

08 a 11 de Outubro de 2018
Instituto Federal Fluminense
Búzios - RJ

MODELAGEM E SIMULAÇÃO DO ESCOAMENTO MISCÍVEL EM MEIOS POROSOS

Gisiane Simão¹ – gisianesimao@gmail.com

Luiz Nélio Henderson¹ – nelio@iprj.uerj.br

¹ Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Instituto Politécnico – Nova Friburgo, RJ, Brazil

Resumo. *O presente trabalho propõe um estudo do escoamento compressível em meios porosos homogêneos, em que os fluidos são considerados miscíveis. O modelo é descrito por equações diferenciais parciais não lineares do tipo convecção-difusão, com métodos de diferenças finitas do tipo limitadores de fluxo. A evolução temporal é baseada em um esquema de separação de operadores semelhante ao esquema conhecido como IMPES. O campo de pressão é calculado implicitamente no tempo e a convecção-difusão por um esquema explícito. O método utilizado é o DFSANE, para resolver o sistema não-linear gerado pela equação da pressão. Este é um método moderno para a solução de sistemas não-lineares de grande porte, o qual não resolve sistemas lineares, nem usa qualquer informação explícita associada com a matriz Jacobiana. Os resultados mostram que este algoritmo moderno é um método confiável e eficiente para a simulação de escoamentos compressíveis em meios porosos.*

Palavras-chave: *Miscibilidade, Escoamento, Simulação, Instabilidade Hidrodinâmica, Método livre de Derivadas.*

1. INTRODUÇÃO

Métodos miscíveis podem se definir como um processo de recuperação de óleo caracterizado pela ausência de interface entre os fluidos deslocante e deslocado, estando relacionados com a habilidade em reduzir as forças capilares e interfaces, desprendendo o óleo do reservatório (Green e Whillhite, 1998). Diante disso, a simulação do escoamento miscível é de uma importância vital para o entendimento e previsão de recursos industriais. Este trabalho tem como objetivo a modelagem e simulação computacional do escoamento miscível e ligeiramente compressível em meios porosos. Na resolução da equação da pressão, foi considerada uma equação diferencial parabólica de segunda ordem, munida com condições de contorno de Neumann. O método numérico utilizado para a resolução das

equações não lineares foi o *Derivate Free Spectral Residual for Nonlinear Equation* (DFSANE), de La Cruz, Martinez e Raydan (2006).

2. MODELAGEM DO ESCOAMENTO MISCÍVEL

Inicialmente, considerando um fluido multicomponente constituído de n_c espécies químicas. Suporemos que tal mistura se desloca no interior de um meio poroso de porosidade ϕ e permeabilidade k , e que esse escoamento ocorre em condições de completa miscibilidade. Isso significa que em qualquer posição do meio poroso a mistura fluida não mostra interfaces, se apresentando durante todo tempo como um fluido monofásico.

O modelo matemático do escoamento miscível em um meio poroso pode ser descrito por um sistema de equações diferenciais, resultante da Lei de Conservação de massa da mistura, da Lei de Darcy e de uma equação de advecção-convecção predominantemente convectiva expressando a conservação de massa do fluido injetado (Peaceman, 1986). Lei de Darcy pode ser escrita na seguinte forma diferencial:

$$\mathbf{u} = \frac{-k}{\mu} (\nabla P - \rho g \nabla z), \quad (1)$$

em que, vetor \mathbf{u} é a velocidade do fluido, P denota a pressão ρ representa a densidade g a aceleração da gravidade local e z a profundidade do meio poroso.

