



08 a 11 de Outubro de 2018  
Instituto Federal Fluminense  
Búzios - RJ

## **Modelo de Difusão-Reação com Otimização Mono-objetivo no Controle do Mosquito *Aedes aegypti***

**Josenildo Silva de Lima**<sup>1</sup> - nildo2802@gmail.com

**Rodrigo Tomás Nogueira Cardoso**<sup>2</sup> - rodrigoc@des.cefetmg.br

**Amália Soares Vieira de Vasconcelos**<sup>3</sup> - amaliasv@hotmail.com

<sup>1</sup> Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais, PPGMMC - Belo Horizonte, MG, Brasil

<sup>2</sup> Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais, DM - Belo Horizonte, MG, Brasil

<sup>3</sup> Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais, PPGMMC - Belo Horizonte, MG, Brasil

**Resumo.** *As doenças transmitidas por mosquitos, como dengue, chikungunya, zika vírus, malária, e febre amarela, têm sido tema relevante de pesquisas científicas, devido ao crescimento do número de infectados ao longo dos anos no mundo. Neste trabalho, propomos um modelo descrito por um sistema de equações diferenciais do tipo reação-difusão, que descreve a interação entre a população de mosquitos na fase imatura e a população alada de fêmeas. Com este modelo, formulamos um problema de otimização com o objetivo de minimizar a população de mosquitos e o tempo de investimento no controle, aplicando inseticidas e larvicidas durante o verão. Utilizamos decomposição de operadores, diferenças finitas, Runge-Kutta de quarta ordem e o algoritmo real genético polarizado para as simulações numéricas e computacionais respectivamente. Aplicamos o controle degrau concomitante, onde observamos a diminuição do número do mosquito do Aedes aegypti ao longo do tempo e do espaço.*

**Palavras-chave** - *Sistemas de Reação-Difusão, Otimização Mono-objetivo, Algoritmo Genético, Controle do Aedes aegypti.*

## **1. INTRODUÇÃO**

As diversas doenças transmitidas por mosquitos são, há muito tempo, uma grande preocupação em países tropicais e subtropicais. A combinação de clima favorável com as condições precárias de saneamento nas cidades, crescimento e aglomeração populacional que urbaniza as cidades proporcionam o ambiente ideal para a proliferação de muitas espécies de mosquitos. Com o aquecimento global, essa preocupação tende a se estender para além dos trópicos em um tempo relativamente curto. Segundo a Organização Mundial de Saúde WHO (2017), mais da metade da população humana encontra-se em área de risco podendo adquirir algum tipo de doença proveniente de mosquitos.

Dentre as doenças transmitidas por vetores, podemos destacar a dengue, malária, febre amarela, chikungunya, zika, leishmaniose e outros. No entanto, dentre as doenças transmitidas por

vetores, a incidência de dengue é a que mais cresce no mundo, observando-se um aumento de 30 vezes nos últimos 50 anos. A dengue, zika e chikungunya são algumas dessas principais doenças transmitidas pelo mosquito *Aedes aegypti*. Anualmente a dengue atinge, entre 50 – 100 milhões de infecções em mais de 100 países endêmicos de acordo com a Organização Mundial de Saúde.

Diante desses dados desenvolvemos um estudo mono-objetivo com equações diferenciais, parciais e ordinárias que tem sido estudada desde então. Modelos matemáticos e computacionais podem ser encontrados na literatura com modelos simples, medianos e complexos. Em De Vasconcelos (2018), Barsante (2014) e Cordeiro (2015) podem ser vistos alguns desses modelos citados.

A proposta deste trabalho é mostrar um estudo utilizando equações diferenciais parciais e otimização mono-objetivo para verificar a quantidade mínima de inseticidas e/ou larvicidas para controle que deve ser aplicada no menor tempo possível para otimizar os custos financeiros envolvidos com a aquisição de inseticidas e larvicidas, custos financeiros com pessoal e hospitalar.

Na *Seção 2* apresentamos a formulação do modelo matemático descrito por um sistema de equações diferenciais parciais do tipo de reação-difusão, com termos de reação não-lineares. Na *Seção 3* apresentamos o modelo de otimização mono-objetivo, que tem o sistema dinâmico como umas das restrições. A *Seção 4* contempla os resultados numéricos obtidos a partir de diferentes condições iniciais. Finalmente na *Seção 5* faremos uma breve discussão e apontaremos sugestões para futuras investigações deste trabalho.

