



08 a 11 de Outubro de 2018  
Instituto Federal Fluminense  
Búzios - RJ

## UMA ABORDAGEM HÍBRIDA PARA O PROBLEMA DO RODÍZIO DE TRIPULAÇÕES

Matheus Guedes Vilas Boas<sup>1</sup> - matheusguedes91@gmail.com

<sup>1</sup>Universidade Federal de Ouro Preto, Departamento de Computação - Ouro Preto, MG, Brasil

**Resumo.** Este trabalho lida com a resolução do Problema do Rodízio de Tripulações (PRT). Considerando um horizonte de planejamento de sete semanas, o problema considera a minimização do número de tripulações e a minimização do somatório das horas extras e horas ociosas de cada funcionário. Para resolução do PRT, uma abordagem híbrida é proposta, combinando um modelo de programação inteira (PI) e a metaheurística Busca em Vizinhança Variável (VNS). O modelo exato lida com a alocação de tripulações às jornadas nos dias úteis, enquanto que a metaheurística VNS lida com esta alocação aos sábados e domingos. Os experimentos computacionais avaliam o desempenho da abordagem proposta em relação à duas bases de dados geradas aleatoriamente e os resultados encontrados são melhores do que os resultados encontrados em outro trabalho da literatura, no que tange ao tempo computacional gasto.

**Keywords:** Problema do Rodízio de Tripulações, Modelo de Programação Inteira, Metaheurística VNS

### 1. INTRODUÇÃO

O Problema do Rodízio de Tripulações (PRT – do inglês *Crew Rostering Problem*) consiste em alocar tripulações – normalmente compostas de um motorista e um cobrador – a jornadas durante um dado horizonte de planejamento. Estas jornadas são agrupadas em jornadas dos dias úteis, sábados e domingos. Uma série de restrições legais e operacionais deve ser respeitada e um ou mais objetivos podem estar presentes na resolução do PRT.

Segundo Watcher (2015), o PRT é o problema da definição do trabalho a ser executado em um determinado horizonte de planejamento por funcionários que trabalham em empresas, como hospitais, bombeiros, *call centers*, empresas de transporte, entre outras. O PRT é do tipo NP-Completo (CARRARESI e GALLO, 1984). No contexto deste trabalho, o interesse está em definir o trabalho a ser executado em empresas de transporte. O interesse está em satisfazer as necessidades da(s) empresa(s) e dos funcionários envolvidos no problema em questão.

Para a resolução do PRT, os seguintes objetivos deverão ser otimizados:

- Minimização do número de tripulações: Espera-se reduzir o custo mensal da empresa associado ao salário dos funcionários.

- Minimização do somatório das horas extras e horas ociosas de cada funcionário: Considerando que a duração de cada jornada é fixa e, pode apresentar uma duração maior (custo adicional) ou uma duração menor (ociosidade) do que a carga horária normal de trabalho, este objetivo almeja reduzir a quantidade de horas extras e horas ociosas realizada por funcionário.

Para a resolução do PRT e conseqüente suporte aos objetivos supradescritos, uma abordagem híbrida foi desenvolvida, combinando o desenvolvimento de um modelo de programação inteira (PI) e da metaheurística Busca em Vizinhança Variável (*Variable Neighborhood Search* - VNS). O modelo exato lida com a alocação de tripulações às jornadas nos dias úteis e tem como objetivo a minimização do número de tripulações. Já a metaheurística VNS lida com a alocação de tripulações às jornadas aos sábados e domingos e esta alocação é feita com foco na minimização do somatório das horas extras e horas ociosas de cada funcionário. A abordagem proposta é descrita em detalhes na Seção 3 deste trabalho.

O trabalho está organizado como se segue: A Seção 2 é responsável por especificar o problema que será resolvido neste trabalho, identificando as restrições legais e operacionais presentes. A abordagem híbrida proposta para resolução do PRT é apresentada na Seção 3 e os experimentos computacionais são apresentados e discutidos na Seção 4. A Seção 5 encerra o trabalho, dissertando sobre as conclusões obtidas e sugerindo trabalhos futuros.