Seguindo a Eq. (1) e denotando por c_i a densidade mássica (também chamada de concentração) da espécie $i = (1, \dots, n_c)$, a qual tem dimensão de massa da espécie i por unidade de volume, a equação de conservação de massa desse componente químico presente na mistura pode ser escrita na forma, em que t representa o tempo e q_i é a taxa de extração ou de injeção da espécie i no meio poroso, a qual tem dimensão de massa desse componente por unidade de volume, por unidade de tempo. O vetor \mathbf{u}_i denota o campo de velocidade do corpo fluido constituído somente pela espécie química i (Bear, 1972).

$$\frac{\partial(\phi c_i)}{\partial t} + \nabla \cdot (c_i \mathbf{u}_i) = q_i, \text{ para todo } i = 1, \dots, n_c. \quad (2)$$

Seja \mathbf{u} o vetor que representa a velocidade do fluido (mistura multicomponente) no meio poroso. Suporemos que essa velocidade pode ser descrita pela lei de Darcy (Bear, 1972).

$$\mathbf{u} = \frac{-k}{\mu} (\nabla P), \quad (3)$$

desprezando os efeitos de gravidade, procedimento típico de escoamentos horizontais. Usando a velocidade da mistura, escrevendo a Eq. (2) na seguinte forma equivalente

$$\frac{\partial(\phi c_i)}{\partial t} + \nabla \cdot (c_i \mathbf{u}) + \nabla \cdot \mathbf{J}_i = q_i, \text{ para } i = 1, \dots, n_c. \quad (4)$$

Em seguida, consideraremos o vetor J_i definido por $J_i = c_i(\mathbf{u}_i - \mathbf{u})$, para todo $i = 1, \dots, n_c$, o qual é denominado de vetor do fluxo difusivo da espécie i . Tal fluxo está associado ao fenômeno de difusão de massa desse componente ao longo do meio poroso preenchido pela mistura multicomponente (Bear, 1972).

Como enfatizado por Bird et al. (1960), a equação de conservação de massa de uma espécie química em uma mistura pode ser escrita em termos da sua fração mássica. Para obter essa descrição, considere inicialmente ρ , a densidade mássica total da mistura, definida por

$$\rho = \sum_{i=1}^{n_c} c_i. \quad (5)$$

Em seguida, seja w_i a fração mássica do componente i na mistura multicomponente, dada por

$$w_i = \frac{c_i}{\rho} = \frac{c_i}{\sum_{i=1}^{n_c} c_i}. \quad (6)$$

Na modelagem de escoamentos multicomponente em meios porosos, é útil considerar uma equação que forneça o balanço total de massa da mistura. Basicamente, o modelo referido acima pode ser formulado utiliza-se a equação que descreve a conservação de massa do solvente e a equação de conservação de massa total da mistura binária (solvente-óleo), juntamente com Lei de Darcy. Aqui, essas equações do chamado modelo miscível serão resumidas como seguem, de acordo com (Henderson, Simão e Sacco, 2015):

$$\frac{\partial(\phi\rho w)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho w \mathbf{u}) + \nabla \cdot \mathbf{J} = wq, \quad (10)$$

$$\frac{\partial(\phi\rho)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho w) = q, \quad (11)$$

$$\mathbf{u} = \frac{-k}{\mu(w)} (\nabla P). \quad (12)$$

A Eq. (10) descreve o balanço de massa do solvente, em que w e \mathbf{J} denotam a fração mássica e o vetor do fluxo difusivo do solvente, respectivamente. Como antes, a Eq. (11) modela o balanço de massa total do fluido miscível, constituído pelas espécies químicas denominadas de solvente e óleo, e a Eq. (12) resume a lei de Darcy para escoamentos monofásicos, com a ausência do termo de gravidade, onde se supõe que a viscosidade da mistura é uma função da fração mássica do solvente, isto é, $\mu = \mu(w)$.

A densidade da mistura será descrita por uma equação de estado que satisfaz uma relação simples, dada por (Bird et al., 1960):

$$\rho(P) = \rho_r \exp[\beta_T(P - P_r)], \quad (13)$$

em que β_T (chamada compressibilidade isotérmica do fluido) é supostamente constante. Assim, supondo que ρ depende somente da pressão. P_r denota a pressão da mistura em um dado estado de referência e ρ_r é o valor da densidade do fluido nesse mesmo estado.