## 2. Modelo Matemático

Segundo De Vasconcelos (2018), o modelo que rege a dinâmica da interação entre as populações de mosquitos  $u_1$  e  $u_2$  pode ser descrito por um sistema de duas equações diferenciais ordinárias não-lineares.

$$\begin{cases} \frac{du_1}{dt} = f\phi \left[1 - \frac{u_1}{C}\right] u_1 - (\alpha + \mu_{u_1} + \psi_1)u_1 \\ \frac{du_2}{dt} = \gamma\alpha u_1 - (\mu_{u_2} + \psi_2)u_2. \end{cases} \quad (1)$$

em que  $u_1$  representa a população de mosquitos na fase imatura e  $u_2$  representa a população alada de fêmeas;  $f$  representa a fração de ovos viáveis que a população de fêmeas imaturas contribui depositando em potenciais criadouros;  $\phi$  é a taxa intrínseca de oviposição por unidade de indivíduo;  $C$  representa a capacidade do meio associada a abundância de nutrientes;  $\alpha$  representa o desenvolvimento da fase imatura para fase alada;  $\gamma$  corresponde à taxa por unidade de indivíduo em que o vetor passa da fase aquática para a população alada de fêmeas e  $\mu$  e  $\psi$  representam as taxas de mortalidade natural e adicional respectivamente. O fator logístico representa a tendência das fêmeas evitarem ovipor em criadouros populosos.

Os modelos de reação-difusão, fornecem uma boa fundamentação para o estudo de dispersão de mosquitos. O modelo matemático que avalia essa dinâmica espaço-temporal é dado por um sistema de equações diferenciais parciais com a difusão, de acordo com a Lei Clássica de Fick e os termos de reação representando a interação entre as duas variedades consideradas com controle, segundo De Lima (2016). Portanto podemos descrever a dinâmica e espalhamento de mosquitos pela seguinte equação de reação-difusão:

$$\begin{cases} \frac{\partial u_1(x, t)}{\partial t} = D \frac{\partial^2 u_1}{\partial x^2} + f\phi \left[1 - \frac{u_1}{C}\right] u_1 - (\alpha + \mu_{u_1} + \psi_1)u_1 \\ \frac{\partial u_2(x, t)}{\partial t} = D \frac{\partial^2 u_2}{\partial x^2} + \gamma\alpha u_1 - (\mu_{u_2} + \psi_2)u_2. \end{cases} \quad (2)$$

com condições de contorno de Neumann:

$$\begin{aligned} u_1(0, t) = 0 & \quad u_1(L, t) = 0 \\ u_2(0, t) = 0 & \quad u_2(L, t) = 0 \end{aligned}$$

e condições iniciais:

$$\begin{aligned} u_1(x, 0) &= 85,53 \sin(10,5)^{100}, & x \in \Omega \\ u_2(x, 0) &= 31,0,7 \sin(10,5)^{100}, & x \in \Omega. \end{aligned}$$

A tabela 1 apresenta os valores dos parâmetros utilizados no modelo (2). No modelo (2) consideramos o coeficiente de difusão constante, mas os modelos de reação-difusão podem ter coeficientes de difusão dependente, do tempo ou espaço.

Parâmetros	valor	Fonte
$f$	0,9	Arias (2015)
$\phi$	5,94857	Yang (2014) e Pinho (2010)
$C$	100	Yang (2008)
$\gamma$	0,5	Arias (2015) e Yang (2016)
$\alpha$	0,1045	Pinho (2010)
$\mu_{u_1}$	0,03699	Yang (2014)
$\mu_{u_2}$	0,306485	Pinho (2010)
$D$	0,3	Estimado

Tabela 1- Parâmetros do Modelo 2.

Para resolver numericamente o modelo proposto (2), utilizamos uma técnica de decomposição de operadores com objetivo de dissociar o sistema original em um outro equivalente, formado por uma combinação de subsistemas que recaem em problemas de menor complexidade como podemos ver em De Lima (2016), Couto (2008) e Oliveira (2017). Para a obtenção da solução numérica dos problemas de difusão e reação são utilizados, respectivamente, método de diferenças finitas centradas e método de Runge-Kutta de quarta ordem.