## 2. PROBLEMA DO RODÍZIO DE TRIPULAÇÕES

Neste trabalho, as restrições legais e operacionais que devem ser respeitadas são as mesmas do trabalho de Vilas Boas e Silva (2014). As restrições são apresentadas a seguir:

- (i) O horizonte de planejamento inicia-se em uma segunda.
- (ii) Cada tripulação deve ter um tempo mínimo de descanso de 11 horas (660 minutos) entre dois dias consecutivos de trabalho.
- (iii) Nenhuma tripulação pode trabalhar mais do que 6 (seis) dias consecutivos sem folga.
- (iv) Durante o horizonte de planejamento de 7 (sete) semanas, toda tripulação deve ter, pelo menos, uma folga no domingo.
- (v) As tripulações devem executar jornadas pertencentes ao mesmo turno durante os dias úteis.
- (vi) As tripulações fazem jornadas somente do tipo *pegada simples*, *dupla-pegada* ou *noturno* ao longo da semana.
- (vii) As tripulações que fazem jornadas do tipo *dupla-pegada* devem folgar aos domingos.

A seguir, estão definidos conceitos apresentados nas restrições. As jornadas podem ser classificadas em 3 (três) tipos: *pegada simples*, *dupla-pegada* ou *noturno*. As jornadas do tipo *dupla-pegada* possuem uma interrupção ao longo da jornada maior que duas horas. As jornadas do tipo *noturno* são àquelas com horário de início entre 22 horas e 05 horas. As outras jornadas são classificadas como jornadas do tipo *pegada simples*. As jornadas também estão inseridas em turnos, de acordo com o seu horário de início. Os turnos têm duração de 6 horas, sendo que o Turno 1 tem início às 04 horas e se encerra às 09:59, enquanto que o Turno 4 tem início às

22 horas e se encerra às 03:59. A carga horária normal de trabalho é de 6 horas e 40 minutos, sendo que jornadas com duração inferior a este valor apresentam horas ociosas, enquanto que jornadas com duração superior a esse valor apresentam horas extras.

### 3. DESENVOLVIMENTO DE UMA ABORDAGEM HÍBRIDA PARA A RESOLUÇÃO DO PRT UTILIZANDO A ESTRATÉGIA DIVIDIR-PARA-CONQUISTAR

Para resolução do PRT, uma abordagem híbrida foi proposta utilizando a estratégia Dividir-Para-Conquistar. Neste cenário, o problema original foi dividido em subproblemas, baseados em turnos e tipos de jornadas. A abordagem híbrida é constituída de um modelo de programação inteira responsável pela alocação de jornadas aos funcionários durante os dias úteis, enquanto que uma metaheurística é implementada para a alocação de jornadas aos funcionários nos sábados e domingos. A abordagem proposta é apresentada nas Subseções 3.1 e 3.2.

#### 3.1 MODELO DE PROGRAMAÇÃO INTEIRA PARA ALOCAÇÃO DE JORNADAS AOS FUNCIONÁRIOS NOS DIAS ÚTEIS

O modelo de programação inteira proposto neste trabalho é baseado no modelo apresentado em Vilas Boas e Silva (2014), no entanto, existem algumas diferenças importantes e que estão sumarizadas a seguir. Os autores do trabalho em questão utilizaram subproblemas baseados em turnos, enquanto que no presente trabalho os subproblemas são baseados em turnos e tipos de jornadas. Com essa divisão, as restrições V e VI da Seção 2 já estão implicitamente sendo respeitadas. A outra diferença está na alocação de jornadas: o modelo apresentado pelos autores aloca jornadas aos funcionários durante todo o horizonte de planejamento, considerando dias úteis, sábados e domingos. No modelo proposto no presente trabalho, o modelo de PI faz a alocação apenas nos dias úteis. A alocação dos sábados e domingos é feita pela metaheurística proposta na Subseção 3.2.

