

*Módulos de elasticidade longitudinal e transversal em vigas roliças de madeira de *Corymbia citriodora**

*Shear and longitudinal modulus of elasticity in *Corymbia citriodora* round timber beams*

André Luiz Zangiácomo*

André Luis Christoforo**

Francisco Antonio Rocco Lahr***

Este trabalho objetivou avaliar, com o auxílio do ensaio de flexão estática a três pontos, conduzido de forma não destrutiva, os valores dos módulos de elasticidade longitudinal (E) e transversal (G) em peças roliças estruturais de madeira de *Corymbia citriodora*, de maneira a se verificar a validade da relação $G=E/20$ estabelecida pela norma brasileira ABNT NBR 7190:1997 (Projeto de Estruturas de Madeira). As peças testadas (20) possuem comprimento médio de 750 cm, diâmetro médio de 30 cm, teor de umidade de 12% e concidade média de 5%. Foram realizados dois ensaios de flexão por peça, diferenciados apenas pelas distâncias entre os apoios. No primeiro ensaio, foi utilizada a relação (L/d) entre comprimento (L) e diâmetro (d) das peças igual a vinte e quatro, e no segundo, realizado na sequência, com L/d igual a quinze. Os módulos de elasticidade foram obtidos de acordo com o emprego sucessivo da equação da teoria de vigas de Timoshenko, que leva em consideração a influência dos esforços cisalhantes no cálculo dos deslocamentos. Os resultados obtidos entre os módulos de elasticidade longitudinal e transversal foram relacionados pelo método dos mínimos quadrados, sendo encontrada a relação $G=E/56$, evidenciando, para as peças de madeira investigadas, a divergência de resultados com a norma brasileira.

Palavras-chave: Rigidez. Flexão. Teoria de vigas. Mínimos quadrados.

*This study aimed to evaluate, with the support of the three points static bending test, led nondestructively, the values of the shear (G) and longitudinal (E) modulus of elasticity in *Corymbia citriodora* structural round timber beams in order to verify the validity of the $G=E/20$ relationship established by the Brazilian standard ABNT NBR 7190:1997 (Design of Wood Structures). The specimens tested (20) have an average length of 750 cm, diameter of 30 cm, moisture content of 12% and 5% of average taper. There were two bending tests per element, with differences in the distances between supports. In the first trial, we used the L/D ratio between the length (L) and diameter (d) of the pieces equal to twenty-four, while the second was conducted in sequence, with L/d equal to fifteen. The elasticity modulus were obtained according to the successive use of the equation of Timoshenko's beam theory, which takes into account the influence of the shear efforts to determine displacements. The results between the shear and longitudinal modulus of elasticity were related by the least squares method, the relationship $G=E/56$ was found, which demonstrates divergent results with the Brazilian standard for the structural round timber investigated.*

Keywords: Stiffness. Bending. Beams theory. Least squares method.

* Doutor em Engenharia de Estruturas (2007) pela Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo. Professor Adjunto do Departamento de Engenharia - DEG, da Universidade Federal de Lavras (UFLA) – Lavras, Minas Gerais - Brasil

** Doutor em Engenharia de Estruturas (2007) pela Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo. Professor Adjunto do Departamento de Engenharia Mecânica (DEMEC) da Universidade Federal de São João del-Rei (UFSJ), São João del-Rei, Minas Gerais - Brasil

*** Professor Titular do Departamento de Engenharia de Estruturas, Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo (EESC/USP), São Carlos, São Paulo - Brasil

Introdução

Em se tratando da madeira, por ser este um material natural de grande complexidade anatômica e variabilidade, apresentando três eixos de simetria nas direções radial, tangencial e longitudinal, a obtenção precisa que todos os seus parâmetros elásticos fiquem comprometida. Entretanto, os projetos estruturais são realizados com posse das suas propriedades mecânicas equivalentes, advindas de ensaios experimentais padronizados por documentos normativos que visam a quantificar tais variáveis às devidas condições de solitação mecânica.