### 3. OTIMIZAÇÃO MONO-OBJETIVO

Utilizamos neste trabalho o controle degrau concomitante, onde aplicamos de forma integrada o controle nas fases adulta e imatura. A função objetivo (3) deste trabalho modela o custo total do problema, a ser minimizado envolvendo o controle na fase imatura e adulta, e o custo social no tempo e espaço, com restrições descritas pela expressão (4).

$$\min_{\psi_1, \psi_2, t} = C_1 \psi_1 t (\lambda_2 - \lambda_1) + C_2 \psi_2 t (\lambda_2 - \lambda_1) + C_3 \int \int_{\Omega} u_1 u_2 dx dt. \quad (3)$$

$$\text{sujeito a : } \left\{ \begin{array}{l} 0 \leq \psi_1 \leq 1 \\ 0 \leq \psi_2 \leq 1 \\ 0 \leq t \leq 10 \\ \text{sistema dinâmico (2).} \end{array} \right. \quad (4)$$

em que:  $C_1$  representa o custo relativo com controle na fase imatura;  $C_2$  é o custo relativo com controle na fase adulta;  $C_3$  representa o custo social representando o número de fêmeas fertilizadas irá demandar para tratar doentes;  $\psi_1$  é a variável referente à intensidade de larvicidas aplicados na fase imatura;  $\psi_2$  é a variável referente à intensidade de inseticidas aplicados na fase alada.

Por questão de simplicidade, tomamos as constantes  $C_1 = C_2 = C_3 = 1$ . O domínio  $\psi_1, \psi_2 \in [0, 1]$ , por corresponder às possíveis taxas percentuais de controle que podemos aplicar na fase adulta durante o intervalo de tempo  $t$ , onde  $t \in [0, 10]$  dias durante o período de verão.

Utilizamos o algoritmo genético real polarizado para resolver o problema (3), implementado em Matlab.

### 3.1 RESULTADOS PRELIMINARES

A Figura 1 mostra a simulação numérica do modelo 2, onde aplicamos o controle na metade do tempo. Os dados referentes a esta simulação encontra-se na tabela 2. Consideramos  $x \in [0, 20]$  representando 20 bairros de uma determinada cidade. Ao final do tempo de integração obtivemos uma eficiência de 54%, que representa uma diminuição significativa na duas populações simuladas.

Parâmetros	t	x	$\psi_1$	$\psi_2$	J	Eficiência
Valores	5	[0, 20]	0,5	0,5	27702,20	54,39%

Tabela 2- Parâmetros Utilizados no Modelo de Difusão-Reação com Controle na Reação.

A Figura 2 mostra a simulação numérica do modelo 2, com otimização mono-objetivo. Observamos graficamente na figura 2 que ocorreu uma diminuição no número de mosquitos com relação a figura 1. As tabelas 3 e 4 apresentam os dados referentes a esta simulação. Quando otimizamos o modelo (2) obtemos uma eficiência de 76% no controle do mosquito do *Aedes aegypti* nos 20 bairros.

A Figura 3 mostra a curva de convergência da otimização numérica da função objetivo restrita (3). Podemos observar que com o passar do tempo ocorre um decaimento na curva de convergência. Na Figura 4 temos o histograma obtido da simulação numérica da função objetivo restrita (3). Este histograma mostra a frequência do valor mínimo da função objetivo restrita (3). Podemos ver na tabela 4 e no histograma 4 que o menor valor da função objetivo é 14.660,24.