O modelo proposto tem como objetivo a minimização do número de tripulações. Os conjuntos, índices e variáveis de decisão são descritos a seguir. O conjunto  $C$  representa o conjunto de tripulações; O conjunto  $J$  representa o conjunto de jornadas; O conjunto  $Du$  representa o conjunto de dias úteis dentro do horizonte de planejamento; O conjunto  $K_j$  representa o conjunto de jornadas do dia  $j$  e; O conjunto  $K'_j[k]$  representa o conjunto de jornadas que não podem ser realizadas no dia  $j$  pela tripulação que executou a jornada  $k$  no dia  $(j - 1)$ . Conforme pode-se perceber, os índices  $i$ ,  $j$  e  $k$  estão relacionados a tripulação, dia e jornada, respectivamente. Foram utilizados dois conjuntos de variáveis de decisão: A variável de decisão binária  $y_i$  recebe 1 se a tripulação  $i$  não trabalha durante todo o horizonte de planejamento. A variável de decisão binária  $x_{ijk}$  recebe 1 se a tripulação  $i$  realiza a jornada  $k$  no dia  $j$ . As jornadas estão numeradas de  $k = \{1, \dots, p\}$ . A jornada  $k = 0$  indica que o funcionário não trabalhou. Neste sentido, a variável recebe 1 quando a tripulação  $i$  não trabalhou no dia  $j$ .

O modelo de PI para o PRT é apresentado a seguir.

$$\text{Maximize } \sum_{i=1}^C y_i$$

Sujeito a:

$$y_i \leq x_{ij0} \quad \forall i \in C, \forall j \in Du \quad (1)$$

$$x_{i(j-1)k} + \sum_{k' \in K'_j[k]} x_{ijk'} \leq 1 \quad \forall i \in C, \forall j \in \{2, \dots, Du\}, \forall k \in K_{(j-1)} \quad (2)$$

$$x_{ij0} + \sum_{k \in K_j} x_{ijk} = 1 \quad \forall i \in C, \forall j \in Du \quad (3)$$

$$\sum_{i=1}^C x_{ijk} = 1 \quad \forall j \in Du, \forall k \in K_j \quad (4)$$

A função objetivo maximiza o número de tripulações que não trabalha durante todo o horizonte de planejamento. Deste modo, o modelo minimizará o número de tripulações necessário para realizar todas as jornadas. O conjunto de restrições (1) garante que a variável  $y_i$  receberá o valor 1, se e somente se, a tripulação  $i$  não trabalhar durante todo o horizonte de planejamento.

O conjunto de restrições (2) assegura que qualquer tripulação terá no mínimo 11 horas de descanso entre dias consecutivos de trabalho (Restrição III da Seção 2 deste trabalho). Os conjuntos de restrições (3) e (4), garantem respectivamente que cada tripulação pode realizar no máximo uma jornada em cada dia e que todas as jornadas serão realizadas ao longo do horizonte de planejamento.

As restrições III, IV e VII, descritas na Seção 2 deste trabalho e associadas as folgas das tripulações serão impostas pelo desenvolvimento de uma metaheurística, que será descrita na próxima seção. As restrições V e VI já estão sendo respeitadas, já que cada subproblema está associado a apenas um turno e apenas um tipo de jornada.

### 3.2 METAHEURÍSTICA VNS PARA ALOCAÇÃO DE JORNADAS AOS FUNCIONÁRIOS AOS SÁBADOS E DOMINGOS

A metaheurística VNS recebe como dados de entrada as saídas resultantes da execução do modelo de programação inteira – proposto na subseção anterior – para cada um dos subproblemas. Estes dados estão relacionados com as alocações das tripulações às jornadas pertencentes aos dias úteis, durante todo o horizonte de planejamento. Por sua vez, a metaheurística tem como objetivo realizar a alocação das tripulações às jornadas pertencentes aos sábados e domingos.

