

Avaliação do módulo de elasticidade longitudinal em peças estruturais de Pinus Caribaea

Assessment of longitudinal modulus of elasticity in structural elements of Pinus Caribaea timber beams

André Luis Christoforo*
Fábio de Paiva Cota**
Túlio Hallak Panzera**
Claudenir Facincani Franco***
Vitor Correa de Mattos Barreto****

Atualmente, a norma técnica NBR 7190/1997 (Projeto de Estruturas de Madeira) não faz referência a ensaios que visem à determinação das propriedades de rigidez e resistência em peças de dimensões estruturais de madeira serrada, restringindo-se esta análise a corpos-de-prova de pequenas dimensões e isentos de defeitos. O presente trabalho tem como objetivo, apresentar uma metodologia alternativa de cálculo para a determinação do módulo de elasticidade longitudinal em peças estruturais de madeira serrada, baseada no Método dos Elementos Finitos, juntamente com uma técnica de otimização. Os resultados encontrados para as madeiras *Pinus caribaea* mostram que a metodologia proposta pela norma brasileira pode também ser empregada em peças de dimensões estruturais maiores.

The current standard NBR 7190/1997 (Project of Timber Structures) makes no reference to tests for determining the stiffness and strength in parts of structural lumber; restricting the analysis to bodies-of-tests with small dimensions and without defects. This paper presents an alternative method to determine the longitudinal modulus of elasticity in timber beams, based on the Finite Element Method, as well as the Inverse Analysis Method with an optimization technique. Results show that the methodology proposed by the Brazilian standard can also be applied to pieces of structural dimensions.

Palavras-chave: Madeira serrada. Método dos Elementos Finitos. Método dos Mínimos Quadrados.

Key words: Lumber. Finite element method. Least squares method.

* Universidade Federal de São João del-Rei (UFSJ). Departamento de Engenharia Mecânica (DEMEC). Laboratório de Mecânica Computacional (LMC). Engenharia de estruturas e Mecânica Computacional.

** Universidade Federal de São João del-Rei (UFSJ). Departamento de Engenharia Mecânica (DEMEC). Materiais e Estruturas.

*** Universidade Estadual Paulista "Júlio Mesquita Filho" (Unesp). Departamento de Engenharia Agrícola. Madeira e seus Derivados.

**** Universidade Estadual de Goiás - UEG. Unidade Universitária de Ipameri. Madeira e derivados.

Introdução

A madeira é uma matéria-prima naturalmente resistente e relativamente leve. Sua importância e versatilidade contribuem para o seu emprego em vários setores da atividade humana: nas construções civis, rurais, nas indústrias do setor moveleiro entre outras. O seu emprego como elemento estrutural no Brasil tem crescido ao longo dos últimos anos em virtude das pesquisas realizadas, com o objetivo de torná-la um material mais competitivo em relação a outros materiais empregados na construção de estruturas, tais como o aço e o concreto.

Almejando o desenvolvimento tecnológico, a NBR 7190/1997 (Projeto de Estruturas de Madeira), da Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT) está sendo reformulada a fim de analisar e melhor caracterizar as propriedades físico-mecânicas da madeira e dos sistemas estruturais nos quais esse material é empregado, com o intuito de se viabilizarem condições mais adequadas para o dimensionamento do método no âmbito dos estados limites.

Os esforços realizados por pesquisadores para o desenvolvimento tecnológico a partir do conhecimento mais preciso das propriedades da madeira, fundamentam-se na busca por torná-la um material mais confiável como elemento estrutural, diminuindo-se assim as incertezas ou até preconceitos por parte dos profissionais da construção civil com relação à sua aplicação.

Para o dimensionamento de estruturas, independentemente dos materiais empregados, o módulo de elasticidade mostra-se uma variável imprescindível no projeto. No entanto a sua determinação, segundo a NBR 7190/1997, é restrita a corpos de prova de pequenas dimensões, e isentos de defeitos, e se baseia no ensaio de flexão estática a três pontos (Figura 1) com o uso da Equação 1, sendo ΔF um incremento de força ($F_{50\%} - F_{10\%}$), $\Delta\delta$ um incremento de deslocamento ($\delta_{50\%} - \delta_{10\%}$), E_M o módulo de elasticidade Longitudinal, L o vão-livre entre apoios e I o momento de inércia da seção transversal.

