

08 a 11 de Outubro de 2018  
Instituto Federal Fluminense  
Búzios - RJ

## MODELAGEM COMPUTACIONAL DE UMA BLINDAGEM PARA NÊUTRONS, USANDO MÉTODOS DETERMINÍSTICOS

**Tarcila Oliveira Matos Muniz**<sup>1</sup> - matostarcila@yahoo.com.br

**Francisco Bruno Souza Oliveira**<sup>2</sup> - fbrunoso@gmail.com

<sup>1</sup>Universidade Estadual de Santa Cruz, Campus Soane Nazaré de Andrade - Ilhéus, BA, Brasil

<sup>2</sup>Universidade Estadual de Santa Cruz, Campus Soane Nazaré de Andrade - Ilhéus, BA, Brasil

**Resumo.** *Nessa pesquisa o foco se dá no estudo de problemas de fonte fixa, onde existe uma fonte de nêutrons e um domínio com meio não multiplicativo. Particularmente, foi simulado a blindagem da fonte de nêutrons utilizando métodos numéricos determinísticos para encontrar soluções para os fluxos escalar e angular de nêutrons em um domínio unidimensional. Para modelar esses problemas faz-se necessário o estudo da física envolvida e para a modelagem matemática, foi utilizado a equação transporte de Boltzmann para partículas neutras. Para resolver a equação foi realizada aproximações e foram utilizados os métodos numéricos consolidados e disponibilizados na literatura que possam produzir soluções para esses problemas. Foram estudados os métodos numéricos Diamond Difference (DD), Step e Step Characteristic, além da realização de uma análise dos materiais a serem utilizados na composição das blindagens propostas e, por fim, foi realizada uma categorização em função das suas características referentes a sua iteração com nêutrons. Serão simulados e analisados problemas modelo que possam identificar blindagens eficientes com base em parâmetros pré - estabelecidos.*

**Palavras chave:** *Blindagem de nêutrons, Equação de Transporte de Nêutrons, Modelagem Computacional.*

### 1. INTRODUÇÃO

Existem diversas aplicações dos nêutrons na ciência e tecnologia, como a produção de radioisótopos, terapia de captura de nêutrons pelo Boro que visa combater o glioblastoma multiforme, além da produção da energia elétrica, a partir da engenharia nuclear. Nesse trabalho, foi utilizado a equação de transporte de nêutrons como modelo matemático e computacional para modelar os problemas de blindagem de nêutrons e optou-se por escolher a escola determinística pois o objetivo está em resolver exatamente um problema aproximado, alguns exemplos de métodos que utilizam essa escola são métodos de elementos finitos (Carlson & Lathrop, 1968) métodos da paridade par e impar, os métodos integrais, método das ordenadas discretas, os métodos nodais, entre outros. Também foi proposto, o estudo de problemas-modelos onde busca-se analisar o fluxo de nêutrons na extremidade de blindagens heterogêneas utilizando

métodos os métodos Diamond Difference (DD), Step e Step Characteristic implementados em Linguagem C e ao longo desse artigo será discutido a respeito de suas aplicações e resultados apresentados.

## 2. MODELO MATEMÁTICO

O modelo matemático adotado foi a equação de transporte de nêutrons. Conforme descrito em (Lewis & Miller, 1984), a equação de transporte de nêutrons monoenergética em geometria cartesiana unidimensional, para um domínio  $L$ , com fonte de espalhamento isotrópica pode ser escrita como:

$$\mu \frac{\partial}{\partial x} \Psi(x, \mu) + \sigma_t(x) \Psi(x, \mu) = \frac{\sigma_{s0}(x)}{2} \int_{-1}^1 \Psi(x, \mu') d\mu' + S(x) \quad (1)$$

onde  $x \in D = \{x \in R | 0 \leq x \leq L\}$  e  $\mu \in [-1, 1]$ .

Detalhando os termos da Eq.(1), tem-se que:  $\Psi(x, \mu)$ , representa o fluxo angular de nêutrons;  $\sigma_t(x)$ , representa a seção de choque macroscópica total;  $\sigma_{s0}(x)$ , representa a seção de choque macroscópica de espalhamento isotrópica e por fim,  $S(x)$ , representa as fontes externas isotrópicas.

