

Sobre a importância do ensino de Geometria nos cursos de Licenciatura em Física

About the importance of teaching Geometry in Physics undergraduate courses

Ricardo Roberto Plaza Teixeira*

O sentido da visão está associado a uma habilidade cognitiva importante e sua aprendizagem é fundamental na formação de qualquer cidadão. Devido a este fato é que o estudo das diferentes formas de representação gráfica passa a ser importante no processo de ensino-aprendizagem da Matemática. Desta forma, um conhecimento sólido de Geometria é necessário na formação de um bom professor de Física. Este trabalho analisa a importância do ensino da Geometria na formação dos futuros professores de Física.

The sense of vision is associated with an important cognitive skill and its learning is fundamental to the fostering of any citizen. Due to this fact, the study of different forms of graphical representation becomes important in the teaching and learning of Mathematics. Therefore, a solid knowledge of Geometry is necessary in the training of good teachers of Physics. This work analyzes the importance of the study of Geometry for future teachers of Physics.

Palavras-chave: Geometria. Ensino de Física. Educação Matemática. História da Matemática.

Key words: Geometry. Physics teaching. Mathematics education. History of Mathematics.

1 Introdução

Muitos pesquisadores em educação têm enfatizado uma “distorção” que ocorre com o ensino de Matemática para nossas crianças e jovens: a pouca ênfase dada ao ensino da Geometria (PAVANELLO, 1989; LORENZATO, 1995; PEREZ, 1995; FONSECA, 2002; CRESCENTI, 2005). Segundo Dreyfus e Hadas “[...] a Geometria tem sido menos ensinada nos últimos anos do que há vinte anos” (DREYFUS; HADAS, 1994). No primeiro ciclo do ensino fundamental, a Geometria é, freqüentemente, esquecida (ALMOULOUD, 2004) e relegada a um segundo plano em relação à aritmética. No segundo ciclo do ensino fundamental e no ensino médio, a Geometria também costuma ser relegada a um segundo plano em relação à álgebra. Finalmente, no ensino superior, nas carreiras de cursos de exatas, a Geometria é, muitas vezes, novamente relegada a um segundo plano em relação a “Cálculo Diferencial e Integral”,

* Doutor em Física pela USP. Professor do CEFET/SP e da PUC/SP. E-mail: rrpteixeira@bol.com.br.

apesar de alguns cursos superiores apresentarem uma disciplina inicial de “Geometria Analítica e Vetores” de forma a “suavizar” esta ênfase; esta desconsideração, além de tudo, é paradoxal dada a importância da compreensão geométrica dos conceitos de derivada e de integral, o que pode ser verificado pela leitura dos “*Principia*” de Newton (1990). Obviamente a aritmética, a álgebra e o cálculo diferencial e integral são campos de conhecimento fundamentais na aprendizagem de Matemática – e inclusive estas áreas da Matemática de várias formas se mesclam com a Geometria. Este abandono está relacionado diretamente à formação em Geometria obtida pelos professores que ensinarão Matemática nos variados níveis da educação básica, mas também se relaciona à formação em Geometria de professores de outras disciplinas – como a Física – que trabalharão, na prática escolar, com conhecimentos que, freqüentemente, estão intimamente relacionados a conteúdos de Geometria.

Para Atiyah (1982) é necessário trabalhar didaticamente tanto o “pensamento visual” – desenvolvendo o processo de ensino-aprendizagem visualmente – associado à Geometria, quanto o pensamento seqüencial associado à álgebra: ambos são fundamentais para a educação Matemática dos cidadãos, mas este processo deve ocorrer com um equilíbrio entre estas duas formas de pensamento. O ensino de tópicos de Geometria propicia, por exemplo, o desenvolvimento de habilidades espaciais que são fundamentais para compreender problemas associados ao estudo de máximos e mínimos de áreas e volumes (BALOMENOS, 1994). No Brasil, dados de pesquisa realizada com professores da educação básica mostram problemas no processo de ensino-aprendizagem da Geometria (MANRIQUE, 2003), indicando a importância do estudo das representações mentais implícitas na construção dos conceitos geométricos pelos alunos (FAINGUELERNT, 1999). Neste sentido, alguns softwares como o Cabri-Géometre permitem um trabalho pedagógico bastante produtivo, por exemplo, para a aprendizagem das diversas relações geométricas (REZENDE, 2005).