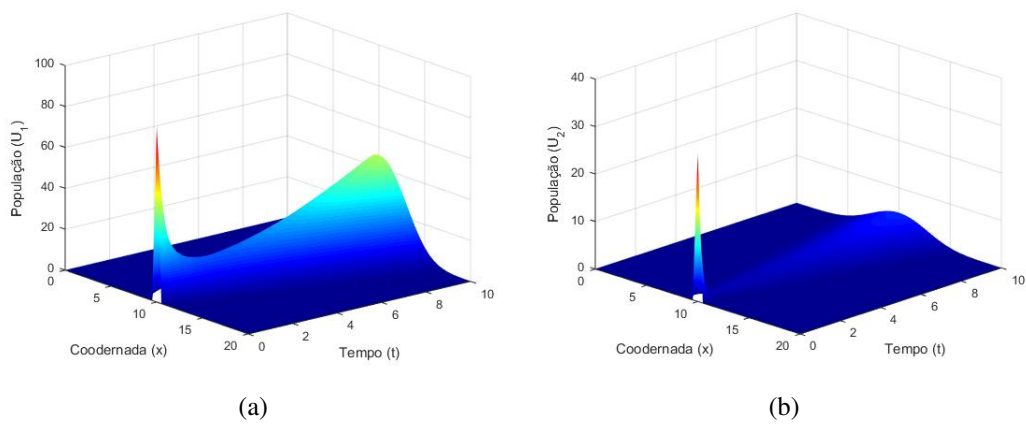


Figura 1- Controle na Reação.

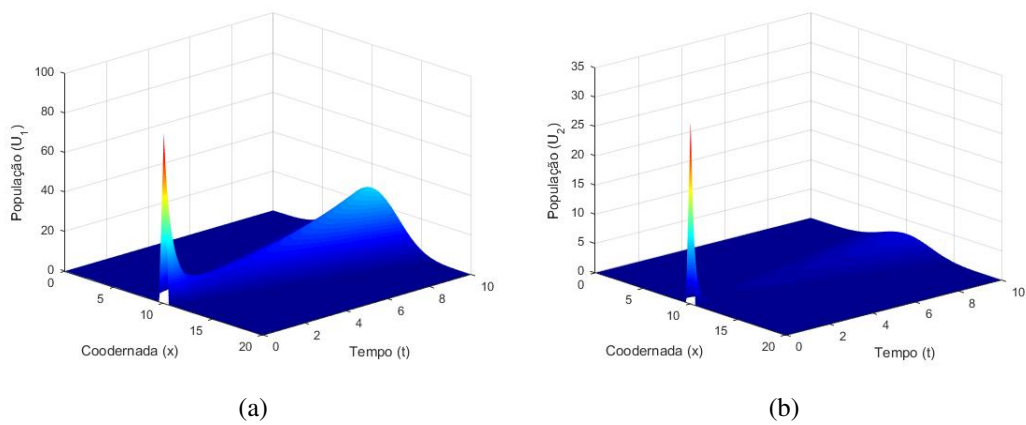


Figura 2- Controle Ótimo na Reação.

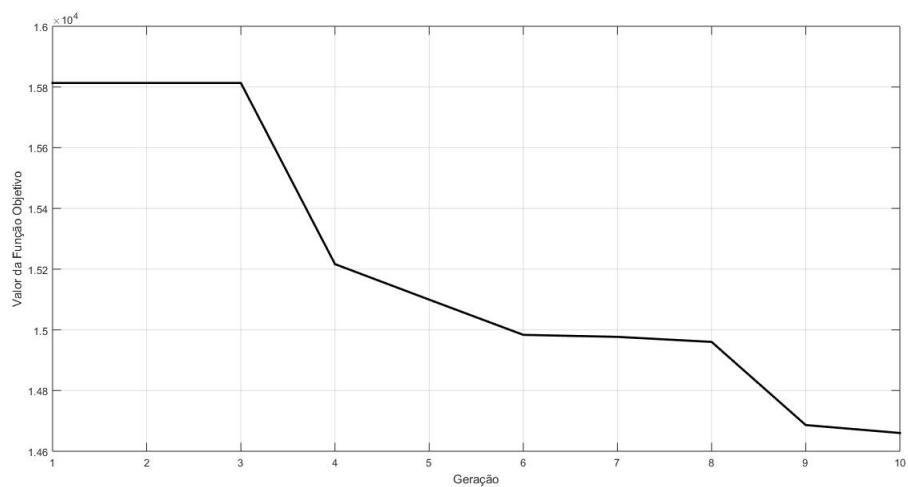


Figura 3- Curva de Convergência da Função-objetivo.