Para que a equação Eq.(1) tenha solução única é necessário estabelecer inicialmente, condições de contorno. As condições de contorno que foram utilizadas são ditas prescritas. A condição de contorno prescrita define que os fluxos angulares de nêutrons incidentes num volume geométrico  $D$  são valores conhecidos. Para o caso unidimensional, que está sendo tratado nesse artigo, pode-se considerar que  $\Psi(0, \mu) = f(\mu)$  para  $\mu > 0$  e  $\Psi(l, \mu) = g(\mu)$  para  $\mu < 0$ . Na subseção que segue será detalhado o método utilizado para realização da variável angular  $\mu$ , uma vez que é necessário realizar esse procedimento para que a Eq.(1) possua solução única.

### 2.1 Discretização angular

Além de estabelecer condições de contorno é necessário também discretizar a variável angular  $\mu$ . Para isso, foi utilizado o Método de Ordenadas Discretas também conhecido como aproximação  $S_N$ . Esse método foi desenvolvido por (Carlson & Lathrop, 1968) e (Chandrasekhar, 1960) e desde então vem sendo aprimorado e amplamente utilizado na modelagem numérica da equação de transporte de nêutrons. A principal ideia do Método de Ordenadas Discretas consiste em substituir um domínio contínuo da variável  $\mu$ , por um conjunto de valores  $\mu_m$  e seus correspondentes pesos  $w_m$ , onde  $m = 1, \dots, N$ , de maneira que os momentos angulares do fluxo angular de nêutrons sejam aproximados por uma quadratura numérica.

$$\phi^l(x) = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^N P_l(\mu_n) \Psi(x, \mu_n) \omega_n \quad (2)$$

Em problemas unidimensionais, a quadratura de Gauss-Legendre é frequentemente utilizada e no presente artigo será feito o uso dela. Na quadratura de Gauss-Legendre  $\mu_m$  é formado pelas raízes dos polinômios de Legendre de grau, dada por  $\{\mu_m, m = 1, \dots, N | P_N(\mu_m) = 0\}$ . Os pesos são obtidos da seguinte forma

$$\omega_m = \frac{2(1 - \mu_m)^2}{[(N + 1)P_{N+1}(\mu_m)]^2} \quad (3)$$

Os valores utilizados para a quadratura de Gauss-Legendre foram retirados de (Lewis & Miller, 1984). Em (Barros, 1990), o autor faz observações que existem outros tipos de quadraturas angular para realizar cálculos em  $S_N$ , no entanto, nesse artigo foi utilizado somente a quadratura de Gauss-Legendre. Continuando então, com a descrição da variável angular e substituindo as integrais da equação Eq.(1), obtém-se

$$\mu_m \frac{d}{dx} \Psi_m(x) + \sigma_t(x) \Psi_m(x) = \frac{\sigma_{s0}(x)}{2} \sum_{n=1}^N \Psi_n(x) \omega_n + S_m(x) \quad (4)$$

onde  $x \in D = \{x | \epsilon R/0 \leq x \leq L\}$ , com as seguintes condições de contorno abaixo:

$$\Psi_m(0) = f_m \quad \text{para} \quad \mu_m > 0 \quad (5)$$

$$\Psi_m(L) = g_m \quad \text{para} \quad \mu_m < 0 \quad (6)$$

onde  $f_m$  e  $g_m$  são valores não-negativos conhecidos. Uma vez discretizada a variável angular  $\mu$  na Eq.(1), detalhamos na próxima subseção procedimentos de discretização espacial.

## 2.2 Discretização espacial

Deve-se obter inicialmente as equações discretizadas de balanço espacial, dividindo o domínio D em células espaciais de comprimento  $h_i, i = 1, \dots, I$  em que a seção de choque macroscópica total  $\sigma_t(x)$ , a seção de choque macroscópica de espalhamento isotrópica  $\sigma_{s0}(x)$  e a fonte externa isotrópica  $S_m(x)$  são constantes no interior de cada célula conforme está ilustrado na Figura 1 a seguir:

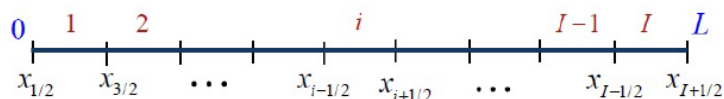


Figura 1- Grade espacial para o domínio unidimensional D de comprimento L

Sendo assim, podemos escrever então a Eq.(4) da seguinte maneira:

$$\mu_m \frac{d}{dx} \Psi_m(x) + \sigma_{t,i}(x) \Psi_m(x) = \frac{\sigma_{s0,i}}{2} \sum_{n=1}^N \Psi_n(x) \omega_n + S_{m,i} \quad (7)$$