Em um projeto de vigas, assim como de outros elementos estruturais, o conhecimento dos módulos de elasticidade longitudinal (E) e transversal (G) é de fundamental importância (ZANGIÁCOMO, 2007; CHRISTOFORO, 2011). No Brasil, a caracterização da madeira na flexão é feita de acordo com a norma brasileira ABNT NBR 7190:1997 (Projeto de Estruturas de Madeira), que preconiza o ensaio de flexão estática a três pontos, restrita a corpos de prova de pequenas dimensões e isentos de defeitos, apresentando uma relação empírica para a obtenção do módulo transversal conhecido o valor do módulo longitudinal, apresentada na Equação 1, sendo o módulo de elasticidade longitudinal vinte vezes o valor do módulos de elasticidade transversal.

$$G = \frac{E}{20} \quad (1)$$

As pesquisas que envolvem a caracterização de peças de madeira de dimensões estruturais no Brasil seguem as premissas de métodos e cálculos contidos em documentos normativos internacionais ou da adaptação da norma brasileira ABNT NBR 1790:1197 para peças estruturais, podendo-se citar os trabalhos de Pigozzo et al. (2000), Fiorelli et al. (2009), Miotto e Dias (2009), Carreira et al. (2010), Brito e Calil Jr. (2010), Christoforo et al. (2012).

Metodologias não destrutivas de ensaios têm sido amplamente utilizadas na obtenção do módulo de elasticidade longitudinal em peças de madeira de dimensões estruturais (MINÁ et al., 2004; WANG et al., 2008; LIANG E FU, 2007; DONG E HAI, 2011; SALES et al., 2011), ressaltando-se o uso do ultrassom e da vibração transversal pela simplicidade e eficiência do emprego de tais metodologias, justificadas pela possibilidade de uso da peça depois de ensaiada.

Com relação à determinação do módulo de elasticidade transversal (G) tanto em vigas de madeira como em corpos de prova de pequenas dimensões são poucas as pesquisas desenvolvidas, dentre elas, destacando-se os trabalhos de Rocco Lahr (1983), Burdzik e Nkwera (2002) e Zangiácomo e Rocco Lahr (2008).

Rocco Lahr (1983) investigou, com o auxílio do ensaio de flexão a três pontos, a influência das relações (L/b) entre o comprimento (L) e largura (b) das peças de madeira serrada responsáveis por minorar significativamente o efeito das forças cisalhantes

no cálculo dos deslocamentos, possibilitando a obtenção do módulo de elasticidade longitudinal (E) com o uso da teoria de vigas de Euler Bernoulli, que considera apenas a existência de esforços fletores (Equação 2). O autor concluiu que para o correto emprego da teoria de vigas de Bernoulli, as peças devem respeitar a relação $L/h \geq 21$, utilizada pela norma brasileira ABNT NBR 7190:1997 na determinação do módulo e da resistência à flexão de corpos de prova.

$$E_m = \frac{F \cdot L^3}{48 \cdot \delta \cdot I} \quad (2)$$

Da Equação 2, δ denota o deslocamento no ponto médio, F , o carregamento aplicado, L , o vão entre apoios, E o módulo de elasticidade e I o momento de inércia da seção transversal.

Burdzik e Nkwera (2002) avaliaram os módulos de elasticidade longitudinal e transversal em vigas de madeira da espécie *Eucalyptus grandis* pelo método de vibração transversal de ondas. Os resultados demonstraram que o método proposto é empregável na determinação dos módulos de elasticidade, apresentando coerência nos resultados quando comparados com as propriedades da madeira advindas de documento normativo.

Zangiácomo e Rocco Lahr (2008) estudaram a relação entre o comprimento e diâmetro em vigas roliças de madeira para o qual o efeito das forças cisalhantes se torna desprezível no cálculo dos deslocamentos, chegando às relações 12, 15 e 18 para as madeiras *Pinus elliottii*, *Pinus caribaea* e *Corymbia citriodora*, respectivamente.

Em linhas gerais, os ensaios em peças de dimensões estruturais roliças ou serradas consistem, essencialmente, na investigação módulo de elasticidade longitudinal. O presente trabalho objetivou avaliar, com o auxílio da norma brasileira ABNT NBR 7190:1997, adaptada para peças estruturais, a relação entre os módulos de elasticidade longitudinal (E) e transversal (G) em vigas roliças de madeira *Corymbia citriodora*, utilizando-se do ensaio de flexão estática a três pontos (de forma não destrutiva) e da teoria de vigas de Timoshenko, possibilitando comparar os resultados encontrados com a relação entre os módulos de elasticidade estabelecida pela norma brasileira.

Metodologia

As peças de madeira roliça da espécie *Corymbia citriodora*, escolhidas por serem oriundas de florestas plantadas, foram doadas (20 exemplares) pela empresa IRPA (São Carlos-SP), com cerca de 25 anos de idade, possuindo comprimento médio de 750 cm, diâmetro médio de 30 cm, densidade de 0,90 g/cm³, teor de umidade de 12% e conicidade média de 5%.

