

Raízes de Polinômios: um enfoque geométrico

Daniele de S. Oliveira^{*}, Márcia Valéria A. de A. Ribeiro^{**}, Tatiana da S. Pereira^{*}

dadasoliveira@gmail.com, mvaleria@censanet.com.br, tatiana-md@hotmail.com

Resumo

Com o desenvolvimento das novas tecnologias, o estudo da Matemática pode ser feito de forma mais dinâmica e atraente. Neste minicurso, será trabalhado, com o auxílio do *software* Winplot, a interpretação geométrica das raízes de polinômios por meio de atividades que permitam identificar, graficamente, as raízes reais de polinômios de coeficientes reais e estudar o aspecto gráfico desses polinômios nas vizinhanças de suas raízes reais de multiplicidade par e ímpar. A motivação para desenvolver este trabalho ocorreu devido à pouca ênfase dada por muitos autores de livros do Ensino Médio à representação gráfica de polinômios.

Palavras-chave: Raízes de Polinômios. Multiplicidade. Interpretação geométrica.

Roots of Polynomials: a geometric approach

Abstract

With the development of new technologies, the study of Mathematics can be done in more dynamic and attractive ways. This mini-course will use Winplot software to help in the geometric interpretation of polynomial roots in activities that allow for the graphic identification of polynomial roots of real coefficients, and the study of their graphic aspect in the borders of their real roots of even and odd multiplicity. The motivation for this work is due to the fact that many textbook authors give little emphasis to the graphic representation of polynomials.

Key words: *Roots of Polynomials Multiplicity. Geometric interpretation.*

1. Introdução

Em nossa sociedade, o conhecimento matemático é necessário em diversas situações, como apoio a outras áreas do conhecimento, como instrumento para lidar com situações da vida cotidiana ou, ainda, como forma de desenvolver habilidades de pensamento.

É importante destacar que o ensino de Matemática prestará sua contribuição na medida em que forem exploradas metodologias que priorizem a criação de estratégias, visando ao ensino e à aprendizagem a partir de argumentações, análises e reflexões.

^{*} Licencianda em Matemática do IF Fluminense

^{**} Mestre em Educação Matemática (USU), professora IF Fluminense, ISECENSA, UCAM e CEJN

Considerando que o ensino de Matemática deve ser voltado para atividades desafiadoras que despertem no aluno o prazer em aprender, propomos, neste minicurso, um estudo sobre a interpretação geométrica de raízes reais de polinômios tendo o Winplot como um *software* de apoio.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1999) ressaltam a necessidade de educadores adotarem métodos de aprendizado ativo e interativo, criando situações em que o aluno é desafiado a participar, questionar e refletir sobre suas ações.

Segundo Palis (1997), as novas tecnologias computacionais facilitam a incorporação mais abrangente de pontos de vista importantes como o gráfico e o numérico ao estudo algébrico de diversos conceitos e processos.

Sendo assim, o objetivo geral deste minicurso consiste na aplicação de atividades que permitam identificar, graficamente, as raízes reais de polinômios de coeficientes reais e estudar o aspecto gráfico desses polinômios nas vizinhanças das suas raízes reais de multiplicidade par e ímpar.

Espera-se que este trabalho possa servir de apoio para professores e alunos de Matemática, suscitando reflexões sobre o tema bem quanto ao uso da tecnologia na sua formação e atualização profissional.

O minicurso será iniciado com uma apresentação em *Power Point* das definições e teoremas necessários ao desenvolvimento do tema proposto. Na etapa seguinte, será apresentado, em *html*, um tutorial desenvolvido no *software* Wink intitulado “Como representar um polinômio com o auxílio do Winplot”. Dando continuidade, será desenvolvida a Atividade I, que apresenta polinômios de coeficientes reais, com o objetivo de identificar, graficamente, as raízes reais de um polinômio e estudar as implicações geométricas da multiplicidade de uma raiz. Após, será apresentado um tutorial da Atividade II, desenvolvida no Winplot, a qual os alunos aplicarão os conhecimentos adquiridos na Atividade I. Finalizando, os participantes resolverão cinco exercícios abrangendo o tema estudado.

2 Desenvolvimento metodológico do minicurso

Este minicurso está estruturado em 4 etapas. São elas:

- Explicação das definições e teoremas;
- Reconhecimento do *software* Winplot;
- Aplicação das Atividades I e II;
- Resoluções de exercícios.

2.1 Explicação das definições e teoremas

Nesta etapa, serão apresentadas em *Power Point* as definições e teoremas necessários ao desenvolvimento do tema em estudo.

Os teoremas e as definições abrangem:

- Número Complexo;
- Função Polinomial ou Polinômio;
- Grau de um polinômio;
- Valor Numérico;
- Equação Polinomial ou Algébrica;
- Raiz;
- Teorema Fundamental da Álgebra (TFA);
- Teorema da Decomposição;
- Multiplicidade de uma raiz;

➤ Raízes Complexas.

Para melhor entendimento dos participantes do minicurso, a cada teorema e definição apresentados, alguns exemplos serão dados.