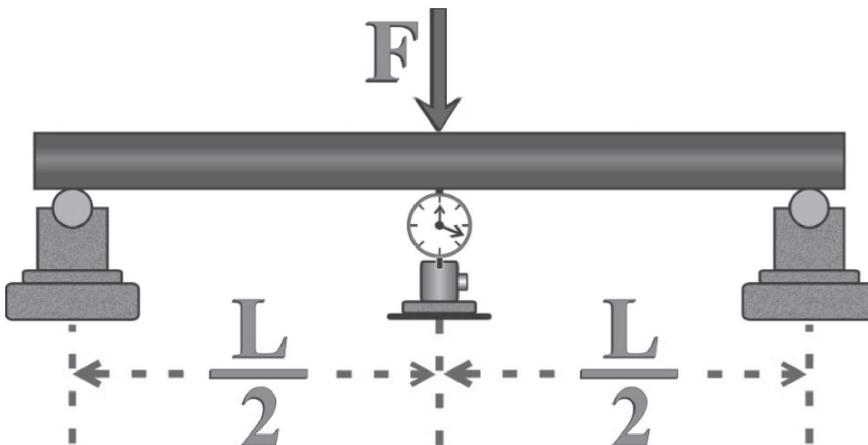


Figura 1 - Ensaio de flexão estática segundo a norma NBR 7190/1997

$$E = \frac{\Delta F \cdot L^3}{48 \cdot \Delta \delta \cdot I} \quad (1)$$

Em se tratando do cálculo do módulo de elasticidade, um resultado de grande relevância é apresentado no trabalho de Rocco Lahr (1983), que, tendo avaliado a influência da relação L/h (razão entre o comprimento da peça e sua altura) na determinação do módulo de elasticidade em peças de madeira serrada, constatou que para razões $L/h \geq 21$ as deformações oriundas do cisalhamento podem ser desprezadas. Esse resultado valida as hipóteses sobre a Teoria de Vigas de Bernoulli utilizada no desenvolvimento da Equação 1, além do emprego do ensaio de flexão estática a três pontos.

Uma pesquisa experimental comparando valores de módulo de elasticidade obtidos em corpos de prova isentos de defeitos e em peças serradas de dimensões estruturais foi realizada por Batista et al. (2000). De três espécies estudadas, duas (Eucalipto e Cambará) apresentaram resultados obtidos nos ensaios de corpos de prova considerados fiéis aos obtidos para as peças de dimensões estruturais. Entretanto, o mesmo não pôde ser afirmado para a espécie Cupiúba, que apresentou, para os modelos reduzidos, valores cerca de 30% inferiores aos modelos estruturais.

Pesquisadores como Pigozzo et al. (2000) estudaram aspectos como o melhor vão-livre para ensaios de flexão em peças estruturais, o número de pontos a serem ensaiados em cada peça, a precisão dos valores obtidos e a estimativa do custo desses ensaios para pequenas empresas. Citam que o processo de classificação não consiste em separar as peças livres de defeitos, mas ao contrário, permitir o maior número de defeitos em cada grupo de modo que não desclassifiquem as peças para o uso que se queira.

Miná et al. (2004) avaliaram a resistência e a rigidez de postes de madeira da espécie *Eucalyptus citriodora* comparando os resultados com os obtidos em corpos de prova isentos de defeitos. Os resultados encontrados mostram que os valores de módulo de elasticidade são superiores para elementos estruturais nos ensaios de flexão e inferiores nos ensaios de compressão paralela; já os valores obtidos para a resistência foram superiores para as peças estruturais em ambos os ensaios.

Este trabalho tem como objetivo, apresentar uma metodologia alternativa de cálculo, baseada no Método dos Elementos Finitos (MEF) aliada ao Método dos Mínimos Quadrados e ao Método de Newton (com aproximação quadrática) para a determinação do módulo de elasticidade longitudinal (E) em peças estruturais serradas de madeira *Pinus caribaea*, de maneira a se verificarem as diferenças entre os valores de elasticidade encontrados pelo método de cálculo aqui proposto com os fornecidos pela norma NBR 7190/1997 adaptada para peças de dimensões estruturais.