De acordo com (Barros, 1990), para obter as equações discretizadas de balanço espacial de ordem l devemos aplicar o operador abaixo na Eq. (7)

$$\frac{(2l+1)}{h_i} \int_{x-\frac{1}{2}}^{x+\frac{1}{2}} P_l\left(\frac{2(x-x_i)}{h_i}\right) \bullet dx \quad (8)$$

nas equações de ordenadas discretas  $S_N$  indicada na (7), onde  $x_i = \frac{x_{i-\frac{1}{2}} + x_{i+\frac{1}{2}}}{2}$  e  $P_l$  é o polinômio de Legendre de grau l. Aplicando o operador, representado na Eq.(8) com  $l = 0$ , obtemos as equações de balanço espacial de ordem zero

$$\frac{\Psi_{m,i+\frac{1}{2}} - \Psi_{m,i-\frac{1}{2}}}{\alpha_{m,i}} + \bar{\Psi}_{m,i} = \frac{C_{0,i}}{2} \sum_{n=1}^N \bar{\Psi}_{n,i} \omega_n + \frac{S_{m,i}}{\sigma_{t,i}} \quad (9)$$

onde definimos  $C_{0,i} = \frac{\sigma_{s0,i}}{\sigma_{t,i}}$  como razão de espalhamento e para facilitar a notação, chamamos  $\alpha_{m,i} = \frac{h_i \sigma_{t,i}}{\mu_m}$ . Além disso, nas equações de balanço espacial definimos

$$\bar{\Psi}_{m,i} = \frac{1}{h_i} \int_{x-\frac{1}{2}}^{x+\frac{1}{2}} \Psi_m(x) dx \quad (10)$$

como sendo o fluxo angular médio na  $i$ -ésima célula espacial. A Eq.(9) discretizada de balanço espacial é completamente livre de erro de truncamento espacial. Contudo, essas equações não são capazes de solucionar com unicidade a formulação de ordenadas discretas  $S_N$ , devido ao fato de que essas equações nos conduzem a sistemas de equações indeterminados em que o número de equações disponíveis é menor que o número de incógnitas. Dessa forma, as equações de balanço devem ser acopladas a equações auxiliares que envolvam as incógnitas do problema, convertendo assim, os sistemas indeterminados em sistemas determinados, obtendo então solução única (Oliveira, 2007).

Abaixo apresenta-se algumas equações auxiliares de três métodos de discretização espacial clássicos que são utilizadas na resolução de problemas de transporte  $S_N$  e esses métodos também foram estudados no trabalho de (Dominguez, 2006).

**a) Método Diamond Difference (DD)** - A equação auxiliar do método DD pode ser escrita da seguinte maneira

$$\bar{\Psi}_{m,i} = \frac{\Psi_{m,i+\frac{1}{2}} + \Psi_{m,i-\frac{1}{2}}}{2} \quad m = 1 : N \quad (11)$$

em que o fluxo angular médio é a média aritmética entre os fluxos incidentes e emergentes na mesma direção.

**b) Método Step** - A equação auxiliar do Método Step é dada por

$$\bar{\Psi}_{m,i} = \Psi_{m,i+\frac{1}{2}} \quad \text{para } \mu > 0 \quad e \quad \bar{\Psi}_{m,i} = \Psi_{m,i-\frac{1}{2}} \quad \text{para } \mu < 0 \quad (12)$$

onde o fluxo angular médio no interior do nodo é igual ao fluxo da próxima face na direção da varredura.

**c) Método Step Characteristic**- A equação auxiliar do Método Step Characteristic pode ser escrita como

$$\bar{\Psi}_{m,i} = \frac{(1 + \theta_{m,i})\Psi_{m,i+\frac{1}{2}} + (1 - \theta_{m,i})\Psi_{m,i-\frac{1}{2}}}{2} \quad (13)$$

onde defini-se  $\theta_{m,i} = \coth\left(\frac{\alpha_{m,i}}{2}\right) - \frac{2}{\alpha_{m,i}}$  e  $\alpha_{m,i} = \frac{h_i \sigma_{t,i}}{\mu_m}$ . O fluxo angular médio é calculado visando preservar a solução analítica do problema de absorvedor puro. Uma vez apresentados os métodos numéricos que foram utilizados nesse artigo, na seção que segue apresenta-se brevemente sobre os materiais que foram utilizados nas simulações e como critério de escolha, os materiais foram escolhidos tendo como base as seções de choque total e seção de choque de espalhamento.

