

# Números Complexos: uma abordagem com auxílio de recursos digitais

Débora Maciel da Costa<sup>\*</sup>, Gilmara Teixeira Barcelos<sup>\*\*</sup>  
Sílvia Cristina Freitas Batista<sup>\*\*</sup>

debbynha\_mcosta@hotmail.com, gilmarab@iff.edu.br, silviac@iff.edu.br

## Resumo

O estudo de Números Complexos no Ensino Médio, em geral, segue uma linha algébrica, sendo o enfoque geométrico pouco considerado. Visando colaborar nesse sentido, foi desenvolvida a Unidade de Aprendizagem *Online* “Investigando em C”. Esta unidade contém, entre outros recursos, 15 *applets* que permitem o estudo de Números Complexos associado à Geometria Analítica. Nesse contexto, o objetivo deste minicurso é propor uma abordagem para o estudo de Números Complexos no Ensino Médio na qual são utilizados recursos digitais, tendo em vista um enfoque mais geométrico. Para atingir este objetivo, a Unidade de Aprendizagem será apresentada e, a seguir, serão realizadas atividades investigativas associadas aos *applets*.

**Palavras-chave:** Números Complexos. Unidade de Aprendizagem. *Applets*.

## *Complex Numbers: an approach with the help of digital resources*

### **Abstract**

*The study of Complex Numbers at High School level usually follows an algebraic line, with little emphasis on the geometric approach. Aiming at collaborating to this issue, we have developed the Online Learning Unit “Investigating in C”. This unit contains, among other resources, 15 applets which allow for the study of Complex Numbers associated with Analytical Geometry. The objective of this mini-course is to propose an approach to the study of Complex Numbers in High School Math using digital resources with greater emphasis on Geometry. To reach this objective, participants will be presented to the Unit of Learning, and do investigative activities associated with the applets.*

**Key words:** *Complex Numbers. Online learning unit. Applets.*

## 1. Introdução

Bairral (2009) defende que uma das formas de motivar os alunos é minimizar suas dificuldades e desenvolver recursos inovadores e mais dinâmicos para as aulas. Nesse sentido,

---

<sup>\*</sup> Licencianda em Matemática do IF Fluminense

<sup>\*\*</sup> Doutoranda em Informática na Educação (UFRGS), professora do IF Fluminense

foram buscadas novas formas de abordar o tema matemático Números Complexos, utilizando tecnologias digitais.

Ponte, Oliveira e Varandas (2003) afirmam que as TICs podem favorecer a aprendizagem de Matemática uma vez que estas tecnologias permitem desenvolver importantes competências nos alunos, atitudes mais positivas em relação à Matemática e uma visão mais completa sobre a natureza desta ciência. Bairral (2009) complementa destacando algumas vantagens no uso de *applets*:

Sua diferente apresentação e dinâmica motiva os usuários por apresentar uma forma diferente de visualização e interação dos recursos usuais (livros e cds). Seu uso é desafiador. O usuário pode aprender de forma diferente, até mesmo, interagindo com a figura.

Estimula o trabalho individual e coletivo. Sua facilidade de acesso pela disponibilidade gratuita na rede (sic). As fontes de informação estão muito mais diversificadas (BAIRRAL, 2009, p. 49).

O docente pode utilizar os *applets* tanto na elaboração das atividades para os seus alunos, quanto no estudo e na aprendizagem própria (BAIRRAL, 2009). O autor ressalta, ainda, que é papel da escola estimular novas formas de experimentação e o uso crítico de recursos, assim como, a criatividade dos alunos, evitando que os mesmos promovam apenas reproduções e cópias.

Segundo Carneiro (2004), os Números complexos não têm o papel que merece, não só no Ensino Médio como também no Ensino superior.

Os Números Complexos ocupam uma posição singular no ensino de Matemática. Não merecem grande atenção nos cursos de licenciatura e bacharelado em Matemática, por serem considerados “assunto elementar” de nível médio. Já no ensino médio, são evitados, sendo tachados de estranhos, de compreensão difícil e, sobretudo, inútil (CARNEIRO, 2004, p. 15).

Ainda segundo este autor, a abordagem geométrica dos Números Complexos deveria estar incorporada ao ensino tradicional, sem excluir, no entanto, o uso algébrico dos complexos. Quando se perde a chance de apresentar os Complexos como entes geométricos, de maneira geral, essa oportunidade não se recupera, permanecendo o aluno com uma visão formal e algebrizante, sem se beneficiar da riqueza da visualização e não emprestando um “significado” aos Números Complexos (CARNEIRO, 2004).

Nesse sentido, o objetivo geral deste minicurso é propor uma abordagem para o estudo de Números Complexos no Ensino Médio na qual são utilizados recursos digitais, tendo em vista um enfoque mais geométrico. Para atingir este objetivo, a Unidade de Aprendizagem “Investigando em C” será apresentada e, a seguir, serão realizadas atividades investigativas associadas aos *applets*<sup>1</sup> que a mesma contém.

A referida unidade foi desenvolvida no âmbito do Projeto de pesquisa “Tecnologias de Informação e Comunicação no Processo de Ensino e Aprendizagem de Matemática”, vinculado ao IF Fluminense *campus* Campos Centro<sup>2</sup>. A unidade contém 15 *applets* para o estudo de Números Complexos, uma apostila de atividades investigativas associadas aos *applets*, aspectos históricos sobre Números Complexos e *links* para outros endereços sobre o tema. A seguir, são descritos os objetivos de cada atividade proposta no minicurso.

