilde{\mathbf{R}}_{\beta_0} = \begin{bmatrix} \mathbf{R} & \mathbf{R}_{\beta_0} \\ \mathbf{R}_{\beta_0}^T & 1 \end{bmatrix} \quad (19)$$

Aumentado o vetor de respostas  $\mathbf{Y}$  com a predição desejada tem-se o vetor  $\tilde{\mathbf{Y}} = \{\mathbf{Y}^T, \hat{y}\}^T$  e a função de ln-verossimilhança da amostra aumentada é

$$\ln(L) = -\frac{n_p}{2} \ln(2\pi) - \frac{n_p}{2} \ln(\hat{\sigma}_z^2) - \frac{1}{2} \ln|\mathbf{R}| - \frac{(\tilde{\mathbf{Y}} - \mathbf{F}\hat{\mu}_z)^T \tilde{\mathbf{R}}^{-1} (\tilde{\mathbf{Y}} - \mathbf{F}\hat{\mu}_z)}{2\hat{\sigma}_z^2} \quad (20)$$

Será considerado apenas o último termo na maximização, visto que este depende de  $\hat{y}$ . Substituindo  $\tilde{\mathbf{Y}}$  e  $\tilde{\mathbf{R}}_{\beta_0}$  na Eq. 20, temos

$$\ln(L) \approx \frac{- \begin{bmatrix} \mathbf{Y} - \mathbf{F}\hat{\mu}_z \\ \hat{y} - \hat{\mu}_z \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \mathbf{R} & \mathbf{R}_{\beta_0} \\ \mathbf{R}_{\beta_0}^T & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{Y} - \mathbf{F}\hat{\mu}_z \\ \hat{y} - \hat{\mu}_z \end{bmatrix}}{2\hat{\sigma}_z^2} \quad (21)$$

Removendo os termos sem  $\hat{y}$ , diferenciando e igualando a 0, a estimativa por máxima verossimilhança para  $\hat{y}$  é dada por

$$\hat{y}(\beta_0) = \hat{\mu}_z + \mathbf{R}_{\beta_0}^T \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{Y} - \mathbf{F}\hat{\mu}_z) \quad (22)$$

#### 4. PROBLEMA INVERSO

Definindo o vetor de parâmetros nodais de coesão

$$\boldsymbol{\beta} = [\beta_1 \ \beta_2 \ \dots \ \beta_i \ \dots \ \beta_{n_p}]^T \quad (23)$$

onde  $\beta_i$  é o parâmetro de coesão no  $i$ -ésimo nó da discretização espacial do campo de coesão.

Com o objetivo de definir o problema de identificação de danos construído a partir de um modelo Kriging da matriz de flexibilidade, defini-se o vetor de resposta generalizada

$$\hat{\mathbf{y}} = [\hat{G}_{11} \ \hat{G}_{12} \ \dots \ \hat{G}_{1m} \ \dots \ \hat{G}_{22} \ \hat{G}_{23} \ \dots \ \hat{G}_{2m} \ \dots \ \hat{G}_{mm}]^T \quad (24)$$

onde  $\hat{G}_{ij}$  é a estimativa do modelo Kriging para um elemento  $\bar{G}_{ij}$  da matriz de flexibilidade reduzida  $\bar{\mathbf{G}}$  e  $m$  é o número de colunas (ou linhas) desta matriz. Vale ressaltar que, devido à simetria da matriz de flexibilidade reduzida, nem todos os seus componentes são considerados na definição do vetor de resposta generalizada  $\hat{\mathbf{y}}$ , como pode ser observado na Eq. (24).