Parâmetros	Valores
Tamanho da População	10
Número de Gerações	10
Número Máximo de Gerações	10
Número de Execuções	4
Tamanho da Mutação	0,05
Probabilidade de Ocorrer a Mutação	3%

Tabela 3- Parâmetros Utilizados Durante a Execução do Algoritmo Genético Mono-objetivo.

Tipo de Controle	$\psi_1$	$\psi_2$	t	J	Eficiência
Degrau Concomitante	0,9859	0,8076	4,52	14660,24	75,86%

Tabela 4- Valores Ótimos Mono-objetivo.

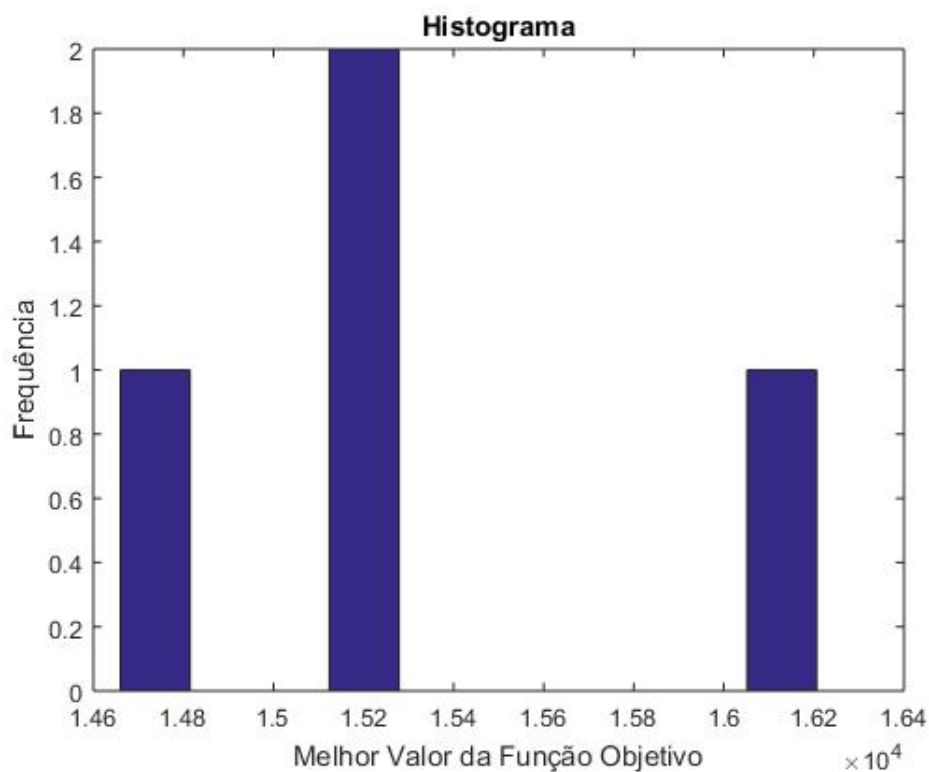


Figura 4- Histograma da Função-objetivo com Controle.

#### 4. CONCLUSÃO

Neste trabalho apresentamos um modelo do tipo reação-difusão com otimização mono-objetivo, com a difusão baseada na clássica lei de Fick, cujos termos de reação provém de um sistema dinâmico que descreve a interação entre os mosquitos na fase imatura e a população alada de fêmeas implicando na não-linearidade do sistema dinâmico, que é uma característica na maioria dos modelos envolvendo o estudo de populações. A solução do problema proposto

foi obtida utilizando o método de decomposição de operadores para desacoplar o sistema de reação-difusão com otimização mono-objetivo em dois subproblemas, onde o problema difusivo foi resolvido utilizando o método de diferenças finitas centradas, o problema reativo utilizando o método de Runge-Kutta de quarta ordem e a função objetivo restrita utilizamos o algoritmo genético real polarizado.

Os resultados obtidos demonstram que os modelos de reação-difusão otimizados possibilita uma eficiência melhor no combate do *Aedes aegypti*. Este é um estudo inicial que abre possibilidades para futuras investigações, tais como: condições iniciais mais adequadas, fatores climáticos, número de iterações e dimensões espaciais superiores.

### **Agradecimentos**

O primeiro autor agradece a Deus, aos outros autores e CEFET-MG.