Antes do uso da metaheurística, foram realizados alguns procedimentos para garantir o direito de folga das tripulações. O primeiro passo foi a realização de trocas no conjunto de jornadas realizadas por tripulações durante as semanas, de acordo com o total de horas extras e horas ociosas. Considere o seguinte exemplo: Durante todo o horizonte de planejamento de 7 semanas, a tripulação  $t_1$  trabalhou 5600 minutos a mais do que a carga horária normal de trabalho (800 minutos x 7 semanas). Por sua vez, a tripulação  $t_2$  trabalhou 5075 minutos a menos do que a carga horária normal de trabalho (725 minutos x 7 semanas). Se a tripulação  $t_1$  executar as jornadas alocadas a ela nas semanas 1, 3, 5 e 7 e as jornadas alocadas a tripulação  $t_2$  nas semanas 2, 4 e 6 e a tripulação  $t_2$  fizer o mesmo, obtêm-se uma redução na quantidade de minutos a mais (ou a menos) trabalhadas (5600 minutos para 1025 minutos e 5075 minutos para 500 minutos). A compensação de horas extras e ociosas ao longo do horizonte de planejamento é prevista em lei e adotada na prática.

O segundo passo foi dar folga em todos os domingos do horizonte de planejamento para àquelas tripulações que executaram jornadas do tipo *dupla-pegada* durante a semana – assegurando o cumprimento da Restrição VII da Seção 2. O terceiro passo foi dar folga em um domingo para todas as tripulações – assegurando o cumprimento da Restrição IV da Seção 2.

A metaheurística VNS foi implementada e lida com a alocação de tripulações às jornadas aos sábados e domingos e esta alocação é realizada com foco na minimização do somatório das horas extras e horas ociosas de cada funcionário. A metaheurística também é responsável por garantir que a restrição III da Seção 2 não seja violada. Neste sentido, ela será usada para atribuição de folgas aos funcionários no dia corrente caso os mesmos tenham trabalhados nos seis dias anteriores.

A metaheurística Busca em Vizinhança Variável (*Variable Neighborhood Search* – VNS) foi proposta por Mladenovic e Hansen (1997). É um método de busca local que consiste em explorar o espaço de soluções por meio de trocas sistemáticas nas estruturas de vizinhança. A metaheurística explora as vizinhanças que estão cada vez mais distantes da solução corrente e foca a busca em torno de uma nova solução se, e somente se, um movimento de melhoria é executado. O método também inclui um procedimento de busca local para ser aplicado sobre a solução corrente. O Algoritmo 1 apresenta o pseudo-código para a metaheurística VNS.

---

**Algorithm 1** Busca em Vizinhança Variável (VNS)

---

**Dados de entrada:** Saídas do Modelo de Programação Inteira

```
1: Seja  $s_0$  uma solução inicial
2: Seja  $r$  o número de diferentes estruturas de vizinhanças
3:  $s \leftarrow s_0$ 
4: while (Critérios de parada não são satisfeitos) do
5:    $k \leftarrow 1$ ;
6:   while ( $k \leq r$ ) do
7:     Gerar um vizinho qualquer  $s' \in \mathcal{N}^{(k)}(s)$ ;
8:      $s'' \leftarrow \text{BuscaLocal}(s')$ ;
9:     if ( $f(s'') > f(s)$ ) then
10:       $s \leftarrow s''$ ;
11:       $k \leftarrow 1$ ;
12:     else
13:       $k \leftarrow k + 1$ ;
14:     end if
15:   end while
16: end while
17: Retorna  $s$ ;
```

---

Foram adotados dois critérios de parada: O primeiro critério estabelece um limite no tempo de execução de 48 horas para a metaheurística. O segundo critério estabelece que a execução é interrompida quando o número de iterações sem melhora ultrapassar o valor da multiplicação entre o total de tripulações e o total de jornadas ( $C \times J$ ).