O correspondente vetor de resposta generalizada experimental pode ser definido como

$$\mathbf{y}_E = [G_{11E} \ G_{12E} \ \dots \ G_{1mE} \ \dots \ G_{22E} \ G_{23E} \ \dots \ G_{2mE} \ \dots \ G_{mmE}]^T \quad (25)$$

cujos componentes são os elementos da matriz de flexibilidade experimental. Sendo assim, o problema inverso de identificação de danos pode ser definido como um problema de otimização.

$$\min_{\boldsymbol{\beta}} \mathcal{F} \text{ de modo que } 0 \leq \beta_i \leq 1, \quad i = 1, 2, \dots, n_p \quad (26)$$

sendo o funcional  $\mathcal{F}$  definido como

$$\mathcal{F} = \frac{1}{2}(\mathbf{y}_E - \hat{\mathbf{y}}(\boldsymbol{\beta}))^T \mathbf{W}(\mathbf{y}_E - \hat{\mathbf{y}}(\boldsymbol{\beta})) \quad (27)$$

onde  $\mathbf{W}$  é a matriz de covariância dos erros experimentais. Portanto, a identificação do danos é realizada pela determinação do campo de coesão que minimiza o funcional  $\mathcal{F}$ , que é definido pela matriz de flexibilidade obtida experimentalmente e a correspondente matriz prevista pelo Kriging da estrutura. Para resolver o problema inverso de identificação de danos foi considerado o método de otimização PSO (Kennedy e Eberhart, 1995)

## 5. RESULTADOS NUMÉRICOS

Para a avaliação numérica do metamodelo Kriging em problemas de identificação de danos considerou-se uma placa de alumínio retangular engastada em um dos lados, cujas propriedades nominais geométricas e materiais são apresentadas na Tabela 1.

Tabela 1- Propriedades nominais geométricas e materiais da placa.

Comprimento	0.6 m
Largura	0.4 m
Espessura ( $h_0$ )	0.005 m
Densidade de massa	2700 kg/m <sup>3</sup>
Módulo de elasticidade	72,582 GPa
Coefficiente de Poisson	0,33

A placa foi discretizada em 63 elementos retangulares, 7 na direção  $x$  e 9 na direção  $y$ , cada elemento com quatro nós, onde cada ponto nodal possui três GDL de deslocamento (um transversal, um de rotação em  $x$  e um de rotação em  $y$ ) e um parâmetro nodal de coesão. Portanto, a estrutura possui um total de 80 pontos nodais e, assim, 80 parâmetros de coesão e 216 GDL, pelo fato de 8 pontos nodais encontrarem-se no engaste.

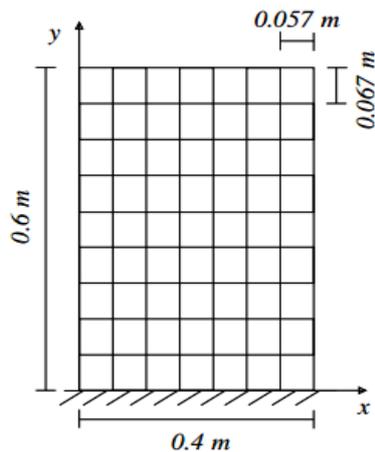


Figura 1- Malha de elementos finitos da placa.

A matriz de flexibilidade experimental sintética foi obtida com o MEF da estrutura danificada, onde as formas modais e os modos de vibração não foram corrompidos por ruído aditivo. Considerou-se que apenas os modos de vibração contidos na faixa de 0 a 1000 Hz foram medidos em um ensaio experimental e as formas modais foram obtidas em 8 posições igualmente espaçadas ao longo da placa.

Na formulação do problema inverso de estimação de parâmetros, considerou-se o modelo Kriging da matriz de flexibilidade estrutural. Na geração do modelo Kriging foram consideradas 181 combinações de danos aleatórios para a matriz  $\mathbf{X}$ , no cálculo da função de Inverossimilhança realizou-se uma decomposição de Cholesky de  $\mathbf{R}$ , devido a possibilidade de manipular apenas a metade da matriz no processo de inversão, reduzindo o esforço computacional. No processo de estimação de  $\theta_k$  foram considerados como limites  $10^{-3}$  e  $10^2$ .

Com intuito de validar o modelo proposto, a Fig. 2 apresenta uma comparação entre a matriz de flexibilidade reduzida obtida pelo MEF e a correspondente matriz de flexibilidade prevista pelo Kriging, considerando-se a estrutura intacta. Pode-se observar que os erros entre os elementos é da ordem de  $5.03 \times 10^{-17}$ .