### **Referências**

- Arias, J. H., H. J. Martinez, L. S. Sepulveda and O. Vasilieva, 2015. Predator-Prey Model for Analysis of *Aedes aegypti* Population Dynamics in Cali, Colombia. *International Journal of Pure and Applied Mathematics*. doi: 10.12732/ijpam.v105i4.2.
- Barsante L., et al, 2014. A model to predict the population size of the dengue fever vector based on rainfall data. arXiv preprint arXiv:1409.7942.
- Couto, P. R. L., Malta, S. M. C., 2008. Interaction between sorption and biodegradation processes in the contaminant transport. *Ecological Modelling* 214,65-73, doi:10.1016/j.ecolmodel.2008.01.012.
- Cordeiro F., L. Barsante, B. S. Carvalho, R. T. N. Cardoso, A. E. Eiras and J. L. Acebal, 2015. Towards Forecasting the Infestation Level by Dengue Vectors Based on Meteorological Forecast. To appear.
- De Vasconcelos, Amália Soares Vieira et al, 2018. Otimização mono-objetivo no controle do mosquito *Aedes aegypti* por meio de um modelo de duas populações com influência da pluviosidade. *Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics*, v. 6, n. 1.
- De Lima, Josenildo Silva de, 2016. *MODELAGEM DA INTERAÇÃO ENTRE MOSQUITOS SELVAGENS E TRANSGÊNICOS*. Dissertação, Universidade Federal da Paraíba, UFPB, João Pessoa, PB, Brasil.
- Pinho, S. T. R., C. P. Ferreira, L. Esteva, F. R. Barreto, V. C. Morato e Silva and M.G. L. Teixeira, 2010. Modelling the dynamics of dengue real epidemics. *Phil Trans R Soc A* 368:5679-5693. doi: 10.1098/rsta.2010.0278. pmid:21078642.
- Oliveira, Moisés Filgueira de, 2017. *ESTUDO DO COMPORTAMENTO ANTROPOFÍLICO DE MOSQUITOS SELVAGENS E TRANSGÊNICOS BASEADO EM UM MODELO DE REAÇÃO-DIFUSÃO-QUIMIOTAXIA*. Dissertação, Universidade Federal da Paraíba, UFPB, João Pessoa, PB, Brasil.
- WHO, "Dengue control" 2018. Disponível em 2018 no site <http://www.who.int/denguecontrol/en/>.
- Yang H. M. and C. P. Ferreira, 2008. Assessing the effects of vector control on dengue transmission. *Applied Mathematics and Computation*, doi: 10.1016/j.amc.2007.08.046.
- Yang H. M., 2014. Assessing the Influence of Quiescence Eggs on the Dynamics of Mosquito *Aedes aegypti*. *Applied Mathematics*, 5:2696-2711. doi: 10.4236/am.2014.517257.
- Yang H. M., J. L. Boldrini, A. C. Fassoni, L. F. S. Freitas and M. C. Gomez, 2016. Fitting the Incidence Data from the City of Campinas, Brazil, Based on Dengue Transmission Modelling Considering Time-Dependent Entomological Parameters. *PLOS ONE* 11(3): e0152186. doi: 10.1371/journal.pone.0152186.

### **Diffusion-reaction model with mono-objective optimization in the *Aedes aegypti* mosquito control**

#### **Abstract.**

*Mosquito-borne diseases, such as dengue, chikungunya, zika virus, malaria, and yellow fever, have been a relevant scientific research topic due to the growth in the number of people*

*infected over the years in the world. In this work, we propose a model described by a system of differential equations of the reaction-diffusion type, which describes the interaction between the mosquito population in the immature phase and the winged population of females. With this model, we formulated an optimization problem with the objective of minimizing the mosquito population and the investment time in the control, applying insecticides and larvicides during the summer. We use operator decomposition, finite differences, fourth-order Runge-Kutta, and the polarized genetic algorithm for numerical and computational simulations, respectively. We applied the concomitant step control, where we observed the decrease of the mosquito number of the *Aedes aegypti* mosquito over time and space.*

**Keywords:** *Reaction-Diffusion Systems, Mono-objective optimization, Genetic Algorithm, Control of *Aedes aegypti*.*