As seguintes vizinhanças foram desenvolvidas:

- Vizinhança  $\mathcal{N}_1$ : O funcionário  $f_1$  realizará a jornada alocada para o funcionário  $f_2$  no dia  $d$  e vice-versa. O dia  $d$  é definido aleatoriamente e obrigatoriamente é um sábado ou domingo.

- Vizinhança  $\mathcal{N}_2$ : O funcionário  $f_1$  realizará as jornadas alocadas para o funcionário  $f_2$  em um final de semana e vice-versa. O final de semana é definido aleatoriamente e abrange um sábado e um domingo.
- Vizinhança  $\mathcal{N}_3$ : Idem Vizinhança  $\mathcal{N}_1$ , porém são realizadas trocas entre todos os possíveis pares de funcionários.
- Vizinhança  $\mathcal{N}_4$ : Idem Vizinhança  $\mathcal{N}_2$ , porém são realizadas trocas entre todos os possíveis pares de funcionários.

Como busca local, a metaheurística Busca Tabu (*Local Search* – BT) foi utilizada. Originada a partir dos trabalhos independentes de Fred Glover (GLOVER, 1986) e Pierre Hansen (HANSEN, 1986), a Busca Tabu permite movimentos de piora, para escapar de ótimos locais. Além disso, para evitar que o algoritmo cicle, a metaheurística utiliza uma lista denominada *lista tabu*. Esta lista contém os movimentos reversos aos últimos  $|T|$  movimentos realizados, sendo  $T$  o tamanho da lista. Para maiores informações, favor consultar os trabalhos Glover (1989) e Glover (1990). No presente trabalho, o tamanho da lista tabu foi definido como  $|T| = 10$  e o critério de parada foi definido como o número de iterações sem melhora, sendo este número definido do mesmo modo que para a metaheurística VNS.

## 4. EXPERIMENTOS COMPUTACIONAIS

Os experimentos computacionais foram realizados em um computador com processador Intel® Core™ i5-3230M, 2.60Hz, 6GB de Memória RAM, no sistema operacional Linux. O resolvidor usado foi o IBM ILOG CPLEX 12.7.

### 4.1 DADOS DE ENTRADA

Esta subseção apresenta os dados de entrada advindos de duas bases de dados, nomeadas aqui como **Base de Dados I** e **Base de Dados II**. Os dados de entrada estão relacionados com as jornadas que compõem o horizonte de planejamento. Para a Base de Dados I, a quantidade de jornadas dos dias úteis, sábados e domingos, assim como o tipo de cada jornada (*pegada simples*, *dupla-pegada* e *noturno*) é a mesma que no trabalho de Vilas Boas e Silva (2014). A Base de Dados II foi gerada para testar a eficiência dos modelos de programação inteira – apresentados nas referências supracitadas – em relação a problemas maiores, e neste sentido, apresenta o dobro de jornadas em relação à Base de Dados I. Para ambas as bases, a duração de cada jornada foi definida de modo aleatório, respeitando uma duração mínima de 3 horas e 20 minutos e uma duração máxima de 10 horas. As Tabelas 1 e 2 apresentam as jornadas das bases **Base de Dados I** e **Base de Dados II**, respectivamente.

Tabela 1- Características das jornadas – Base de Dados I

Dia	Jornadas	Pegada Simples	Dupla-Pegada	Noturno	Horas Extras	Horas Ociosas
Dia útil	104	87	4	13	87:37	93:03
Sábado	70	59	0	11	52:20	66:37
Domingo	53	44	0	9	40:13	47:36
<b>Total</b>	<b>227</b>	<b>190</b>	<b>4</b>	<b>33</b>	<b>180:10</b>	<b>207:16</b>

Considerando a Tabela 1, cada dia útil é composto de 104 jornadas, sendo 87 do tipo *pegada simples*, 8 do tipo *dupla-pegada* e 13 do tipo *noturno*. Do somatório da carga horária extra (ou

ociosa) de cada jornada, há um total de 87 horas e 37 minutos de horas extras e um total de 93 horas e 03 minutos de horas ociosas. A Base de Dados I apresenta um total de 227 jornadas, incluindo jornadas dos dias úteis, sábados e domingos.