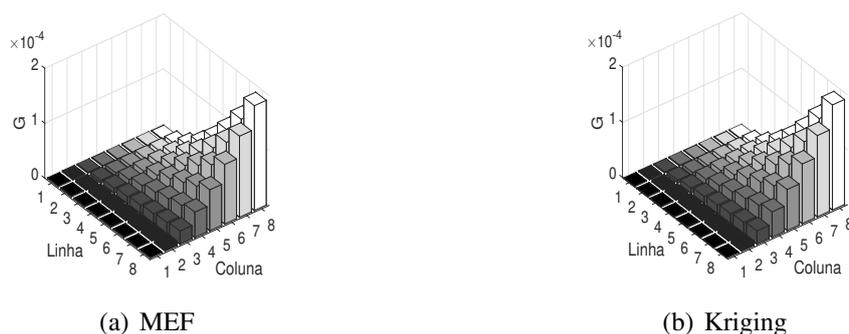


Figura 2- Matrizes de flexibilidade sem dano.

Na avaliação da identificação de danos proposta, foram considerados dois cenários de dano, apresentados na Tabela 2.

Tabela 2- Cenários de dano.

Caso	Posição (m)	$h(x)/h_0$
1	(0.17;0)	0,8
2	(0.17;0), (0.23;0.33)	0,8

O Caso 1 considera o problema de identificação de danos em uma única região danificada no engaste da placa e o Caso 2 considera duas posições danificadas, ambos casos consideram uma redução de 20% na altura relativa e não há contaminação por ruído nos sinais.

Os parâmetros adotados no método PSO são:  $x_{i,min} = 0.512$ ,  $x_{i,max} = 1$ ,  $v_{i,min} = 0$ ,  $v_{i,max} = 100$ ,  $w_{i,min} = 0,4$ ,  $w_{i,max} = 0,9$ ,  $c_1 = c_2 = 2$  e o tamanho do enxame de 200. O processo de identificação dos danos foi realizado considerando-se 100 gerações do enxame de partículas ou o mesmo interrompido quando  $\mathcal{F} \leq 10^{-20}$ . As Figs. 3 e 4 mostram os resultados da identificação de danos para os Casos 1 e 2.

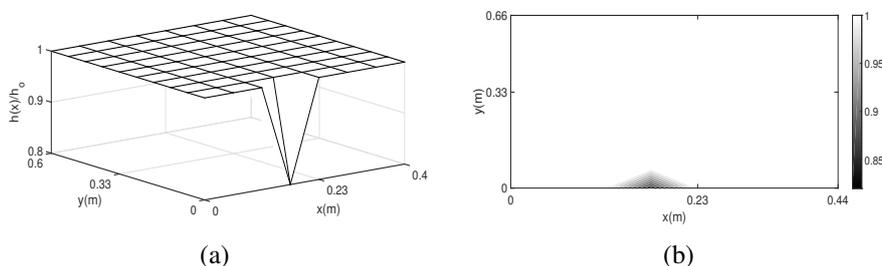


Figura 3- Identificação de danos para o Caso 1.

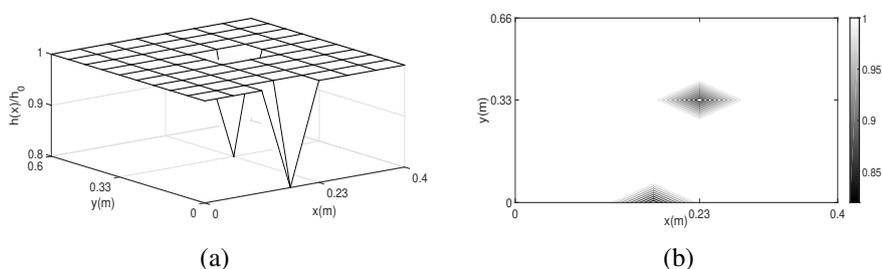


Figura 4- Identificação de danos para o Caso 2.

Pelas Figs. 3 e 4 pode-se observar que a abordagem forneceu resultados acurados de identificação de danos, mesmo consideram um cenário de dano composto por duas regiões danificadas.