### 3. SEÇÕES DE CHOQUE E MATERIAIS

De acordo com (Duderstadt & Hamilton, 1975), a seção de choque macroscópica está relacionada com a probabilidade de um nêutron migrar num meio hospedeiro com uma determinada população de isótopos e sofrer um determinado tipo de reação. Quanto maior for a seção de choque macroscópica do meio hospedeiro, menor será a distância percorrida pelo nêutron até que a interação nêutron - núcleo ocorra. E a distância média  $\lambda$  percorrida antes que o nêutron interaja com um núcleo atômico, aparece matematicamente como:  $\lambda = \frac{1}{\sigma_t}$  também conhecido como "livre caminho médio no nêutron".

A Tabela 1 identifica cada material e sua respectiva seção de choque macroscópica de espalhamento, seção de choque macroscópica total. Vale a pena salientar que a escolha desses materiais para serem utilizados nos problemas modelos que serão apresentados e discutidos na seção que segue, se devem aos valores apresentados pela seção de choque de espalhamento e seção de choque total, uma vez que, o foco desse artigo é investigar problemas relacionados a blindagem e as informações referente as seções de choque aqui citadas são relevantes. Todos os valores apresentados na Tabela 1 estão disponíveis em (Lamarsh & Baratta, 2001) e em outras referências sendo válidos para nêutrons térmicos. Os nêutrons térmicos são aqueles que estão em equilíbrio térmico com o meio, à temperatura ambiente. Tal equilíbrio ocorre quando o nêutron sofre colisões ao atravessar a matéria, perdendo energia até que obtenha uma distribuição em equilíbrio com a dos átomos e moléculas do meio. Além disso, vale a pena ressaltar que para o cálculo de blindagem de nêutrons rápidos que não é o objetivo desse artigo é imprescindível levar em consideração três fatores, a saber, moderação, captura dos nêutrons térmicos e absorção de radiações secundárias. Dessa maneira, para nêutrons térmicos, foco do nosso estudo, uma espessura do material absorvedor com alta seção de choque deve ser utilizada (Soares, 2006). Os elementos Platina e Vanádio, foram considerados como "materiais neutros" porque a seção de choque macroscópica de espalhamento e de absorção são bem próximas de ambos materiais, pode-se verificar isso facilmente encontrando a seção de choque de absorção que nada mais é que a resultante da diferença entre a seção de choque total e seção de choque de espalhamento. Já o elemento Ferro, possui uma seção de choque de espalhamento maior que a de absorção, como percebe-se na Tabela 1, assim é identificado como um material espalhador e pela mesma justificativa, o elemento Níquel como espalhador. O Boro e o Manganês, por sua vez, são considerados materiais absorvedores, uma vez que sua seção de choque de absorção é muito maior que a seção de choque de espalhamento, facilmente verificável utilizando a Tabela 1.

Tabela 1- Classificação dos materiais

<b>Material</b>	$\sigma_t$	$\sigma_s$	<b>Tipo do material</b>
<b>Boro</b>	97,6912	0,4612	Absorvedor (ABS)
<b>Ferro</b>	1,1415	0,9251	Espalhador (ESP)
<b>Manganês</b>	1,2540	0,1710	Absorvedor (ABS)
<b>Níquel</b>	1,9835	1,5790	Espalhador (ESP)
<b>Platina</b>	1,3387	0,7167	Neutro (NE)
<b>Vanádio</b>	0,7191	0,3556	Neutro (NE)

Por sua vez, abaixo apresentamos na Tabela 2 os resultados do livre caminho médio no nêutron para cada material físico:

Tabela 2- Livre Caminho Médio do nêutron para os materiais listados nessa seção

Material	Livre Caminho Médio do Nêutron (cm)
Boro	0,010236
Ferro	0,876040
Manganês	0,797448
Níquel	0,504159
Platina	0,746993
Vanádio	1,390627