A Geometria está associada, também, a habilidades de investigação intelectual, pois seu conhecimento se fundamenta na arte da “especulação” que é a base do raciocínio hipotético-dedutivo: a Geometria começa pela visão mas caminha para o pensamento, indo a partir do que pode ser visto para o que pode ser imaginado (WHEELER, 1981). Historicamente, a construção de muitos conceitos científicos foi viabilizada por raciocínios de ordem espacial e a própria história da Geometria é uma ferramenta útil para a aprendizagem de muitos conceitos matemáticos (EVES, 1992). A trigonometria tem sua origem no uso de conceitos geométricos úteis para a resolução de problemas práticos oriundos das necessidades humanas no início da civilização (BRIGHENTI, 2003). A própria natureza geométrica do número π é fundamental para a sua compreensão, o que nem sempre é destacado durante a educação básica. O grande predecessor de muitas das idéias de Newton foi Arquimedes (BOYER, 1974) – um dos maiores matemáticos do período helenístico – que a partir do estudo das alavancas, do método mecânico e do método da exaustão realizou inovações fundamentais na

área da Matemática aplicada e se aproximou bastante do atual conceito de integração (EVES, 2004). De acordo com Galileu Galilei: “[O livro da natureza] está escrito em linguagem matemática, e suas letras são triângulos, círculos e outras figuras geométricas, sem os quais é humanamente impossível compreender uma única palavra e há apenas um vagar perdido em um labirinto escuro” (GALILEI, 1965). Courant (2000) destaca a importância da Geometria projetiva e da topologia como campos fundamentais para o conhecimento da Matemática. Foi pela Geometria que Kekulé conseguiu determinar a estrutura do anel de benzeno e o mesmo ocorreu com Watson e Crick ao intuírem a estrutura em dupla hélice do DNA.

A situação do ensino de Geometria na educação escolar nos Estados Unidos – que, é importante destacar, apresentam grandes centros de pesquisa em Matemática – também é uma preocupação de muitos pesquisadores deste país. Usiskin, ao analisar a educação nos EUA, afirma que:

Não há currículo de geometria no nível escolar elementar. O resultado é que os alunos entram para a *high school* sem saber o suficiente de geometria para se saírem bem. Há um currículo de geometria para o nível secundário, mas apenas metade dos alunos o cumpre, e apenas um terço desses alunos o compreende. A geometria é relativamente ignorada, tanto na *high school* como na faculdade, depois do curso de um ano. Conseqüentemente, as experiências em geometria, tanto dos alunos como dos professores, são insuficientes. (USISKIN, 1994).

Como a estrutura do ensino médio norte-americano é bem diferente da brasileira, devido ao grande conjunto de disciplinas optativas em contraposição a um conjunto de disciplinas obrigatórias que, no que diz respeito à aprendizagem em Matemática, inclui conceitos elementares algébricos e geométricos, a “fuga” relativamente ao aprendizado da Geometria ocorre de modo diferenciado. Na mesma linha, a conferência “Perspectivas para o ensino de Geometria no século XXI” organizada pela *International Commission on Mathematics Instruction*, em 1995, na cidade de Catânia, na Itália, aprovou recomendações que buscam resgatar um papel fundamental à Geometria na formação do cidadão (ICMI, 1995):

O currículo de matemática do ensino primário deve incluir geometria bi e tridimensional para que os alunos sejam capazes de descrever, desenhar e classificar figuras; de investigar e prever o resultado; de combinar, subdividir e transformar figuras; de desenvolver a percepção espacial; de relacionar idéias geométricas com idéias numéricas e de medição; de reconhecer e apreciar a geometria dentro de seu mundo. (ICMI, 1995).

Para Duval (1995), a aprendizagem de Geometria favorece três diferentes formas do processo cognitivo – a visualização, a construção e o raciocínio – que se inter-

relacionam para habilitar o aluno com a proficiência necessária em Geometria. Já para Allendoerfer (1969) há três abordagens possíveis para um trabalho pedagógico efetivo com a Geometria – a sintética, a analítica e a vetorial – que apresentam qualidades e vantagens que se complementam na formação em Matemática dos alunos. Abordagens excludentes – como a célebre máxima “Euclides deveria ser abandonado” (OECD, 1960) – podem apenas obstruir caminhos que podem, em determinados contextos produzir resultados úteis pedagogicamente. A abordagem vetorial, em particular, é extremamente útil à Física e portanto imprescindível na formação dos alunos.