A metodologia experimental utilizada para o cálculo dos módulos de elasticidade

E e do G em peças de dimensões estruturais de madeira roliça baseou-se no trabalho de Rocco Lahr (1983), fazendo-se uso também do ensaio de flexão estática a três pontos, sendo os ensaios executados nas dependências do Laboratório de Madeiras e de Estruturas de Madeira (LaMEM) do Departamento de Engenharia de Estruturas (SET) da Escola de Engenharia de São Carlos (EESC/USP).

Os módulos de elasticidade foram obtidos na condição de linearidade física e geométrica, estando o maior deslocamento no experimento limitado a medida $L/200$, assim como preconiza a norma brasileira ABNT NBR 7190:1997 para o estado limite de utilização.

Em cada peça roliça foram realizados dois ensaios de flexão. No primeiro, a relação (L/d) entre comprimento (L) e diâmetro (d) foi igual a 24, respeitando-se a relação $L/d \geq 18$ encontrada no trabalho de Zangiácomo e Rocco Lahr (2008). No segundo ensaio, utilizou-se a relação L/d igual a 15. Com os comprimentos L_1 e L_2 das peças referentes ao primeiro e ao segundo ensaio, juntamente com o valor médio dos diâmetros da peça (medidos no ponto de aplicação da força no ensaio de flexão) e das respectivas forças encontradas responsáveis por provocarem deslocamentos $L_1/200$ e $L_2/200$; estes foram lançados na Equação 3, sendo A a área da seção transversal, resultando em um sistema de duas equações a duas incógnitas, cujos resultados fornecem os valores dos módulos de elasticidade longitudinal e transversal.

$$\delta = \frac{F \cdot L^3}{48 \cdot E_m \cdot I} + \frac{28}{100} \cdot \frac{F \cdot L}{A \cdot G} \quad (3)$$

Com o intuito de relacionar os valores dos módulos de elasticidade E e G para as madeiras roliças avaliadas e posterior comparação com a relação definida pela norma brasileira ABNT NBR 7190:1997 (Equação 1), foi utilizado o método dos mínimos quadrados, expresso pela Equação 4 (CHRISTOFORO et al., 2011), sendo α o coeficiente a ser ajustado pelo critério do menor resíduo ($E = \alpha \cdot G$).

$$f(\alpha) = \frac{1}{2} \cdot \sum_{i=1}^n (E_i - \alpha \cdot G_i)^2 \quad (4)$$

Resultados e discussão

A Tabela 1 apresenta os valores médios (\bar{x}), desvios padrões (DP), coeficientes de variação (CV) e os valores máximo (Máx) e mínimo (Mín) dos módulos de elasticidade longitudinal e transversal das vigas roliças de madeira *Corymbia citriodora*.

Tabela 1 - Módulos de elasticidade (MPa) das vigas de madeira roliça

Estatísticas	E (MPa)	G (MPa)
\bar{x}	19536	316
DP	2573	62
CV(%)	13	20
Mín	15203	201
Máx	25876	427

Ressalta-se, assim como discutido anteriormente, que, para obtenção dos módulos de elasticidade E e G , por peça de madeira, foram executados dois ensaios não destrutivos e sequências, o primeiro respeitando a relação $L/d=24$ e o segundo $L/d=15$.

O valor encontrado do coeficiente α pelo critério de mínimos quadrados para as peças roliças de madeira *Corymbia citriodora* foi igual a 56; sendo 1,8 vezes superior ao coeficiente da relação entre E e G proposto pela norma brasileira ABNT NBR 7190:1997 (Equação 1), fornecendo um módulo de elasticidade transversal 64% inferior ao estimado por esta norma.

Conclusões

A presente metodologia mostrou ser de simples empregabilidade, conduzindo a relações entre os módulos de elasticidade longitudinal e transversal das madeiras avaliadas significativamente diferentes da estabelecida pela norma brasileira ABNT NBR 7190:1997 ($E=20 \cdot G$), justificado, possivelmente, pelo uso das peças com dimensões estruturais, corroborando com a conveniência de se ter incluída, no texto proposto para revisão da norma brasileira, a possibilidade de serem realizados ensaios em peças de dimensões estruturais para obtenção mais confiável das propriedades de rigidez das madeiras avaliadas.

Pelas características de anisotropia da madeira, os resultados encontrados ($E=56 \cdot G$) não podem ser generalizados para outras madeiras de mesmas ou de diferentes espécies e dimensões, justificando, dessa forma, o emprego da metodologia apresentada em cada estudo desenvolvido.