#### 4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Nessa seção consta os resultados para os problemas modelos estudados. Apresenta-se por meio de tabelas os resultados numéricos obtidos a partir de simulações numéricas, utilizando o método Characteristic, uma vez que, em estudos anteriores foi realizada uma análise de quadratura utilizando os três métodos aqui citados e foi percebido que o método que possui a melhor aproximação para os problemas de blindagens é o Método Step Characteristic utilizando a quadratura de Gauss - Legendre de ordem dezesseis. Visando validar os métodos numéricos implementados para a solução numérica da equação de transporte em ordenadas discretas, foi utilizado o método Step Characteristic pois para os demais métodos, basta variar o parâmetro theta ( $\theta$ ). Para validação do código computacional foi realizada uma simulação com o problema descrito em (Oliveira, 2007) considerando  $h = 0.01$  cm e os resultados obtidos foram aceitáveis comparados ao que está descrito nessa referencia, portanto pode-se seguir então com as simulações. Assim, na próxima seção será apresentada os resultados das simulações visando identificar quais materiais podem ser utilizados para realizar uma blindagem efetiva de maneira que os fluxos escalares neutrônicos devem encontrar-se abaixo ou iguais a ordem de grandeza de  $1E-05$ .

##### 4.1 Problema modelo A

O problema é heterogêneo, com condição de contorno prescrita  $\Psi_m(0) = 10$  para  $\mu_m > 0$  e  $\Psi_m(9) = 0$  para  $\mu_m < 0$ . A grade possui 9 cm, dividida em três regiões de 3 cm conforme ilustrado na Figura 2. Os parâmetros físicos podem ser encontrados na Tabela 1.

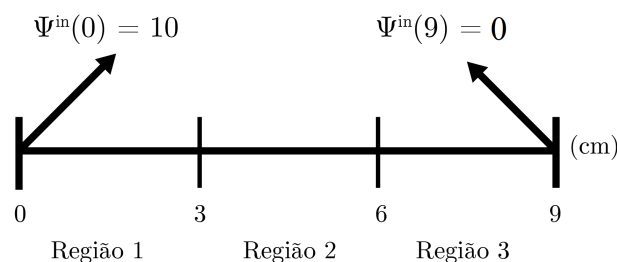


Figura 2- Problema modelo A

A dinâmica adotada para a realização da composição da grade para esse problema é a permutação de 3 materiais, onde busca-se que cada material de cada tipo em uma região diferente da grade. Para ilustrar a disposição dos materiais no domínio, escolhemos os materiais Ferro (ESP), Manganês (ABS) e Vanádio (NE). Assim, foram compostas as grades:

- 1) NE (região 1) - ESP (região 2) - ABS (região 3)
- 2) NE (região 1) - ABS (região 2) - ESP (região 3)
- 3) ESP (região 1) - NE (região 2) - ABS (região 3)
- 4) ESP (região 1) - ABS (região 2) - NE (região 3)
- 5) ABS (região 1) - NE (região 2) - ESP (região 3)
- 6) ABS (região 1) - ESP (região 2) - NE (região 3)

Com o intuito de não ficar repetitivos além essa combinação descrita acima, a mesma dinâmica se repetiu com as trincas: Ferro (ESP), Manganês (ABS) e Platina (NE) e Níquel (ESP), Manganês (ABS) e Vanádio (NE).

Os resultados dessas simulações encontram se dispostos nas Tabelas 3, 4 e 5 que representa o fluxo escalar neutrônico no ponto  $x = 9$  cm, sendo a região de interesse para a realização da blindagem. Além disso, foi classificada de 1 a 6, onde 1 é a sequência que oferece a melhor combinação, o algarismo 2 representa a segunda melhor combinação entre os materiais e assim sucessivamente, tendo em seu máximo o algarismo 6 que representa a pior combinação para ser realizado a blindagem. Foi considerado como critério para uma blindagem segura, fluxos escalares neutrônicos abaixo ou iguais a ordem de grandeza de  $1E-05$ .