2.2 Reconhecimento do software Winplot

Antecedendo as atividades I e II, será feita uma apresentação, em *html*, de um tutorial desenvolvido no *software* Wink¹ intitulado “Como representar um polinômio com o auxílio do Winplot”, que apresenta o *software* Winplot e as ferramentas necessárias ao desenvolvimento das atividades I e II.

2.3 Aplicação das Atividades I e II

Nesta etapa, serão desenvolvidas as atividades I e II, utilizando o Winplot e o caderno de respostas de cada atividade.

A atividade I apresenta polinômios de coeficientes reais com o objetivo de identificar, graficamente, as raízes reais de um polinômio e estudar as implicações geométricas da multiplicidade de uma raiz.

Essa atividade é composta por seis questões que exploram: determinação de raízes e suas respectivas multiplicidades, representação gráfica de polinômios com o auxílio do *software* Winplot, identificação das raízes reais graficamente, análise do aspecto do gráfico do polinômio nas proximidades das raízes reais de multiplicidade par e de multiplicidade ímpar e, ainda, a análise do sinal do polinômio nas proximidades das raízes reais.

A atividade I proporcionará observar que: “Para polinômios, há uma estreita relação entre a multiplicidade de uma raiz e o comportamento do gráfico nas suas vizinhanças” (ANTON, 2000, p.309).

Esta estreita relação de que fala o autor pode ser visualizada e viabilizada a partir do traçado dos gráficos com o *software* Winplot que facilita e agiliza as observações. O uso do Winplot proporciona explorações algébricas e gráficas simultaneamente.

Na Atividade II, utilizando o Winplot, será pedido que o participante selecione: Janela/Adivinhar e, em seguida, Equa/Selecionar. Dessa forma, será aberta a janela habilitar tipos. Nesta, o participante selecionará polinômio e preencherá os campos grau inf com 1 e grau sup com 8. Ao utilizar o recurso Adivinhar e neste selecionar Equa/Novo exemplo aparecerão gráficos de polinômios que possuem somente raízes inteiras (opção do desenvolvedor do *software*) cujo grau irá variar de 1 a 8. Esta atividade propiciará a cada participante do minicurso aplicar os conhecimentos adquiridos na atividade anterior.

O recurso de simulação permite a realização de experimentos envolvendo conceitos mais avançados. Neste caso, a complexidade analítica do modelo fica por conta do programa e os alunos exploram qualitativamente as relações matemáticas que se evidenciam no dinamismo da representação de caráter visual (GRAVINA; SANTAROSA, p.12, 1998).

Segundo Abrahão e Palis (2004), a análise de gráficos com a ajuda da tecnologia pode gerar uma dinâmica de sala de aula que coloca o aluno frente a desafios constantes, encoraja a investigação e pode aumentar sua participação na construção da aprendizagem.

¹ *Software* basicamente destinado a apoiar a produção de tutoriais, que são formas de mostrar como utilizar determinado *software* ou *site*. (BARCELOS, G. T.; BATISTA, S. C. F., 2008).

2.4 Resoluções de exercícios

Ao final das atividades I e II, será aplicada uma lista de cinco exercícios com os quais os participantes poderão comprovar o grau de relevância do estudo proposto e confirmar todos os conceitos adquiridos durante as atividades anteriores. Estes exercícios foram escolhidos a partir de uma pesquisa em livros didáticos do Ensino Médio e alguns apresentam questões de vestibular. Todo o trabalho desenvolvido anteriormente possibilitará aos participantes do minicurso chegarem às respostas sem maiores dificuldades.

Referências

ABRAHÃO, Ana Maria Carneiro; PALIS, Gilda de La Rocque. A questão da escala e as concepções de professores ao analisarem gráficos de funções f: RR obtidos em calculadoras. *Educação Matemática em Revista*, v.11, n. 16, 2004.

ANTON, Howard. *Cálculo, um novo horizonte*. 6. ed. Porto Alegre: Bookman, 2000. v.1.

BARCELOS, Gilmar T.; BATISTA, Silvia C. F. Elaboração de tutoriais utilizando o *software wink*. In: ENCONTRO DE EDUCAÇÃO A DISTÂNCIA E@D: TECNOLOGIA DA INFORMAÇÃO E COMUNICAÇÃO NA EDUCAÇÃO, 2., Campos dos Goytacazes, 2008. *Anais...* Campos dos Goytacazes: Essentia, 2008. p. 37 – 39.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio: ciências da natureza, matemática e suas tecnologias*. Brasília: Ministério da Educação/ Secretaria de Educação Média e Tecnológica, 1999.

GRAVINA, Maria Alice; SANTAROSA, Lucila Maria. A aprendizagem da Matemática em ambientes informatizados. In: CONGRESSO RIBIE, 4., Brasília, 1998. Disponível em: <http://.diaadiaeducacao.pr.gov.br/diaadia/diadia/arquivos/File/conteudo/artigos_tese>. Acesso em : 22 mai. 2009.

PALIS, Gilda de La Rocque. Gráficos de funções em calculadoras e com lápis e papel. *Revista da Associação de Professores de Matemática: Educação e Matemática*, n. 45, 1997.