A viscosidade da mistura binária será modelada pela correlação empírica proposta por (Todd e Longstaff, 1972),

$$\mu(w) = \frac{\mu_0}{\left[(1-w) + wM^{\frac{1}{4}} \right]^4}, \quad (14)$$

Em que o parâmetro M (chamado de razão de viscosidades ou razão de mobilidade) é dado por $M = \frac{\mu_o}{\mu_s}$, onde μ_s é a viscosidade do solvente injetado e μ_o é a viscosidade do óleo residente.

O vetor do fluxo difusivo do solvente mostrado na Eq. (10), o modelo clássico usado na modelagem de escoamentos miscíveis em reservatórios, pode ser escrito como $\mathbf{J} = -\rho \mathbf{D} \nabla w$, o termo \mathbf{D} representa um tensor de segunda ordem, denominado de tensor de difusão-dispersão do solvente na mistura (solvente-óleo) em meios porosos, da seguinte forma matricial (Peaceman, 1986):

$$\begin{pmatrix} D_{11} & D_{12} \\ D_{21} & D_{22} \end{pmatrix} = \phi d_M \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \alpha_T \sqrt{u_1^2 + u_2^2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \frac{(\alpha_L - \alpha_T)}{\sqrt{u_1^2 + u_2^2}} \begin{pmatrix} u_2^2 & u_1 u_2 \\ u_1 u_2 & u_1^2 \end{pmatrix}, \quad (15)$$

em que, pela Eq. (12), temos que

$$u_1 = -\frac{k}{\mu(w)} \frac{\partial P}{\partial x}, \quad (16)$$

$$u_2 = -\frac{k}{\mu(w)} \frac{\partial P}{\partial y}. \quad (17)$$

2.1 Equações do modelo

O domínio espacial $\Omega = [0, L_x] \times [0, L_y]$ será discretizado utilizando uma grade de blocos centrados, denotada por $\hat{\Omega} = \{(x_i, y_j) \in \mathbb{R}^2; i = 1, \dots, n_x \text{ e } j = 1, \dots, n_y\}$, de modo que $x_i = (i - 1/2)\Delta x$, para todo $i = 1, \dots, n_x$, com $\Delta x = \frac{L_x}{n_x}$, e $y_j = (j - 1/2)\Delta y$, para todo $j = 1, \dots, n_y$, com $\Delta y = \frac{L_y}{n_y}$.

O domínio temporal será representado pelo intervalo fechado $[t_0, t_f]$, em que t_f denotará o instante final e t_0 o instante inicial, considerado como sendo o tempo zero. Esse intervalo será particionado na forma $0 = t_0 < t_1 < \dots < t_n < \dots < t_{n_i} = t_f$, dando origem a uma grade temporal. Aqui, n_i representará um dado número inteiro que define a quantidade de níveis de tempo utilizados.

O valor $f(x_i, y_j, t_n)$, de uma dada função f em um ponto (x_i, y_j) da grade $\hat{\Omega}$, em certo nível de tempo t_n , será representado por $f_{i,j}^n$, obtém-se a chamada equação da pressão, a qual para o nó de um bloco $\hat{\Omega}_{i,j}$ toma a seguinte forma,

$$\phi \left[\frac{\partial(\rho(P))}{\partial t} \right]_{i,j} - \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\rho(P)k}{\mu(w)} \frac{\partial P}{\partial x} \right) \right]_{i,j} - \left[\frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\rho(P)k}{\mu(w)} \frac{\partial P}{\partial y} \right) \right]_{i,j} - q_{i,j} = 0. \quad (19)$$

$$\phi \left[\frac{\partial(\rho(P)w)}{\partial t} \right]_{i,j} + \left(\frac{\partial F_x}{\partial x} \right)_{i,j} + \left(\frac{\partial F_y}{\partial y} \right)_{i,j} - w_{i,j} q_{i,j} = 0, \quad (20)$$