## 2. Descrição das atividades

---

<sup>1</sup> *Applets* são programas desenvolvidos em linguagem de programação Java®, que podem ser incluídos em códigos HTML (DEITEL H.; DEITEL. P., 2003).

<sup>2</sup> Esta Unidade de Aprendizagem foi elaborada pelas autoras desse minicurso.

As atividades têm como finalidade fornecer sugestões para o uso dos *applets*. O professor poderá utilizá-las na forma apresentada ou adaptá-las ao seu contexto, atendendo, assim, a particularidades da sua realidade. As atividades relacionam os recursos dos *applets* com os objetivos pedagógicos pretendidos. Buscou-se trabalhar o tema Números Complexos associado à Geometria Analítica, a fim de favorecer uma análise mais geométrica do tema.

Com as atividades elaboradas, organizou-se a apostila “Estudando Números Complexos com *applets*”. Esta é dividida em duas partes. A primeira parte contém 15 atividades investigativas que incentivam a reflexão sobre os resultados obtidos com a manipulação dos *applets*. A segunda parte apresenta 20 exercícios de aplicação dos conceitos abordados.

### 2.1 Atividade 1

A atividade **1** visa colaborar para o entendimento da associação existente entre os números complexos e os pontos do plano de Argand Gauss (ou plano complexo). Além disso, busca-se analisar as condições para que um número complexo seja real ou imaginário puro.

### 2.2 Atividades de 2 a 5

As atividades **2** e **4** visam destacar que um número complexo também pode ser representado por um vetor no plano de Argand Gauss. Além disso, busca-se mostrar que a soma e a subtração de dois números complexos podem ser realizada graficamente por meio da regra do paralelogramo, abordada no estudo de vetores.

As atividades **3** e **5** têm como objetivo levar os alunos a conjecturar as condições para que um número complexo, resultante da adição e subtração de dois números complexos, seja real ou imaginário puro, respectivamente.

### 2.3 Atividades 6 e 7

Nas Atividades **6** e **7**, o objetivo é possibilitar que os alunos conjecturem que a soma de um número complexo ( $z = a + bi$ , com  $a$  e  $b$  diferente de zero), com um número real, pode ser um número imaginário puro ou um complexo do mesmo tipo de  $z$ . E que a soma de um número complexo ( $z = a + bi$ , com  $a$  e  $b$  diferente de zero), com um número imaginário puro, pode ser um número real ou um complexo do mesmo tipo de  $z$ . Destaca-se que por meio destas atividades analisa-se, também, o aspecto geométrico do que foi conjecturado.

### 2.4 Atividade 8

O objetivo desta atividade é analisar o comprimento, a direção, e o sentido do vetor que representa o produto de um número complexo por um escalar real ( $k$ ), considerando diversos valores de  $k$ .

### 2.5 Atividade 9

Esta atividade tem dois objetivos. O primeiro é definir conjugado de um número complexo e o segundo é possibilitar que o aluno conjecture que o número complexo e o seu conjugado possuem o mesmo módulo.

### 2.6 Atividade 10

O objetivo desta atividade é mostrar que o número complexo pode ser expresso na forma trigonométrica.

### 2.7 Atividade 11

Esta atividade tem como objetivo fazer com que os alunos observem um padrão nas potências, ou seja, verifiquem que as potências se repetem a cada grupo de quatro ( $i^0 i^1 i^2 i^3$ ).

### 2.8 Atividades 12 e 13

O objetivo das referidas atividades é possibilitar que os alunos observem as transformações gráficas (rotações) que ocorrem com o vetor (representação do número complexo) quando o mesmo é multiplicado ou dividido pela unidade imaginária.

### 2.9 Atividade 14

Esta atividade visa possibilitar a dedução da fórmula da potenciação (1ª fórmula de De Moivre) de um número complexo, por meio da comparação dos valores dos módulos e dos argumentos de um número complexo dado e de potências deste número.

### 2.10 Atividade 15

O objetivo desta é possibilitar ao aluno conjecturar que é possível obter as raízes de um número complexo a partir de uma delas, por meio da relação que pode ser estabelecida entre as raízes e os vértices de um polígono regular.

Com a unidade “Investigando em C”, espera-se colaborar para o processo de Ensino e Aprendizagem de Números Complexos. Ressalta-se que o desenvolvimento de recursos digitais para educação é um processo muito rico, permeado por algumas inquietações decorrentes de problemas relacionados à tecnologia e/ou ao tema de estudo específico. Com relação à tecnologia, nem sempre é possível obter, exatamente, o que se deseja e, assim, soluções devem ser discutidas em busca do melhor caminho.

## Referências

BAIRRAL, M. A. *Tecnologias da Informação e Comunicação na Formação e Educação Matemática*. Rio de Janeiro: Ed. da UFRRJ, 2009. v.1.

CARNEIRO, J. P. Sobre a Geometria e o Ensino dos Números Complexos. *Revista do Professor Matemática (RPM)*, São Paulo: Sociedade Brasileira de Matemática, n. 55, p 15-25., 2004.

DEITEL, H. M; DEITEL, P. J. *Java: como programar*. Tradução de Carlos Arthur Lang Lisboa. 4. ed. Porto Alegre: Bookman, 2003.

PONTE, J. P.; OLIVEIRA, H.; VARANDAS, J. M. O Contributo das Tecnologias de Informação e Comunicação para o Desenvolvimento do Conhecimento e da Identidade Profissional. *In: FIORENTINI, D. (Ed.). Formação de professores de Matemática: explorando novos caminhos com outros olhares*. Campinas: Mercado de Letras, p 159-192, 2003.