## 6. CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS

O presente trabalho apresentou o problema de identificação de danos estruturais em uma placa de alumínio retangular engastada em um dos lados, considerando o ajuste do metamodelo Kriging para a solução do problema inverso de estimação de parâmetros. A solução do problema inverso, foi obtida pelo método PSO.

A utilização do Kriging na modelagem da estrutura mostrou-se bastante adequada, mostrando a partir dos resultados que a estratégia foi capaz de identificar os cenários de dano considerados. Como sugestões de trabalhos futuros, destaca-se a análise dos procedimentos da máxima verossimilhança e de inferência Bayesiana, utilizando a metodologia de amostragem adaptativa de MCMC, implementada através do algoritmo Delayed Rejection and Adaptive Metropolis (DRAM), para a resolução do problema inverso.

## Referências

- Alvandi, A.; Cremona, C. (2006), Assessment of vibration-based damage identification techniques. *Journal of Sound and Vibration*, 229(2), 179–202.
- Fan, W.; Qiao, P. (2011), Vibration-based damage identification methods: a review and comparative study. *Structural Health Monitoring*, v. 10, 83-111.
- Kennedy, J., Sorensen, J. M. (1995), Particle swarm optimization. in *Proceedings of the International Conference on Neural Networks*. Piscataway, NJ.
- Majumder, L.; Manohar, C. S. (2003), A time-domain approach for damage detection in beam structures using vibration data with a moving oscillator as an excitation source *Journal of Sound and Vibration*, v. 268, 699-716.
- Silva Cardoso, P. H. (2016), *Identificação de danos estruturais através do metamodelo de Kriging*, Trabalho de Conclusão de Curso, Escola Politécnica/UFRJ, Rio de Janeiro.
- Stutz, L. T., Castello, D. A., Rochinha, F. A. (2005), A flexibility-based continuum damage identification approach. *Journal of Sound and Vibration*, 279, 641-667.
- Stutz, L. T., Tenenbaum, R. A., Correa, R. A. P. (2015), The differential evolution method applied to continuum damage identification via flexibility matrix. *Journal of Sound and Vibration*, 345, 86-102.
- Tomaszewska, A. (2010), Influence of statistical errors on damage detection based on structural flexibility and mode shape curvature. *Computers and Structures*, v. 88, 154-164.
- Wang, L.; ChangHANG, T.H.T. (2009), Review of vibration-based damage detection and condition assessment of bridge structures using structural health monitoring. *The Second Infrastructure Theme Postgraduate Conference : Rethinking Sustainable Development: Planning, Engineering, Design and Managing Urban Infrastructure*. Queensland University.
- Worden, K.; Dulieu-Barton, J.M. (2004), An overview of intelligent fault detection in systems and structures. *Structural health Monitoring*, 85-98.
- Yang, X., Guo, X., Ouyang, H. e Li, D. (2017), A Kriging Model Based Finite Element Model Updating Method for Damage Detection. *Applied Sciences*, 1-18.
- Zou, Y.; Tong, L.; Steven, P. (2000), Vibration based model dependent damage (delamination) identification and health monitoring for composite structures-a review. *Journal of Sound and Vibration*, v. 230, 357-378.

## DAMAGE IDENTIFICATION IN THE KIRCHHOFF'S PLATE VIA KRIGING SURROGATE MODEL

**Abstract.** *In this work, is discuss the identification of structural damage to the Kirchoff 's plate is studied based on Kriging surrogate model. The matrix flexibility is considered in the present work. The Kriging surrogate model was adopted in the problem of structural damage identification, based on the relation between the nodal cohesion parameters ( $\beta$ ) and elements of the flexibility matrix of the system. The inverse problem of damage identification is defined as a optimization problem one, where the objective is to minimize, with respect to the nodal cohesion parameters, the difference between the experimental response vector, composed with elements of the flexibility matrix obtained from a modal test on the supposed damaged structure, and the predicted by a Kriging surrogate model. The Particle Swarm Optimization (PSO) method was considered for solving the resulting inverse damage identification problem. The numerical results of the damage identification considering the Kriging model are presented, were exposition that the strategy adopted proved to be able to locate and quantify the damage with accuracy.*

**Keywords:** *Damage identification, Kirchhoff 's plate, Kriging model, Flexibility matrix*