em que F_x e F_y são os fluxos totais nas respectivas direções x e y , dados por

$$F_x = -w \frac{\rho(P)k}{\mu(w)} \frac{\partial P}{\partial x} - \rho D_{11} \frac{\partial w}{\partial x} - \rho D_{12} \frac{\partial w}{\partial y}, \quad (21)$$

$$F_y = -w \frac{\rho(P)k}{\mu(w)} \frac{\partial P}{\partial y} - \rho D_{21} \frac{\partial w}{\partial x} - \rho D_{22} \frac{\partial w}{\partial y}, \quad (22)$$

As evoluções temporais das soluções numéricas das equações acima serão feitas de forma iterativa, usando-se incrementos de passos de tempo iguais a Δt . Esse processo iterativo será a chave para desacoplar as equações do modelo miscível, facilitando sua resolução numérica, através procedimento de separação de operadores semelhante ao esquema conhecido como IMPES, descrito em detalhes no livro de Aziz e Settari (1979) e em Henderson et al (2015), por exemplo.

Devido ao processo de injeção de solvente, e pelo fato do reservatório estar inicialmente preenchido apenas com óleo, a fração mássica do solvente, $w = w(x, y, t)$, apresentará grandes variações localizadas nas frentes que se deslocam nas direções dos poços de produção. Para evitar possíveis oscilações espúrias, típicas de aproximações em diferenças finitas centradas de segunda ordem, que geralmente surgem em tais frentes de avanço de solvente, aqui a fração mássica $w_{i+\frac{1}{2},j}^n$ será aproximada por um esquema do tipo limitador de

fluxo, veja Thomas (1999) e Leveque (2002), por exemplo. Para isso, usando a definição do chamado tensor de difusão, a matriz \mathbf{D} descrita na Eq. (15), pode-se escrever:

$$\left[\rho(P^{n+1}) \mathbf{D}_{11}(w^n, P^{n+1}) \right]_{i+\frac{1}{2},j} = \phi d_M \rho(P^{n+1})_{i+\frac{1}{2},j} + d_T \sqrt{\left[\sigma_x(w^n, P^{n+1})_{i+\frac{1}{2},j} \right]^2}$$

$$+ d_T \sqrt{\left[\sigma_y(w^n, P^{n+1})_{i+\frac{1}{2},j} \right]^2} + \frac{(d_L - d_T) \left[\sigma_x(w^n, P^{n+1})_{i+\frac{1}{2},j} \right]^2}{\sqrt{\left[\sigma_x(w^n, P^{n+1})_{i+\frac{1}{2},j} \right]^2 + \left[\sigma_y(w^n, P^{n+1})_{i+\frac{1}{2},j} \right]^2}}, \quad (23)$$

$$\left[\rho(P^{n+1}) \mathcal{D}_{21}(w^n, P^{n+1}) \right]_{i+\frac{1}{2},j} = \frac{(d_L - d_T) \sigma_x(w^n, P^{n+1})_{i+\frac{1}{2},j} \sigma_y(w^n, P^{n+1})_{i+\frac{1}{2},j}}{\sqrt{\left[\sigma_x(w^n, P^{n+1})_{i+\frac{1}{2},j} \right]^2 + \left[\sigma_y(w^n, P^{n+1})_{i+\frac{1}{2},j} \right]^2}}, \quad (24)$$

em que

$$\sigma_x(w^n, P^{n+1})_{i+\frac{1}{2},j} \equiv - \left[\frac{\rho(P^{n+1})k}{\mu(w^n)} \right]_{i+\frac{1}{2},j} \left(\frac{\partial P^{n+1}}{\partial x} \right)_{i+\frac{1}{2},j} \cong - \left[\frac{\rho(P^{n+1})k}{\mu(w^n)} \right]_{i+\frac{1}{2},j} \frac{P_{i+1,j}^{n+1} - P_{i,j}^{n+1}}{\Delta x} \quad (25)$$