Materiais e Métodos

Para a determinação do módulo de elasticidade longitudinal foram utilizadas 24 peças de madeira *Pinus caribaea* de dimensões 6cm x 16cm x 200cm, respeitando-se a relação $L/h \geq 21$, sendo $h=6$ cm.

O módulo de elasticidade longitudinal neste trabalho é avaliado segundo dois modelos matemáticos de cálculo, em ambos faz-se o uso do esquema estrutural de flexão estática a três pontos e de forma não destrutiva. Para o primeiro, o valor de elasticidade é obtido por intermédio da Equação 1 (E_M) e, para o segundo, como forma alternativa de cálculo, propõe-se que o valor do módulo de elasticidade efetivo (E_{ef}) seja determinado de acordo com o esquema estrutural de ensaio ilustrado pela Figura 2.

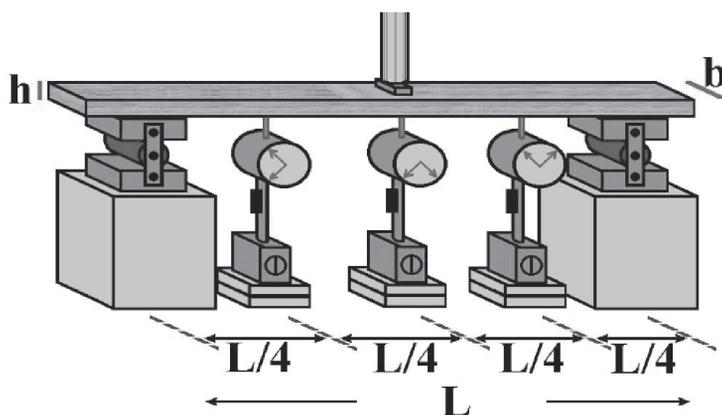


Figura 2 - Ensaio alternativo para a determinação do módulo de elasticidade efetivo (E_{ef}).

Para cada ensaio estrutural realizado foram locados três relógios comparadores ao longo da peça, distantes de $L/4$ uns dos outros. As leituras dos deslocamentos nos relógios equidistantes dos apoios ao longo das peças de madeira são realizadas quando o deslocamento no meio do vão, em magnitude, aproxima-se da relação $L/200$, sendo L o comprimento útil da peça (distância entre apoios). Esta é uma condição de pequenos deslocamentos estipulada pela norma NBR 7190/1997, garantindo linearidade geométrica para os elementos estruturais ensaiados.

Para o cálculo do módulo de elasticidade efetivo, foi desenvolvido um programa computacional (Eotm) na Linguagem Mathcad 2000, segundo os fundamentos do Método dos Elementos Finitos (MEF) aplicado ao Princípio dos Trabalhos Virtuais (PTV), contemplando o modelo cinemático de deformação de vigas de Euler Bernoulli, desconsiderando-se nesses cálculos as forças por unidade de volume e de superfície. Com relação ao emprego do Método dos Elementos Finitos na análise de estruturas de madeira, alguns trabalhos podem ser citados, como os de Mascia (1991), Parrine et al. (2002), Cheung (2003), Góes (2004), Christoforo (2006) e Christoforo (2011).

O elemento finito de barra aqui utilizado possui dois graus de liberdade por nó, sendo uma translação e uma rotação (Figura 3), desenvolvido com o uso de uma função polinomial do terceiro grau (função de forma) como aproximação do campo dos deslocamentos.

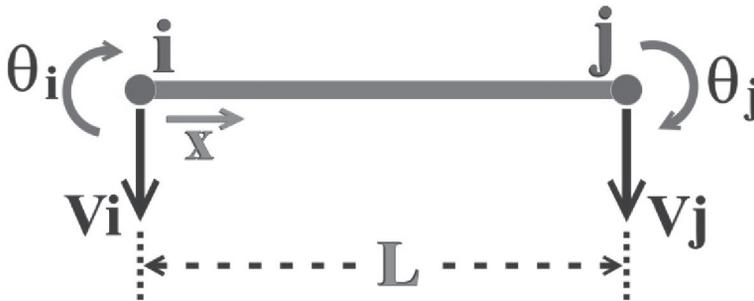


Figura 3 - Graus de liberdade do elemento finito

Da experimentação, os valores dos deslocamentos obtidos são agrupados na forma de um vetor ($\mathbf{U}^{(e)}$). O programa Eotm, fundamentado no MEF, determina um vetor de deslocamentos numérico ($\mathbf{U}^{(n)}$), tendo como variável dependente o módulo de elasticidade do elemento estrutural.