2 Interfaces entre Geometria e Física

Para o físico Mário Schenberg, a geometria foi o primeiro campo de conhecimento da Física (SCHENBERG, 2001); a Mecânica e a Geometria sempre tiveram uma ligação profunda desde o século XVII. A geometria ocorre pela experiência e pela interpretação do espaço no qual as pessoas vivem, respiram e se movem (FREUDENTHAL, 1973). Da mesma forma, Oswald Veblen (1934), em meados do século XX, classificava a Geometria ao mesmo tempo como um ramo da Matemática (na sua estrutura axiomática) e um ramo da Física (nas suas tarefas intuitivo-experimentais), visto que ela pode ser aplicada tanto a problemas teóricos quanto a problemas do mundo real (FARRELL, 1994). Para o matemático inglês Harold Coxeter, a geometria é a mais elementar das ciências que habilita o homem a fazer previsões baseadas em observações sobre o mundo físico a partir de processos unicamente intelectuais (ROBERTS, 2006). Durante boa parte da história da humanidade a geometria era a base fundamental para a aprendizagem de Matemática e o seu aprendizado ao longo dos séculos se deu por meio das obras de Euclides. Pela observação dos trabalhos originais de Galileu Galilei ou de Isaac Newton, é possível notar como as provas geométricas eram usadas de forma ampla com o objetivo de demonstrar ou verificar as leis naturais propostas nestes trabalhos – a geometria foi, então, a principal linguagem estruturante para a revolução científica que deu origem à Física clássica.

Resultados do Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (PISA) de 2006, realizado pela Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE), com cerca de 400 mil estudantes de 15 anos de idade, de 57 países, revelaram que o Brasil aparece em 49º lugar na área de leitura, em 52º lugar na área de ciências e em 54º lugar na área de Matemática: adicionalmente ao fato de o Brasil estar situado nas últimas colocações em todas as três áreas do conhecimento, é importante notar também que é em Matemática que o desempenho dos alunos brasileiros é pior, indicando uma necessidade de reflexão e de ação por parte dos profissionais de educação em nosso país.

A pouca ênfase dada à geometria pode ser constatada quando cada pessoa analisa a própria formação em geometria que foi obtida na educação básica. Segundo Regina Pavanello (1989), a partir de meados dos anos 80 os alunos no Brasil pareciam não mais conhecer as idéias e os conceitos básicos de geometria. Isto se associa à pequena capacidade atual de percepção espacial da maioria dos alunos, habilidade esta necessária em muitas atividades profissionais. Esta exclusão acarreta, portanto, um prejuízo considerável na formação dos alunos. Assim, muitos alunos não compreendem processos de demonstração e formas de representação geométrica de conceitos matemáticos. Corroborando esta mudança de perspectiva na forma, como de fato ocorre a educação Matemática de nossos jovens, dados de pesquisa obtidos por Eliane Crescenti (2005) apontam que professores mais experientes dão mais ênfase ao ensino de geometria em suas aulas, apesar de usarem, predominantemente, recursos pedagógicos mais tradicionais.

Mas será mesmo a geometria importante na formação dos alunos? Os trabalhos de pesquisa na área da educação científica e Matemática indicam que sim. O próprio Howard Gardner (2003) – teórico que consagrou a idéia das múltiplas inteligências – salientou a importância de um módulo específico de inteligência espacial que estaria associado a habilidades de pensar geometricamente, de modo a, sobretudo, poder efetuar transformações sobre as percepções iniciais do mundo, recriando mentalmente aspectos da experiência visual, mesmo na ausência de estímulos físicos concretos.

A Geometria não deve ser só pensada do ponto de vista dos professores de Matemática, mas também deve estar associada a ramos do conhecimento com os quais apresenta uma interface grande: a Física, a Geografia, a Astronomia, a Química, etc. No caso do professor de Física, particularmente, uma boa formação em Geometria é fundamental nas tarefas educacionais para as quais ele será requisitado.

O conhecimento de Matemática, em geral, de muitos dos ingressantes nos cursos de Licenciatura em Física existentes no país é bastante deficitário – problema comum também a muitos outros cursos superiores. Isto se deve, em muito, à formação prévia que muitos ingressantes nestes cursos superiores tiveram na educação básica. Dados de pesquisa que indicam, por exemplo, que a grande parte dos estudantes de um curso de Licenciatura em Física – no caso, do CEFET/SP – cursou a sua educação básica em escolas públicas (TEIXEIRA, 2005) apontam para as origens deste problema. De qualquer forma, os professores universitários e a estrutura curricular superiores têm que de algum modo lidar com esta realidade. Negá-la ou simplesmente culpar os estágios anteriores da formação dos alunos universitários pode apenas aliviar a consciência dos protagonistas envolvidos, mas não colabora para a superação das dificuldades existentes. Os problemas desta formação precária em Matemática surgem muitas vezes em disciplinas específicas de Física nos semestres mais avançados. A forma como a Matemática, de forma geral, e a Geometria, em particular, estão inseridas nos cursos de Licenciatura em Física é uma questão que está relacionada, também, de forma bastante intensa, à questão da evasão que é alta em geral nestes cursos.