Tabela 2- Características das jornadas – Base de Dados II

Dia	Jornadas	Pegada Simples	Dupla-Pegada	Noturno	Horas Extras	Horas Ociosas
Dia útil	208	168	8	32	145:56	180:44
Sábado	140	121	0	19	114:32	116:04
Domingo	106	91	0	15	92:06	80:09
<b>Total</b>	<b>454</b>	<b>380</b>	<b>8</b>	<b>66</b>	<b>352:34</b>	<b>376:57</b>

Considerando a Tabela 2, cada sábado é composto de 140 jornadas, sendo 121 do tipo *pegada simples*, 0 do tipo *dupla-pegada* e 19 do tipo *noturno*. Do somatório da carga horária extra (ou ociosa) de cada jornada, há um total de 114 horas e 32 minutos de horas extras e um total de 116 horas e 04 minutos de horas ociosas. Por sua vez, no domingo devem ser realizadas 106 jornadas, sendo 91 do tipo *pegada simples*, 0 do tipo *dupla-pegada* e 15 do tipo *noturno*. A Base de Dados II apresenta um total de 454 jornadas, incluindo jornadas dos dias úteis, sábados e domingos.

## 4.2 RESULTADOS

No trabalho de Vilas Boas e Silva (2014), os autores utilizaram dois modelos de programação inteira para a resolução do PRT. O primeiro modelo tem como objetivo a minimização do número de tripulações, enquanto que o segundo modelo tem como objetivos a minimização da quantidade total de horas extras e ociosas realizadas pelos funcionários e a minimização da diferença da carga horária total de trabalho realizada por eles. Os modelos foram implementados pelo autor do corrente trabalho e neste sentido, os experimentos computacionais foram realizados considerando o mesmo cenário experimental, a fim de evitar resultados e comparações injustas de desempenho.

Os modelos são executados considerando cada um dos quatro turnos individualmente. Foi estabelecido como critério de parada um limite no tempo de execução de 6 horas (360) minutos para cada turno. Assim, considerando a existência de 4 turnos e 2 modelos de PI, a resolução do PRT, no pior caso, levará 48 horas (2880 minutos). A abordagem híbrida – desenvolvida no presente trabalho – considera um limite no tempo de execução de 48 horas e o número de iterações sem melhora como critérios de parada.

Como os Turnos 2 e 3 apresentam apenas jornadas do tipo *pegada simples*, não foi necessário a divisão em subproblemas considerando os tipos das jornadas. O mesmo vale para o Turno 4, que apresenta apenas jornadas do tipo *noturno*. As Tabelas 3 e 4 apresentam o resultado da abordagem híbrida proposta neste trabalho para cada subproblema Turno-Jornada, sobre as Bases de Dados I e II. A coluna *Metaheurística VNS* lida com a execução da metaheurística, utilizando as saídas obtidas pelo modelo de programação inteira, para cada um dos subproblemas. Os valores negativos indicam uma redução na quantidade de horas extras (coluna *Horas Extras*) e horas ociosas (coluna *Horas Ociosas*).