Com posse do vetor de deslocamentos determinados pelo programa e do vetor de deslocamentos experimentais, uma função é construída, fundamentada no Método dos Mínimos Quadrados, cujo objetivo consiste em determinar o valor do módulo de elasticidade para que o resíduo gerado por ambas as soluções, numérica e experimental, seja mínimo. Com relação à aplicação das técnicas de otimização na engenharia de estruturas alguns trabalhos podem ser citados, tais como os de Alvarenga e Antunes (1994), Soares e El Debs (1997), Rigo (1999) e Christoforo (2008).

O módulo de elasticidade é obtido mediante a minimização da Equação 2 com o auxílio do Método de Newton (Equação 3), sendo $f(E)$ a função objetivo elaborada nos fundamentos do Método dos Mínimos Quadrados, x^k a estimativa na iteração k , x^{k+1} a estimativa na iteração $k+1$, $f'(x^k)$ e $f''(x^k)$ as derivadas primeira e segunda avaliadas x^k .

$$f(E) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \left(U_i^{(e)} - U_i^{(n)} \right)^2 \quad (2)$$

$$x^{k+1} = x^k - f'(x^k)^{-1} \cdot f''(x^k) \quad (3)$$

Objetivando-se empregar a metodologia da NBR 7190/1997 na determinação do módulo de elasticidade longitudinal também para peças de madeira serrada de dimensões estruturais, foram determinados os valores dos módulos com o auxílio da Equação 1 (E_M) e da metodologia de cálculo aqui apresentada (E_{ef}). A verificação da

equivalência estatística entre os valores obtidos do E_M e do E_{ef} para as peças estruturais de madeira serrada é realizada por intermédio do intervalo de confiança das diferenças entre médias (Equação 4), sendo μ a média populacional das diferenças, \bar{x}_m a média aritmética amostral das diferenças, n o tamanho da amostra, S_m o desvio padrão amostral das diferenças e $t_{\alpha/2, n-1}$ o valor tabelado pela distribuição t de Student com $n-1$ graus de liberdade e nível de significância α .

$$\bar{x}_m - t_{\frac{\alpha}{2}, n-1} \frac{S_m}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{x}_m + t_{\frac{\alpha}{2}, n-1} \frac{S_m}{\sqrt{n}} \quad (4)$$

Resultados

Os valores dos módulos de elasticidade E_M e E_{ef} obtidos para as madeiras *Pinus caribaea* deste trabalho encontram-se na Tabela 1.

Tabela 1 - Valores dos módulos de elasticidade E_M e E_{ef} (MPa)

	E_M (MPa)	E_{ef} (MPa)		E_M (MPa)	E_{ef} (MPa)
1	6441	6725	13	7157	7432
2	9337	8757	14	9551	8924
3	8624	9122	15	8219	8647
4	8120	7411	16	8423	8699
5	8733	8929	17	7985	8221
6	7218	6833	18	6630	7155
7	7932	8210	19	5721	6523
8	6417	5616	20	7634	8230
9	6039	6284	21	8946	9775
10	7690	8542	22	7860	7449
11	7026	7231	23	8212	8472
12	8743	9663	24	7235	6581

A Figura 4 ilustra os resultados do teste de normalidade de Anderson-Darling sobre os valores dos módulos de elasticidade E_M e E_{ef} sendo os P-valores encontrados ambos maiores que 0,05, comprovando a normalidade dos dados avaliados (MONTGOMERY, 2005).