e

$$\sigma_y(w^n, P^{n+1})_{i+\frac{1}{2},j} \equiv - \left[\frac{\rho(P^{n+1})k}{\mu(w^n)} \right]_{i+\frac{1}{2},j} \left(\frac{\partial P^{n+1}}{\partial y} \right)_{i+\frac{1}{2},j} \cong - \left[\frac{\rho(P^{n+1})k}{\mu(w^n)} \right]_{i+\frac{1}{2},j} \frac{1}{2} \left(\frac{P_{i,j+1}^n - P_{i,j-1}^n}{2\Delta y} + \frac{P_{i+1,j+1}^n - P_{i+1,j-1}^n}{2\Delta y} \right). \quad (26)$$

2.2 Método Numérico para as Equações Não Lineares

Ao se considerar a Eq. (19) ao longo de todos os nós da grade, se obtém um sistema não linear com $n_x \times n_y$ equações, cujas $n_x \times n_y$ variáveis são os valores da pressão em cada nó da grade de blocos centrados, usada na discretização espacial.

Assim, durante a evolução temporal, para obter-se o campo de pressão, a resolução numérica de um sistema não linear é exigida a cada passo de tempo Δt que separa o nível de tempo n do nível futuro $n+1$.

O método considerado é um algoritmo recentemente desenvolvido por La Cruz et al (2006) para a resolução de sistemas não lineares. De fato, tal método, denominado de DFSANE (*Derivative-Free Spectral Algorithm for Nonlinear Equations*) nem sequer emprega resoluções de sistemas lineares, sendo um método de busca direta que essencialmente utiliza, a cada iteração, o valor da aplicação que define o sistema não linear no ponto corrente.

$$F : \mathfrak{R}^{n_x \times n_y} \rightarrow \mathfrak{R}^{n_x \times n_y} \quad (27)$$

é a aplicação não linear definida pela expressão que se encontra no lado esquerdo da Eq. (19), cujas variáveis são os $n_x \times n_y$ valores de pressão, definidos em cada bloco da grade de discretização, representados acima pelos componentes do vetor $\mathbf{P} \in \mathfrak{R}^{n_x \times n_y}$.

A fim de simplificar a notação usada denotaremos esse vetor \mathbf{P} simplesmente por $\mathbf{x} \in \mathfrak{R}^N$, onde $N = n_x \times n_y$. Assim, dado a aplicação não linear, o problema mostrado na Eq. (19) se resume em encontrar $\mathbf{x}^* \in \mathfrak{R}^N$ tal que

$$\mathbf{F}(\mathbf{x}^*) = \mathbf{0}, \quad (28)$$

Dada uma função diferenciável $f: \mathfrak{R}^N \rightarrow \mathfrak{R}$, existem vários métodos iterativos desenvolvidos para resolver o problema de otimização

$$\begin{cases} \text{Min } f(x) \\ x \in \mathfrak{R}, \end{cases} \quad (29)$$

os quais buscam determinar $\mathbf{x}^* \in \mathfrak{R}$, tal que

$$\nabla f(\mathbf{x}^*) = \mathbf{0}, \quad (30)$$

em que ∇f denota o vetor Gradiente de f .

Há uma clara relação entre o problema de minimização acima Eq. (30) e o problema de interesse descrito na Eq. (28). De fato, considerando $f(\mathbf{x}) = \|\mathbf{f}(\mathbf{x})\|^2$, pode-se mostrar que $\mathbf{f}(\mathbf{x}) = 2\mathbf{F}'(\mathbf{x})^T \mathbf{F}(\mathbf{x})$. Assim, se $\mathbf{F}'(\mathbf{x}^*)$ é inversível, então $\nabla f(\mathbf{x}^*) = \mathbf{0}$ se, e somente se, $\mathbf{F}(\mathbf{x}^*) = \mathbf{0}$.