Tabela 3- Distribuição do fluxo escalar neutrônico utilizando os materiais Ferro, Manganês e Vanádio - 9 cm

<b>Método Step Characteristic - Quadratura <math>S_{16}</math></b>		
<b>Materiais: Ferro (ESP) - Manganês (ABS) - Vanádio (NE)</b>		
<b>Combinação</b>	<b>Fluxo escalar obtido em <math>x = 9</math> cm <math>h = 0,01</math> cm</b>	<b>Ordem de Classificação</b>
NE - ESP - ABS	2,801624E-04	1
NE - ABS - ESP	4,335874E-04	6
ESP - NE - ABS	3,172463E-04	2
ESP - ABS - NE	3,706198E-04	4
ABS - NE - ESP	4,240495E-04	5
ABS - ESP - NE	3,284458E-04	3

Tabela 4- Distribuição do fluxo escalar neutrônico utilizando os materiais Manganês, Níquel e Vanádio - 9 cm

<b>Método Step Characteristic</b>		
<b>Materiais : Manganês (ABS) - Níquel (ESP) - Vanádio (NE) - 9 cm</b>		
<b>Combinação</b>	<b>Fluxo Escalar obtido em 9 cm <math>h = 0,01</math> cm</b>	<b>Ordem de Classificação</b>
NE - ESP - ABS	4,323327E-05	1
NE - ABS - ESP	6,824841E-05	6
ESP - NE - ABS	4,921581E-05	2
ESP - ABS - NE	5,796110E-05	4
ABS - NE - ESP	6,598844E-05	5
ABS - ESP - NE	5,086559E-05	3

Observando os fluxos escalares neutrônicos no ponto  $x = 9$  cm apresentados nas Tabelas 3, 4 e 5, percebe-se que os materiais Vanádio (NE), Níquel (ESP) e Manganês (ABS), nessa ordem, possuem o menor fluxo escalar neutrônico na região de interesse para a blindagem sendo

Tabela 5- Distribuição do fluxo escalar neutrônico utilizando os materiais Ferro, Manganês e Platina - 9 cm

Método Step Characteristic		
Materiais : Ferro (ESP) - Manganês (ABS) - Platina (NE) - 9 cm		
Combinação	Fluxo Escalar obtido em 9 cm h = 0,01 cm	Ordem de Classificação
NE - ESP - ABS	4,996535E-05	1
NE - ABS - ESP	8,006447E-05	6
ESP - NE - ABS	5,740908E-05	2
ESP - ABS - NE	7,039386E-05	4
ABS - NE - ESP	7,721978E-05	5
ABS - ESP - NE	5,888900E-05	3

então a combinação mais adequada. Observando novamente as Tabelas 3, 4 e 5, percebe-se que, a combinação composta por materiais composta por Ferro, Manganês e Vanádio, não é adequada para a realização da blindagem pois os fluxos escalares neutrônicos independente da sua combinação apresentaram - se com ordem de grandeza de  $1E-04$ , acima da tolerância definida nas nossas simulações. Vale destacar que, foi obtida a melhor combinação utilizando os materiais Níquel (ESP), Manganês (ABS) e Vanádio (NE), essa combinação que não apresenta fluxo escalar neutrônico abaixo da tolerância possui apenas o material Ferro (ESP) em substituição ao Níquel (ESP). Decidiu-se então investigar esse fato e tendo como base a Tabela 1, foi identificado que o material Níquel comparado ao Ferro possui uma seção de choque de absorção maior e por conta disso, quando combinado ao Manganês (ABS) forma-se então uma composição mais efetiva para blindagem. Ou seja, as propriedades absorvedoras de um material espalhador, influencia consideravelmente na realização de uma blindagem.

## 4.2 Problema modelo B

O problema é heterogêneo com condição de contorno prescrita  $\Psi_m(0) = 10$  para  $\mu_m > 0$  e  $\Psi_m(9) = 0$  para  $\mu_m < 0$ . A grade possui 9 cm, dividida em três regiões onde a região 1, possui 4.5 cm, a região 2 possui 0.1 cm e a região 3 possui 4.4 cm.