Referências

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. *NBR 7190*. Projeto de Estruturas de Madeira. Rio de Janeiro, 1997.

BRITO, L. D.; CALIL JR., C. Manual de projeto e construção de estruturas com peças roliças de madeira de reflorestamento. *Cadernos de Engenharia de Estruturas*, São Carlos, v. 12, n. 56, p. 57-77, 2010.

BURDZIK, W. M. G.; NKWERA, P. D. Transverse vibration tests for prediction of stiffness and strength properties of full size *Eucalyptus grandis*. *Forest Products Journal*, v. 52, n. 6, p. 63-67, 2002.

CARREIRA, M. R.; SEGUNDINHO, P. G. A.; DIAS, A. A. Estimativa do módulo de elasticidade à flexão de toras de madeira por meio de vibração transversal livre. *Madeira, Arquitetura e Engenharia*, São Carlos, v.11, n.27, p.37-44, 2010.

CHRISTOFORO, A. L.; ROCCO, F. A. L.; MORALES, E. A. M.; ZANGIACOMO, A. L.; PANZERA, T. H. Influence of Displacements on Calculus of the Longitudinal

Modulus of Elasticity of Pinus Caribaea Structural Round Timber Beams. *International Journal of Agriculture and Forestry*, v. 2, p. 157-160, 2012.

CHRISTOFORO, A. L.; PANZERA, T. H.; BATISTA, F. B.; BORGES, P. H.; ROCCO, F. A. L. Numerical evaluation of the longitudinal modulus of elasticity in structural round timber elements of Eucalyptus genus. *Revista Engenharia Agrícola*, v. 31, p. 1007-1014, 2011.

DONG, X. H.; HAI, W. L. Comparative study on four different methods for measuring the dynamic modulus of elasticity of Acer mono wood. *Advanced Materials Research*, v. 160-162, p. 384-388, 2011.

FIORELLI, J.; DIAS, A. A.; COIADO, B. Propriedades mecânicas de peças com dimensões estruturais de *Pinus spp*: correlação entre resistência à tração e classificação visual. *Revista Árvore* (Impresso), p. 741-750, 2009.

LIANG, S.; FU, F. Comparative study on three dynamic modulus of elasticity and static modulus of elasticity for Lodgepole pine lumber. *Journal of Forestry Research*, v. 18, p. 309-312, 2007.

MINÁ, A. J. S.; OLIVEIRA, F. G. R.; DIAS, A. A.; CALIL JUNIOR, C.; SALES, A. Avaliação não destrutiva de postes de madeira por meio de ultrassom. *Scientia Forestalis*, n.65, p. 188-196, 2004.

MIOTTO, J. L.; DIAS, A. A. Produção e avaliação de vigas de madeira laminada colada confeccionadas com lâminas de Eucalipto. *Revista Tecnológica*, Edição Especial ENTECA, p. 35-45, 2009.

PIGOZZO, J. C.; PLETZ, E.; LAHR, F. A. R. Aspectos da classificação mecânica de peças estruturais de madeira. In: ENCONTRO BRASILEIRO EM MADEIRAS E EM ESTRUTURAS DE MADEIRA, 7., 2000, São Carlos, SP. *Anais...*

ROCCO LAHR, F. A. *Sobre a determinação de propriedades de elasticidade da madeira*. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, SP, 1983. 216p.

SALES, A.; CANDIAN, M.; CARDIN, V. S. Evaluation of the mechanical properties of Brazilian lumber (*Goupia glabra*) by nondestructive techniques. *Construction and Building Materials*, v. 25, n. 3, p. 1450-1454, 2011.

WANG, S. Y.; CHEN, J. H.; TSAI, M. J.; LIN, C. J.; YANG, T. H. Grading of softwood lumber using non-destructive techniques. *Journal of Materials Processing Technology*, v. 208, p. 149-158, 2008.

ZANGIÁCOMO, A. L. *Estudo de elementos estruturais roliços de madeira*. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos-SP, 2007. 136p

ZANGIÁCOMO, A. L.; ROCCO LAHR, F. A. Avaliação do efeito do cisalhamento na flexão de elementos roliços da espécie Eucalyptus Citriodora. In: ENCONTRO BRASILEIRO EM MADEIRAS E EM ESTRUTURAS DE MADEIRA, 11., 2008, Londrina-PR. *Anais...*

Artigo recebido em: 10 fev. 2012

Aceito para publicação em: 15 maio 2013