Os resultados apresentados nas Tabelas 3 e 4 apresentam tempos irrisórios para resolução do PRT para cada um dos subproblemas, utilizando o modelo de PI proposto. Já para a metaheurística VNS o tempo gasto foi um pouco maior, considerando que os critérios de parada foram sintonizados permitindo um maior custo computacional. Em relação as métricas

Tabela 3- Resultados para cada subproblema Turno-Jornada (Base de Dados I)

<b>Turno-Jornadas</b>	<b>Tripulações</b>	<b> Jornadas </b>	<b>Tempo (s)</b>	<b>Horas Extras</b>	<b>Horas Ociosas</b>
Turno1-PegadaSimples	32	32	1.75	883:45	1161:25
Turno1-DuplaPegada	4	4	0.03	93:20	166:15
Turno1-Noturno	13	13	0.26	273:00	464:20
Turno2-PegadaSimples	38	38	3.47	1359:45	883:45
Turno3-PegadaSimples	12	12	0.25	285:15	518:35
Turno4-Noturno	5	5	0.07	171:30	62:25
Metaheurística VNS	11	123	3452.33	-2020:20	-2146:12
<b>Total</b>	<b>115</b>	<b>227</b>	<b>3458.16</b>	<b>1045:30</b>	<b>1110:33</b>

Tabela 4- Resultados para cada subproblema Turno-Jornada (Base de Dados II)

<b>Turno-Jornadas</b>	<b>Tripulações</b>	<b> Jornadas </b>	<b>Tempo (s)</b>	<b>Horas Extras</b>	<b>Horas Ociosas</b>
Turno1-PegadaSimples	68	68	10.01	1756:25	1829:20
Turno1-DuplaPegada	8	8	0.12	80:30	337:45
Turno1-Noturno	22	22	0.78	471:55	994:00
Turno2-PegadaSimples	76	76	22.11	2302:25	2104:40
Turno3-PegadaSimples	24	24	1.24	386:45	736:10
Turno4-Noturno	10	10	0.16	109:40	323:45
Metaheurística VNS	23	246	5672.18	-4290:33	-4580:12
<b>Total</b>	<b>231</b>	<b>454</b>	<b>5706.59</b>	<b>817:07</b>	<b>1745:28</b>

*Tripulações, Horas Extras e Horas Ociosas*, a metaheurística possibilitou uma redução considerável no total de horas extras e horas ociosas, enquanto que dispôs de mais 11 funcionários na Base de Dados I e 23 funcionários na Base de Dados II.

As Tabelas 5 e 6 apresentam uma comparação do desempenho dos modelos desenvolvidos em Vilas Boas e Silva (2014) e da abordagem apresentada no presente trabalho quando da resolução do PRT considerando as Bases de Dados I e II, respectivamente. A comparação é feita em função das métricas *Tripulações, Horas Extras, Horas Ociosas e Tempo (s)*, este último expresso em segundos.

Tabela 5- Comparação dos resultados (Base de Dados I)

<b>Método</b>	<b>Tripulações</b>	<b>Horas Extras</b>	<b>Horas Ociosas</b>	<b>Tempo (s)</b>
<b>Abordagem proposta</b>	115	1045:30	1110:33	3458.16
Vilas Boas e Silva (2014)	110	430:30	772:20	59807.62

Quando os resultados são comparados com o trabalho de Vilas Boas e Silva (2014), pode-se perceber que o tempo computacional gasto foi bem menor, o que está intimamente relacionado com a criação de subproblemas baseados em turnos e tipos de jornadas. Por outro lado, para garantir as folgas previstas em lei para todos os funcionários, a metaheurística VNS dispôs de mais funcionários e o total de horas extras e horas ociosas também foi maior do que quando comparado ao trabalho da literatura. Sucintamente, os resultados são comparáveis e de certo modo surpreendentes, principalmente pela capacidade da metaheurística em reduzir o total de horas extras e horas ociosas e pelo tempo computacional gasto para resolução dos subproblemas, mesmo ao considerar uma base de dados maior (Base de Dados II).