O método DFSANE, proposto por La Cruz et al. (2006), é um método para a resolução de sistemas não lineares $\mathbf{F}(\mathbf{x}) = \mathbf{0}$, o qual procura resolver o problema de mínimos quadrados não lineares,

$$\begin{cases} \text{Min } f(\mathbf{x}) = \|\mathbf{F}(\mathbf{x})\|^2 \\ \mathbf{x} \in \mathfrak{R}, \end{cases} \quad (31)$$

Usando uma busca linear que emprega o coeficiente espectral sugerido por Barzilai e Borwein (1988), as iterações do algoritmo DFSANE (*Derivative-Free Spectral Algorithm for Nonlinear Equations*) proposto por La Cruz et al. (2006), são da forma

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k + \lambda_k \underbrace{\left(\pm \frac{1}{\alpha_k} \mathbf{F}(\mathbf{x}_k) \right)}_{d_k}, \quad (32)$$

em que para todo $k \geq 1$, $\left(\frac{1}{\alpha_k} \right)$ é definido pela $\frac{1}{\alpha_k} = \frac{s_{k-1}^T s_{k-1}}{s_{k-1}^T y_{k-1}}$, $\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k \pm \frac{1}{\alpha_k} \mathbf{F}(\mathbf{x}_k)$, em que é

calculado por $s_{k-1} = \mathbf{x}_k - \mathbf{x}_{k-1}$, $\mathbf{y}_{k-1} = \mathbf{F}(\mathbf{x}_k) - \mathbf{F}(\mathbf{x}_{k-1})$ e $\left(\frac{1}{\alpha_0} \right) = 1$.

3. RESULTADOS

A equação da pressão (uma equação diferencial parcial parabólica de segunda ordem) foi discretizada através de diferenças finitas centradas, classicamente usadas na simulação de reservatórios de petróleo (Aziz e Satterli, 1975). A discretização da equação da fração mássica do solvente (uma equação diferencial parcial do tipo convecção difusão) foi feito por diferenças finitas centradas com limitadores de fluxo.

No caso simulado, os dados estão na Tabela 1, a seguir, onde P_0 denota o valor da pressão inicial em todos os pontos do reservatório. No poço de injeção foi considerado $w(t)=1$, para todo $t > 1$ s.

Tabela 1- Dados para pressão inicial, taxa de injeção (produção), propriedades do meio poroso, modelo de poço e equação de estado.

P_0 (atm)	Q (cm ³ /s)	ϕ	k (Darcy)	r_w (cm)	P_w (atm)	ρ_r (g/cm)	P_r (atm)	β_T atm ⁻¹
30	0,2	0,2	0,05	0,5	20	0,9	1,0	1×10^{-7}

O passo de tempo segue o desacoplamento determinado pela metodologia IMPES, onde a equação da pressão é resolvida implicitamente e, em sequência, a equação da fração mássica do solvente é tratada de forma explícita, segundo o trabalho desenvolvido por Aziz e Satterli (1975).

A equação não linear que governa a variação do campo de pressão é abordada pela primeira vez usando-se o algoritmo DFSANE, proposto por La Cruz, Martinez e Raydan (2006), o qual é um método espectral totalmente livre de derivadas, destinado à resolução de sistemas não lineares de grande porte.

As grandezas físicas associadas ao exemplo considerado a seguir são medidas nas unidades do sistema híbrido de Darcy, onde a permeabilidade é dada em darcy, o tempo em segundos, o comprimento em centímetros, a pressão em atmosfera e a viscosidade em centipoise (cp) (Collins, 1961). Assim, a velocidade fica determinada em centímetros por segundo e a taxa volumétrica de injeção (ou produção) é dada em centímetros cúbicos por segundo.

No que segue, o exemplo, o meio poroso retangular Ω é discretizado usando-se uma grade com 100×100 blocos, onde $\Delta x = \Delta y = 10$ cm, o que resulta em um reservatório de 10 metros quadrados de área. O passo de tempo usado é $\Delta t = 100$ s, o qual foi selecionado após intensivos testes computacionais. Aqui, foi considerado que o meio poroso tem espessura constante $\Delta z = 10$ cm.