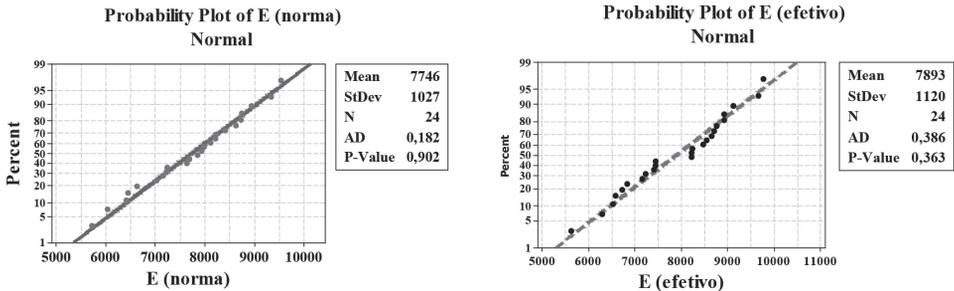


Figura 4 - Teste de normalidade para os valores dos módulos de elasticidade

A média, o desvio padrão e o coeficiente de variação para os valores dos módulos de elasticidade E_M são respectivamente iguais a 7745,54; 1027,07 e 0,13. A média, o desvio padrão e o coeficiente de variação para os valores dos módulos de elasticidade E_{ef} são respectivamente iguais a 7892,96; 1119,95 e 0,14.

O intervalo de confiança entre os valores do E_M e E_{ef} é $-772,16 \leq \mu \leq 477,33$ e, como o zero pertence ao intervalo, afirma-se que estes são estatisticamente equivalentes (MONTGOMERY, 2005). A Figura 5 ilustra graficamente o intervalo de confiança obtido entre os valores dos módulos de elasticidade.

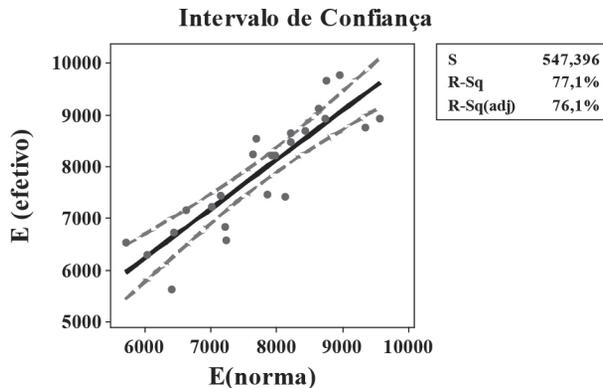


Figura 5 - Intervalo de confiança entre os módulos de elasticidade E_M e E_{ef}

Conclusões

A presente metodologia mostrou ser de fácil empregabilidade, por ser mais confiável para os valores dos módulos de elasticidade, já que está fundamentada em mínimos quadrados.

A restrição dos deslocamentos (linearidade geométrica) confere à presente metodologia caráter não destrutivo, mostrando-se interessante pela possibilidade de uso da peça depois de ensaiada.

A relação $L/h \geq 21$ permitiu o emprego adequado da teoria de vigas de Euler Bernoulli (ROCCO LAHR, 1983), utilizada no cálculo dos módulos de elasticidade E_M e E_f , possibilitando o emprego do ensaio de flexão estática a três pontos mesmo não sendo nulo o esforço cisalhante abaixo do ponto de aplicação da força.

Os resultados do teste de Anderson-Darling sobre os valores dos módulos de elasticidade confirmaram distribuição normal dos dados, validando os resultados encontrados sobre o intervalo de confiança, acusando equivalência estatística.

Para as madeiras *Pinus caribaea* aqui avaliadas, constatou-se que a metodologia proposta pela norma Brasileira NBR 7190/1997, adaptada para peças de dimensões estruturais e ensaio não destrutivo, foi capaz de fornecer resultados para os módulos de elasticidade equivalentes aos advindos da abordagem alternativa de cálculo. Entretanto,

vale ressaltar que esses resultados são válidos apenas para as madeiras avaliadas, podendo ser diferentes para outras madeiras de mesma ou de diferentes espécies, justificando o emprego da presente metodologia.

Referências

ALVARENGA, R. C. S. S.; ANTUNES, H. M. C. C. Otimização de treliças. In: CONGRESSO IBERO LATINO-AMERICANO SOBRE MÉTODOS COMPUTACIONAIS PARA ENGENHARIA, n.15, 1994, Belo Horizonte, MG. *Anais...* p. 1699-1708.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. *NBR 7190*: Projeto de estruturas de madeira. Rio de Janeiro: ABNT, 1997.