Tabela 6- Comparação dos resultados (Base de Dados II)

Método	Tripulações	Horas Extras	Horas Ociosas	Tempo (s)
Abordagem proposta	231	817:07	1725:28	5706.59
Vilas Boas e Silva (2014)	219	318:30	1463:35	89189.88

## 5. DISCUSSÃO, CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS

Neste trabalho, uma abordagem híbrida para a resolução do Problema do Rodízio de Tripulações foi proposta. Um modelo de programação inteira foi definido para alocação de jornadas as tripulações durante os dias úteis de todo o horizonte de planejamento e tem o objetivo de minimizar o número de tripulações. Este modelo não lida com a alocação de folgas aos funcionários. Esta alocação é feita pela metaheurística Busca em Vizinhança Variável, que também tem como função alocar jornadas aos funcionários nos finais de semana (sábados e domingos). Esta metaheurística utiliza as saídas dos subproblemas resolvidos pelo modelo PI e tem como objetivo a minimização do somatório das horas extras e horas ociosas de cada funcionário.

Os resultados encontrados com a abordagem proposta são comparados com o trabalho de Vilas Boas e Silva (2014), disponível na literatura. Os resultados são considerados satisfatórios, principalmente em relação ao tempo computacional gasto. Em relação às outras métricas, os resultados são comparáveis com o trabalho da literatura.

O futuro deste trabalho segue duas direções. A primeira direção considera a avaliação da abordagem proposta em bases de dados reais do PRT, a comparação com outros trabalhos disponíveis na literatura e a sua utilização em outros problemas de otimização, no contexto de escala de funcionários. A segunda direção considera utilizar novas estratégias para a resolução do PRT, como por exemplo, o uso de outras heurísticas e/ou modelos de programação inteira.

## Referências

- [Caprara et al., 2003] Caprara, A., Monaci, M. e Toth, P. (2003). “Models and Algorithms for a Staff Scheduling Problem”, *Mathematical Programming*, páginas 445-476, volume 98.
- [Carraraesi e Gallo, 1984] Carraraesi, P. e Gallo, G. (1984). “A Multi-level Bottleneck Assignment Approach to the Bus Drivers’ Rostering Problem”, *European Journal of Operation Research*, páginas 163-173, volume 16.
- [Glover, 1986] Glover, F. (1986). “Future Paths for Integer Programming and Links to Artificial Intelligence”, *Computers and Operations Research*, páginas 533-549, volume 13.
- [Glover, 1989] Glover, F. (1989). “Tabu Search: Part I”, *ORSA Journal of Computing*, páginas 190-206, volume 1.
- [Glover, 1990] Glover, F. (1990). “Tabu Search: Part II”, *ORSA Journal of Computing*, páginas 4-32, volume 2.
- [Hansen, 1986] Hansen, P. (1986). “The steepest ascent mildest descent heuristic for combinatorial programming”, *In Congress on Numerical Methods in Combinatorial Optimization*, Capri, Itália.
- [Vilas Boas e Silva, 2014] Vilas Boas, M. G. e Silva, G. P. (2014). “Modelos de Programação Inteira para o Problema do Rodízio de Tripulações de Ônibus Urbano”, *XLVI – Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional*, páginas 1680-1691.

## A HYBRID APPROACH TO SOLVING THE CREW ROSTERING PROBLEM

**Resumo.** *This paper deals with the Resolution of the Crew Rostering Problem (CRP). Considering a planning horizon of seven weeks, the problem considers to minimize the number of employees and minimizing the sum of the overtime and idle hours of each employee. To solve the PRT, a hybrid approach is proposed, combining an integer programming model (IP) and the*

*metaheuristic Variable Neighborhood Search (VNS). The exact model deals with the allocation of crews to the duties on weekdays, while the VNS metaheuristic handles this allocation on Saturdays and Sundays. The computational experiments evaluate the performance of the proposed approach in relation to two randomly generated databases and the results found are better than the results found in another paper in the literature, regarding the computational time expense.*

**Keywords:** *Crew Rostering Problem, Integer Programming Model, VNS metaheuristic*