O regime de exploração do reservatório usado é do tipo *five spot*. Isso significa que o solvente é injetado em um poço localizado em um bloco que se encontra em um dos cornes do domínio retangular, enquanto o óleo é extraído em outro poço que está localizado no bloco de canto diametralmente oposto ao poço de injeção.

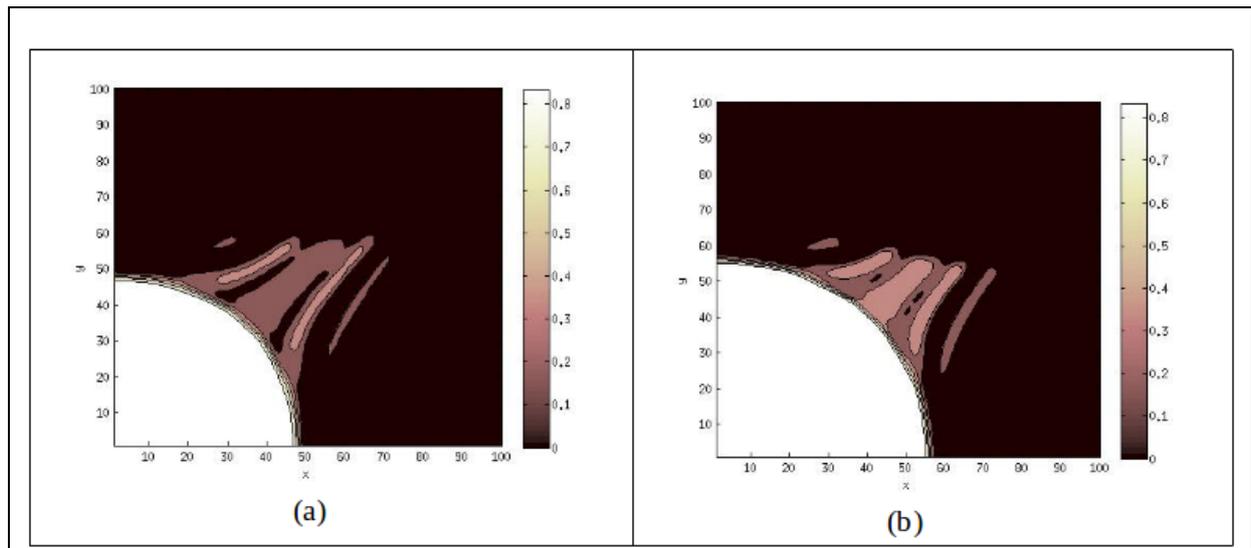


Figura 1- Simulação usando o método DFSANE no instante de injeção $t = 4$ dias, (a) mobilidade adversa e (b) mobilidade unitária.

Na Figura 1 apresenta-se o resultado da simulação usando o método DFSANE após 4 dias de injeção. Foram desconsiderados $d_M = \alpha_L = \alpha_T = 0$ (Figura 1a) supondo que o óleo e o solvente possuem a mesma viscosidade, dadas por $\mu_o = \mu_s = 1.0 \text{ cp}$, sendo um escoamento com razão de mobilidade $\left(M = \frac{\mu_o}{\mu_s} \right)$ unitária. Na Figura 1b a mobilidade é adversa onde $\mu_o = 80 \text{ cp}$ e $\mu_s = 1.0 \text{ cp}$, sendo que a razão de mobilidade do fluido é por hipótese muito maior do que a unidade. Percebe-se em ambas figuras os efeitos da instabilidade hidrodinâmica.

O custo computacional obtido pelo método DFSANE foi de 15 minutos de execução considerando uma simulação de 4 dias de injeção de solvente.