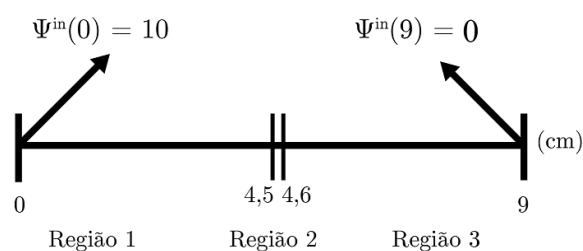


Figura 3- Problema modelo B

A única restrição nesse problema é o material Boro se encontrar na região 2 devido seu alto poder de absorção e por ser o único material não metálico pesquisado neste trabalho. De acordo com os estudos feitos por outros pesquisadores como (Andia, 2009), o Boro é bastante utilizado na confecção de blindagem. Dessa maneira, adotamos a dinâmica que, fixado o Boro na região 2, variamos os materiais espalhadores e neutros nas demais regiões. Ou seja, se escolhermos os seguintes materiais: Boro (ABS), Ferro (ESP) e Vanádio (NE), teremos as seguintes



combinações abaixo:

- a) ESP - ABS - NE
- b) NE - ABS - ESP.

Essa dinâmica também foi adotada para os materiais seguintes: Boro (ABS) - Níquel (ESP) - Vanádio (NE) e por fim, Boro (ABS) - Ferro (ESP) - Platina (NE). Para essa simulação a tolerância para uma blindagem segura é da ordem abaixo ou igual a  $1E-05$  e abaixo constam as Tabelas 6, 7 e 8 que apresentam os resultados obtidos para o fluxo escalar neutrônico utilizando o método Step Characteristic e a quadratura de Gauss-Legendre de ordem dezesseis.

Tabela 6- Distribuição do fluxo escalar neutrônico para o problema modelo B utilizando os materiais Ferro, Boro e Vanádio

	<b>Materiais</b> <b>Região 1: Ferro (ESP)</b> <b>Região 2: Boro (ABS)</b> <b>Região 3: Vanádio (NE)</b>	<b>Materiais</b> <b>Região 1: Vanádio (NE)</b> <b>Região 2: Boro (ABS)</b> <b>Região 3: Ferro (ESP)</b>
<b>x (cm)</b>	<b>Fluxo escalar de nêutrons</b>	<b>Fluxo escalar de nêutrons</b>
<b>0</b>	6,965838E+00	5,844178E+00
<b>4.5</b>	9,007194E-02	1,068966E-01
<b>4.6</b>	9,977641E-07	2,103072E-06
<b>9.0</b>	5,695864E-08	6,913167E-08
<b>Iterações</b>	60	59

Tabela 7- Distribuição do fluxo escalar neutrônico para o problema modelo B utilizando os materiais Níquel, Boro e Vanádio

	<b>Materiais</b> <b>Região 1: Níquel (ESP)</b> <b>Região 2: Boro (ABS)</b> <b>Região 3: Vanádio (NE)</b>	<b>Materiais</b> <b>Região 1: Vanádio (NE)</b> <b>Região 2: Boro (ABS)</b> <b>Região 3: Níquel (ESP)</b>
<b>x (cm)</b>	<b>Fluxo escalar de nêutrons</b>	<b>Fluxo escalar de nêutrons</b>
<b>0</b>	6,888701E+00	5,844178E+00
<b>4.5</b>	5,311019E-03	1,068966E-01
<b>4.6</b>	6,131874E-08	2,069366E-06
<b>9.0</b>	3,512427E-09	4,561673E-09
<b>Iterações</b>	71	70

Para esse problema a tolerância exigida continua sendo fluxos escalares neutrônicos abaixo ou iguais a ordem de grandeza de  $1E-05$ . Observando os dados apresentados nas Tabelas dispostas nessa seção, diagnosticamos que todas as combinações realizadas poderão ser usadas para a realização eficiente de uma blindagem. Além disso, percebemos que a combinação de materiais que apresentou o menor fluxo escalar neutrônico foi Níquel (ESP) - Boro (ABS) - Vanádio (NE), necessariamente nessa ordem de disposições nas regiões, portanto é nossa melhor composição para a realização da blindagem.