BATISTA, A. M.; ROSSI, N.; MASCIA, N. T.; FURLANI, J. E. Estudo da flexão estática: relação entre peças de madeira com dimensões estruturais e dimensões reduzidas. In: ENCONTRO BRASILEIRO EM MADEIRAS E EM ESTRUTURAS DE MADEIRA, 7., São Carlos, 2000.

CHEUNG, A. B.; LINDQUIST, M.; CALIL, C. J. Calibração de propriedades elásticas de uma placa ortótropa utilizando algoritmos genéticos. *Revista Sul-Americana de Engenharia Estrutural*, Universidade de Passo Fundo. Mato Grosso do Sul, v.1, n. 2, p.74-92, 2004.

CHRISTOFORO, A. L.; MARCONATO, S. A. S.; OLIVEIRA, R. Z. G. Otimização Numérica da Área das Seções Transversais dos Elementos Componentes de Estruturas Planas do tipo Treliça. *Revista Brasileira de Biometria*, v. 25, n.3, p. 57-69, 2007.

CHRISTOFORO, A. L. *Influência das irregularidades existentes na geometria de peças roliças estruturais de madeira na determinação do módulo de elasticidade longitudinal*. Tese (Doutorado) - Universidade de São Paulo. Escola de Engenharia de São Carlos, 2007. 156 p.

CHRISTOFORO, A. L.; PANZERA, T. H.; BATISTA, F. B.; BORGES, P. H.; ROCCO, F. A. L. Numerical evaluation of the modulus of longitudinal elasticity in structural round timber elements of Eucalyptus genus. *Revista Engenharia Agrícola*, v. 31, p. 1007-1014, 2011.

GÓES, J. L. N. Modelos teóricos para o dimensionamento de pontes com tabuleiro multicelular de madeira protendida. In: JORNADAS SUD-AMERICANAS DE INGENIERÍA ESTRUCTURAL, 31., 2004, Facultad de Ingeniería. Universidad Nacional de Cuyo. Mendoza. Argentina. *Anais...* CD-ROM.

ROCCO LAHR, F. A. *Sobre a determinação de propriedades de elasticidade da madeira*. Tese (Doutorado) - Universidade de São Paulo, Escola de Engenharia de São Carlos, São Carlos, 1983. 216p.

MASCIA, N. T. *Considerações a respeito da anisotropia da madeira*. 1991. Tese (Doutorado) – Universidade de São Paulo. Escola de Engenharia de São Carlos, São Carlos, SP, 1991. 293p.

MINÁ, A. J. S.; DIAS, A. A.; CALIL JR., C. Avaliação da rigidez e da resistência de postes de madeira para uso como estacas para fundações. In: ENCONTRO BRASILEIRO EM MADEIRAS E EM ESTRUTURAS DE MADEIRA, 9., 2004, Cuiabá-MT.

MONTGOMERY, D. C. *Design and analysis of experiments*. 6a ed. Arizona: John Wiley & Sons Inc., 2005.

PERRINE, P.; LANDIS, E. N.; DAVIDS, W. G.; VASIK, S. Morphology-based models for wood and wood composites. In: ASCE ENGINEERING MECHANICS CONFERENCE, 15., june 2-5 2002, Columbia University. New York NY.

PIGOZZO, J. C.; PLETZ, E.; LAHR, F. A. R. Aspectos da classificação mecânica de peças estruturais de madeira. In: ENCONTRO BRASILEIRO EM MADEIRAS E EM ESTRUTURAS DE MADEIRA, 7., 2000, São Carlos-SP.

RIGO, E. *Métodos de otimização aplicados à análise de estruturas*. Dissertação (Mestrado) - Universidade de São Paulo. Escola de Engenharia de São Carlos, São Carlos-SP, 1999.

SOARES, R. C.; EL DEBS, A. L. H. C. Otimização de seções transversais de vigas de concreto armado: Aplicação a pavimentos. In: CONGRESSO IBERO LATINO-AMERICANO SOBRE MÉTODOS COMPUTACIONAIS PARA ENGENHARIA, 13., 1997, Brasília. *Anais...* p. 1507-1514.

Artigo recebido em 18 jun. 2011

Aceito para publicação em: 21 mar. 2012