4. CONCLUSÃO

As equações diferenciais que modelam o problema do escoamento miscível foram resolvidas simulando o processo de recuperação de petróleo decorrente da injeção de um solvente em um reservatório de óleo. Avaliou-se o comportamento das equações diferenciais parciais do tipo convecção-difusão. Para a solução deste sistema foi utilizado o método DFSANE, que se mostrou bastante plausível na simulação do problema, para o intervalo de tempo de 4 dias após a injeção do fluido. Além disso, o método foi capaz de simular o processo em um tempo de CPU relativamente curto e conseguiu identificar os efeitos da instabilidade hidrodinâmica no meio homogêneo, o que era desejável.

Para trabalhos futuros, recomenda-se utilizar outros simuladores disponíveis na literatura e comparar com o método aqui descrito.

REFERENCES

- Aziz, K.; Settari, A. (1979), *Petroleum Reservoir Simulation*, London: Applied Science Publishers.
- Barzilai J.; Borwein J. M. (1988) . *Two-point step size gradient methods*, IMA Journal of Numerical Analysis, 8, 141-148.
- Bear, J. (1972), *Dynamics of fluids in porous media*. New York: Dover.
- Bird, R. B.; Stewart, W. E.; Lightfoot, E. N. *Transport phenomena*. New York: Wiley, 780 p, 1960.
- Collins, R.E. (1961), *Flow of fluids through porous materials*. New Jersey: Van Nostrand-Reinhold.
- Fernandes, K.M. (2007) *Formulação de Mínimos Quadrados aplicada à Problemas de Escoamentos Miscíveis*, Dissertação de mestrado, UFF, Niterói - RJ, Brasil.
- Green, D. W.; Willhite, G. P. *Enhanced Oil Recovery*. USA: SPE textbook series, v.6. 1998.
- Henderson, N.; Simão, G.; Sacco, W. F. (2015), *Study of a Jacobian-free approach in the simulation of compressible fluid flows in porous media using a derivative-free spectral method*. *Advances in Engineering Software*, 81, 17-29.
- Krevelen, D.W. (1990), *Properties of Polymers. Their Correlation with Chemical Structure, Their Numerical Estimation and Prediction from Additive Group Contribution*, 3^o ed., Elsevier, Amsterdam.
- La Cruz, W.; Martínez, J.M.; Raydan, M. (2006), *Spectral residual method without gradient information for solving large-scale nonlinear systems of equations*. *Mathematics of Computation*, 75, 1429-1448.
- Leveque, R. J. (2002), *Finite volume methods for hyperbolic problems*, *Cambridge Texts in Applied Mathematics*, Cambridge University Press.
- Peaceman, D. (1986), *Survey of problems in numerical reservoir simulation*. SIAM, Philadelphia.
- Thomas, J. W. (1999), *Numerical partial differential equations: conservation laws and elliptic equations*, *Texts in Applied Mathematics* 33, Springer, New York.
- Todd, M. R.; Longstaff, W. J. (1972), *The development, testing and application of a numerical simulator for predicting miscible flood performance*, *J. Petrol. Technol.*, 3484.

MODELING AND SIMULATION OF MISCELLANEOUS SCAN IN POROUS MEDIA

Abstract. *In a slightly compressible biphasic flow in homogeneous porous media, in which the fluids are considered miscible. The model is described by nonlinear partial differential equations of convection-diffusion type, with finite difference methods of the flow limiters type. The temporal evolution is based on a scheme of separation of operators similar to the scheme known as IMPES. The pressure field is calculated implicitly in time and convection-diffusion by an explicit scheme. The method used is the DFSANE, to solve the nonlinear system generated by the pressure equation. This is a modern method for the solution of large nonlinear systems, which does not solve linear systems, nor does it use any explicit information associated with the Jacobian matrix. The results show that this modern algorithm is a reliable and efficient method for the simulation of compressible flows in media.*

Keywords: *Miscibilit, Flow, Simulation, Hydrodynamic Instability, Free method of Derivatives.*