3 Considerações finais e conclusões

A experiência tem mostrado que um *locus* específico – espaço curricular – para a geometria no contexto da Física, nos cursos de Licenciatura em Física, é importante para consolidar um tipo de conhecimento que está associado a determinadas competências fundamentais na formação efetiva dos futuros professores de Física. Uma idéia possível é a inclusão, nos cursos de Licenciatura em física, de uma disciplina que poderia ser denominada “Geometria e Física”. Esta disciplina concentraria conteúdos de geometria analítica (incluindo elipses, parábolas e hipérbolas) e de geometria clássica euclidiana em duas e em três dimensões (incluindo trigonometria e estudo de figuras planas e de sólidos) aplicados à resolução de problemas de Física. Mas diversos outros temas podem ser trabalhados: trabalhos aplicados de educação na área de geometria nos diversos níveis de ensino; tópicos de geometrias não euclidianas; compreensão do significado do plano complexo e de suas aplicações na Física; análise vetorial; introdução à álgebra linear como maneira para pensar em espaços com um número de dimensões maior que três; tópicos de topologia entendida como uma extensão da geometria, a partir do estudo do espaço e das transformações; tópicos de geometria descritiva, associados ao estudo da perspectiva, das projeções e do desenho geométrico. Seria importante, também, haver um espaço nesta disciplina para trabalhar conceitos relacionados à geometria de fractais e às dimensões fracionárias (BARBOSA, 2005), o que abriria possibilidades para discussões estéticas e sobre técnicas computacionais. Um dos eixos deste espaço curricular poderia ser a história da geometria. Para isto, um bom livro a ser considerado no trabalho pedagógico com os alunos desta disciplina poderia ser “A janela de Euclides” escrito por Leonard Mlodinow (2004) que apresenta interessantes discussões sobre cinco importantes revoluções na área de geometria: a geometria euclidiana; a geometria analítica cartesiana; as geometrias não-euclidianas; as aplicações da geometria na teoria da relatividade; a teoria das super-cordas. Uma apresentação deste tipo é interessante para compreender a evolução de muitos conceitos matemáticos trabalhados cotidianamente em sala-de-aula. Por exemplo, ela permite compreender a importância histórica e o grau de profundidade do projeto de algebrização da geometria que culminou na geometria analítica cartesiana.

É fundamental tomar consciência de que as habilidades associadas ao desenho geométrico e à construção de representações gráficas são complexas e não se desenvolvem espontaneamente (NACARATO, 2003). A construção e compreensão das diferentes formas de gráficos é, portanto, uma das principais habilidades que devem ser desenvolvidas pelas disciplinas que, como a Física, pertencem à grande área das ciências naturais, de acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs). Assim sendo, é recomendável que uma disciplina que apresente as interfaces entre a Geometria e a Física – seguindo as recomendações apresentadas anteriormente – apareça constituída como um espaço curricular específico em um curso de Licenciatura em Física, pois ela se inter-

relaciona a muitos conteúdos de Física, é motivadora e reforça muitos conhecimentos matemáticos necessários aos alunos, colaborando, inclusive, para diminuir os índices de evasão dos cursos de Licenciatura em Física.

A Matemática, na sua essência, trata da construção de modelos para compreender padrões existentes na natureza: desta forma ela foi considerada nas palavras de Galileu – e assim continua sendo – a linguagem da natureza, por excelência. Devido à espacialidade intrínseca da própria natureza e do universo, para estudá-los e compreendê-los, como a Física se propõe, o conhecimento da geometria é uma ferramenta fundamental em tal empreitada.

Referências

ALLEUDOERFER, C. B. The dilemma in Geometry. *Mathematics Teacher*, v. 62, 1969.

ALMOULOU, S. *et al.* A Geometria no ensino fundamental: reflexões sobre uma experiência de formação envolvendo professores e alunos. *Revista Brasileira de Educação*, v. 24. Rio de Janeiro, 2007.

ATIYAH, M. What is Geometry? *The Mathematical Gazette*, v. 66, n. 437, 1982.

BALOMENOS, R. H.; FERRINI-MUNDY, J; DICK, T. Geometria: prontidão para o cálculo. In: LINDQUIST, M. M.; SHULTE, A. P. *Aprendendo e ensinando geometria*. São Paulo: Atual, 1994.