Tabela 8- Distribuição do fluxo escalar neutrônico para o problema modelo B utilizando os materiais Ferro, Boro e Platina

	<b>Materiais</b> <b>Região 1: Ferro (ESP)</b> <b>Região 2: Boro (ABS)</b> <b>Região 3: Platina (NE)</b>	<b>Materiais</b> <b>Região 1: Platina (NE)</b> <b>Região 2: Boro (ABS)</b> <b>Região 3: Ferro (ESP)</b>
<b>x (cm)</b>	<b>Fluxo escalar de nêutrons</b>	<b>Fluxo escalar de nêutrons</b>
<b>0</b>	6,965838E+00	5,946468E+00
<b>4.5</b>	9,007195E-02	7,883931E-03
<b>4.6</b>	1,022581E-06	1,705480E-07
<b>9.0</b>	5,130863E-09	5,657159E-09
<b>Iterações</b>	61	61

## 5. CONCLUSÃO

Neste artigo constam estudos e simulações de problemas de fonte fixa, particularmente blindagem de nêutrons. Com a simulação de problemas modelo pode-se identificar o perfil do fluxo escalar de nêutrons para diferentes tipos de materiais categorizados como neutros, absorvedores e espalhadores. A partir da combinação destes tipos de materiais e foi possível identificar a melhor disposição para blindagem de nêutrons que foi Vanádio, Níquel e Manganês, nesta ordem. A seguir, foi realizado uma nova simulação com domínio heterogêneo de 9 cm, utilizando um material altamente absorvedor o Boro em uma fina camada (0,1 cm) na região intermediária do domínio. Nesta simulação obteve-se resultados satisfatórios para os fluxos angulares e escalares. Neste artigo, a escolha dos materiais foi baseada somente nos dados das seções de choque total e de espalhamento disponibilizados na literatura. Em trabalhos futuros, devem ser levados em consideração outras características dos materiais, como por exemplo, o custo e o ponto de fusão, bem como características referentes à fonte de nêutrons, o meio exterior, valores reais de proteção radiológica.

## Referências

- Andia, J.P.M (2009), “*Remoção de Boro de Águas e Efluentes de Petróleo por Adsorção*“, Tese de Doutorado Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro.
- Barros, R.C. (1990), “*A Spectral Nodal Method for The Solution of Discrete Ordinates Problems in One and Two Dimensional Cartesian Geometry*”, Tese de Doutorado, University of Michigan, Michigan.
- Carlson, B. e Lathrop K., (1968), *Transport theory the method of discrete ordinates*, New York, Gordon and Breach.
- Chandrasekhar, S., (1960), *Radiative Transfer*, New York, Dover Publications.
- Dominguez, D. S. (2006), “*Método Espectro - Nodal Linear para Problemas de Transporte de Nêutrons na Formulação de Ordenadas Discretas Geometria Bidimensional Cartesiana*”, Tese de Doutorado, IPRJ/UERJ, Nova Friburgo.
- Duderstadt, J. e Hamilton, L., (1975), *Nuclear Reactor Analysis*, New York, John Wiley & Sons Inc.
- Lamarsh, J. e Baratta, A., (2001), *Introduction to Nuclear Engineering*, New Jersey, Prentice Hall.
- Lewis, E. E. e Miller W. J., (1984), *Computational Methods of Neutron Transport*, New York, John Wiley & Sons Inc.
- Oliveira, F.B. S (2007), “*Problema inverso de reconstrução analítica aproximada da solução da equação de transporte de partículas neutras monoenergéticas em geometria unidimensional cartesiana com espalhamento isotrópico*”, Tese de Doutorado, IPRJ/UERJ, Nova Friburgo.
- Soares, A.F. S. de (2006), “*Doses ocupacionais devido a nêutrons em salas de aceleradores lineares de uso médico*”, Tese de Doutorado, Universidade Federal do Rio de Janeiro.

Zienkiewicz, O. C., (1971), *The Finite Element Methods in Engineering Science*, New York, McGraw-Hill.

**Resumo.** *In this research the focus is on the study of fixed source problems, where there is a source of neutrons and a domain with non-multiplicative medium. In particular, the shielding of the neutron source was simulated using numerical deterministic methods to find solutions for the scalar and angular neutron fluxes in a one-dimensional domain. To model these problems it is necessary to study the physics involved and for mathematical modeling, the Boltzmann transport equation for neutral particles was used. To solve the equation, approximations were made and the numerical methods consolidated and available in the literature that can produce solutions for these problems were used. The numerical methods Diamond Difference (DD), Step and Step Characteristic were studied, as well as an analysis of the materials to be used in the composition of the proposed shielding and, finally, a categorization was performed according to its characteristics regarding its iteration with neutrons. Model problems that can identify efficient shielding based on pre - established parameters will be simulated and analyzed*

**Keywords:** *Shielding neutrons. Neutron transport equation. Modeling Computacional.*