BARBOSA, R. M. *Descobrimos a Geometria fractal para a sala de aula*. Belo Horizonte: Autêntica, 2005.

BOYER, C. C. *História da Matemática*. São Paulo: Edgard Blücher, 1974.

BRIGHENTI, M. J. L. *Representações gráficas*. Bauru, SP: EDUSC, 2003.

COURANT, R.; ROBBINS, H. *O que é Geometria*. Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2000.

CRESCENTI, E. P. *Os professores de Matemática e a Geometria: opiniões sobre a área e seu ensino*. 2005. Tese (Doutorado) – Universidade Federal de São Carlos. São Paulo, 2005.

DREYFUS, T.; HADAS, N. Euclides deve permanecer – e até ser ensinado. In: LINDQUIST, M. M. *Aprendendo e ensinando Geometria*. São Paulo: Atual, 1994.

EVES, H. *Tópicos de história da Matemática em sala de aula – Geometria*. São Paulo: Atual, 1992.

_____. *Introdução à história da Matemática*. Campinas, SP: Editora da Unicamp, 2004.

FAINGUELERNT, E. K. *Educação Matemática – Representação e construção em geometria*. Porto Alegre: Artmed, 1999.

- FARRELL, M. A. Geometria para professores da escola secundária. In: LINDQUIST, M. M.; SHULTE, A. P. *Aprendendo e ensinando Geometria*. São Paulo: Atual, 1994.
- FONSECA, M. C. F. R. et al. *O ensino de Geometria na Escola Fundamental – Três questões para a formação do professor dos ciclos iniciais*. Belo Horizonte: Autêntica, 2002.
- FREUDENTHAL, H. *Mathematics as na educational task*. Dordrecht: D. Reidel Publishing Co., 1973.
- GALILEI, G. *Il Saggiatore*. Milão: Feltrinelli Editore, 1965.
- GARDNER, H. *A nova ciência da mente*. São Paulo: Edusp, 2003.
- INTERNATIONAL COMMISSION ON MATHEMATICS INSTRUCTION - ICMI. Perspectives on teaching of geometry for the 21st century. *Education Studies in mathematics*, v. 28, 1995.
- LORENZATO, S. Por que não ensinar Geometria? *Educação Matemática em Revista – Sociedade Brasileira de Educação Matemática*, ano III, n. 4, 1995.
- MANRIQUE, A. L. *Processo de formação de professores em Geometria: mudanças em concepções e práticas*. 2003. Tese (doutorado) - PUC-SP, São Paulo, 2003.
- MLODINOW, L. *A janela de Euclides*. São Paulo: Geração Editorial, 2004.
- NACARATO, A. M.; PASSOS, C. L. B. *A Geometria nas séries iniciais*. São Carlos, SP: EdUFSCar, 2003.
- NEWTON, I. *Principia*. São Paulo: Nova Stella: Edusp, 1990.
- ORGANIZATION FOR ECONOMIC COOPERATION AND DEVELOPMENT - OECD. *New thinking in school mathematics*. Paris: OECD, 1960.
- PAVANELLO, R. M. *O abandono do ensino da geometria: uma visão histórica*. 1989. Dissertação (Mestrado) – Unicamp, Campinas, SP, 1989.
- PEREZ, G. A realidade sobre o ensino de Geometria no 1º e 2º graus no Estado de São Paulo. *Educação Matemática em Revista – Sociedade Brasileira de Educação Matemática*, ano III, n. 4, 1995.
- REZENDE, E. Q. F.; RODRIGUES, C. I. *Cabri-Géometre & a geometria plana*. Campinas, SP: Editora da Unicamp, 2005.
- ROBERTS, S. *King of Infinite Space: donald Coxeter, the Man Who Saved Geometry*. Walker & Company, 2006.
- SCHENBERG, M. *Pensando a Física*. São Paulo: Landy, 2001.
- TEIXEIRA, R. R. P.; PANTALÉO JR, M.; TAKEUCHI, M. Perfil dos alunos ingressantes no curso de Licenciatura em física do CEFET/SP. *Revista Sinergia*, v. 6, n. 1, 2005.
- USISKIN, Z. Resolvendo os dilemas permanentes da Geometria escolar. In: LINDQUIST, M. M.; SHULTE, A. P. *Aprendendo e ensinando Geometria*. São Paulo: Atual, 1994.

VEBLEN, O. The modern approach to elementary Geometry. *Rice Institute Pamphlet*, v. 21, 1934.

WHEELER, D. Imagem e pensamento Geométrico. COMTES RENDUS DE LA 33^e RENCONTRE INTERNATIONALE. Pallanza: CIEAEM, 1981.

